

MATHEMATICS

Class - 7 (Semester - II)

Text Book Development Committee

Smt. **Vetriselvi. K.**, IAS
State Project Director, Samagra Siksha,
Special Officer, English Medium Project, A.P.

Dr. **B. Pratap Reddy**,
M.A., B.Ed., Ph.D.
Director, SCERT, A.P.

Sri. **D. Madhusudhana Rao**,
M.A., B.Ed.
Director - Govt. Text Book Press, A.P.

Co-ordinator

Dr. **Katabathina Subramanyam**,
M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil., Ph.D.
Professor, SCERT, A.P.

Editors

Dr. **P. Ramesh**, Principal (FAC),
Govt. IASE, SPSR Nellore Dt.

Dr. **R. Yasoda**, Associate Professor,
Dept. of Education & HRD,
Dravidian University, Kuppam.

Dr. **N. Ayyub Hussain**, Principal (FAC),
Govt. DIET, Kurnool Dt.

Dr. **R. Balaji Rao**, Principal (FAC),
Govt. DIET, SPSR Nellore Dt.

Acknowledgments to

Dr. Chourasia
Professor, R.I.E., Ajmer.
Dr. H. Doraswami
Professor, R.I.E., Mysore.

Published by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh, Amaravati.

© Government of Andhra Pradesh, Amaravati

First Published 2021

All rights reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copyright holder of this book is the Commissioner of School Education, Amaravati, Andhra Pradesh.

This book has been printed on 70 G.S.M. SS Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

Free distribution by Samagra Shiksha, Government of Andhra Pradesh

Printed in India
at the A.P. Govt. Text Book Press
Amaravati
Andhra Pradesh

Subject Co-ordinator

Sri Malempati Somasekhara Brahmanandam,

M.Sc., M.Ed.

Faculty, SCERT, A.P.

Authors

Sri R. Sankara Narayana Reddy, S.A.

ZPHS, Budili, Ananthapuramu Dt.

Sri N. Venkata Ramaiah, S.A.

ZPHS (Boys), Markapur, Prakasam Dt.

Smt. T. Tulasi, S.A.

ZPHS, Settipalli, Chittoor Dt.

Sri G. Bhasker, S.A.

ZPHS (Boys), Venkatagiri, SPSR Nellore Dt.

Sri T. Lakshmu Naidu, S.A.

ZPHS, Thimmaraju Peta, Visakhapatnam Dt.

Sri G. Pavan Kumar, S.G.T.

MPUPS, Chillapeta Rajam, Srikakulam Dt.

Sri Y. Eswara Reddy, S.A.

MPUPS, China Uppada, Visakhapatnam Dt.

Sri Sk. Usman Pasha, S.A.

ZPHS, Rangapuram, West Godavari Dt.

Smt. T. Sri Lakshmi, S.A.

ZPHS, Vunnava, Guntur Dt.

Sri K. Satish Babu, S.A.

GHS, Seethanagaram, East Godavari Dt.

Sri T. Eswara Rao, S.A.

ZPHS, Vadada, Vizainagaram Dt.

Smt. S. Yellajiyamma, S.A.

MPUPS, Gopalapatnam, Visakhapatnam Dt.

Sri M. Venkateswara Rao, S.A.

JHSS, Machilipatnam, Krishna Dt.

Smt. Y. Jaya Bharati, S.A.

ZPHS (Girls), Giddalur, Prakasam Dt.

Technical Support

Sri Ch. Ramesh, S.A.

MPUPS, Vallabharaopalem, Guntur Dt.

Illustrator

Sri M. Lakshmana Babu,

ZPHS, Nidamanuru, Krishna Dt.

DTP & Designing

Sri Ch. Sankar

B.S. Agencies, Vijayawada

Sri M. Krishna Rao

Rasmi Graphics, Hyderabad

FOREWORD

The aim of education will not only be the cognitive development, but also building up character, creating holistic and equipped with the 21st century skills. The curriculum of mathematics reoriented and revamped to attain these critical goals. It was also reduced to its core essentials to make space to critical thinking, discussion based heuristic learning. The content was focused on concepts, problem solving, reasoning and daily life applications etc. Teaching learning process will be conducted in a more interactive way with fun, creative and exploratory activities for more experiential learning.

The mathematical concepts in the text book are developed based on themes like Number System, Arithmetic, Algebra, Mensuration, Geometry and Statistics. In this text book, concepts are introduced through activities related to daily life situations and conversations. To strengthen these concepts, individual activities, group activities and whole class activities are designed. After completion of every concept of the chapter, an opportunity is provided to the student in the form of Check your progress, Let's explore, Let's think etc. Unit exercise is given at the end of each chapter.

In this text book, we introduced Reasoning Corner to improve mathematical, logical and critical thinking of the students, which was recommended by NEP 2020. We wish this new attempt will help the students in competitive examinations like NMMS, NTSE and other Mathematical Olympiads. The textbook attempted to enhance this endeavor by giving activities in the form of Let's do activity, Project, Historical note, Puzzle time etc. QR codes are incorporated in each chapter to enable efficient learning outside the class room.

We are grateful to our Honourable Chief Minister Sri Y.S. Jagan Mohan Reddy for being our source of inspiration to carry out this extensive reform in the Education Department. We extend our gratitude to our Honourable Minister of Education Dr. Adimulapu Suresh for striving towards qualitative education. Our special thanks to Sri Budithi Rajasekhar, IAS, Principle Secretary, School Education, Sri Vadrevu China Veerabhadhrudu, IAS, Director of School Education, Smt. Vetriselvi. K, IAS, State Project Director, Samagra Siksha and Special Officer, English Medium Project, A.P., Sri. D. Madhusudhana Rao, Director, Govt. Textbook Press, A.P, for their constant motivation and guidance.

We convey our sincere thanks to the text book writers, who studied curriculum and best practices across the globe to reach global standards. Our heartfelt thanks to NCERT and SCERTs of Kerala, Tamilnadu, Maharashtra, Rajasthan, Gujarat, Uttar Pradesh in designing the text book. We also thank our Coordinator, Editors, Subject coordinator, Technical team member, Artist, DTP and Layout designers for their contribution in the development of this text book. We invite constructive feedback from the teachers, parents and Educationalists for the further refinement of the text book.

Dr. B. Pratap Reddy,
Director,
SCERT – Andhra Pradesh

ముందుమాట

విద్య యొక్క లక్ష్యం జ్ఞాన వికాసం మాత్రమే కాదు, శీల నిర్మాణం మరియు 21వ శతాబ్దపు నైపుణ్యాలతో కూడిన సమగ్ర అభివృద్ధిని పెంపొందించాలి. ఈ క్లిష్టమైన లక్ష్యాలను సాధించడానికి గణితం యొక్క పాఠ్యప్రణాళిక దిశానిర్దేశం చేయబడింది మరియు పునరుద్ధరించబడింది. ఇది విమర్శనాత్మక ఆలోచన, చర్చ ఆధారిత మరియు అన్వేషణతో కూడిన అభ్యాసానికి స్థానాన్ని ఇవ్వడానికి దాని ప్రధాన అవసరాలకు తగ్గించబడింది. ఈ పుస్తకం లోని విషయమంతా ముఖ్య అంశాలు, సమస్య పరిష్కారం, తార్కికం మరియు నిజ జీవిత అనువర్తనాలపై దృష్టి సారించింది. బోధనాభ్యాస ప్రక్రియ మరింత అనుభవ పూర్వక అభ్యాసం కోసం విద్యార్థుల పరస్పర అభ్యసనం, ఆహ్లాదకరమైన, సృజనాత్మక మరియు అన్వేషణాత్మక కార్యకలాపాలలో నిర్వహించబడుతుంది.

ఈ పాఠ్యపుస్తకంలోని అంశాలైన సంఖ్యామానం, అంకగణితం, బీజగణితం, క్షేత్రగణితం, జ్యామితి మరియు సాంఖ్యిక శాస్త్రం వంటి ఇతివృత్తాల ఆధారంగా పాఠ్యపుస్తకం అభివృద్ధి చేయబడింది. ఈ పాఠ్య పుస్తకంలో నిజజీవిత సన్నివేశాలు మరియు సంభాషణలకు సంబంధించిన కార్యకలాపాల ద్వారా భావనలు పరిచయం చేయబడ్డాయి. ఈ భావనలను బలోపేతం చేయడానికి, వ్యక్తిగత కృత్యాలు, సమూహ కృత్యాలు మరియు మొత్తం తరగతి కృత్యాలు రూపొందించ బడ్డాయి. అధ్యాయం యొక్క ప్రతి భావన పూర్తయిన తరువాత, విద్యార్థికి మీ ప్రగతిని తెలుసుకో, ఇవి చేద్దాం, అన్వేషిద్దాం, ఆలోచిద్దాం రూపంలో ఒక అవకాశం అందించబడినది. ప్రతి అధ్యాయం చివరిలో యూనిట్ అభ్యాసం ఇవ్వబడినది.

ఈ పాఠ్య పుస్తకంలో NEP -2020 సిఫార్సుల కనుగుణంగా, విద్యార్థుల గణిత, తార్కిక మరియు విమర్శనాత్మక ఆలోచనను మెరుగుపరచడానికి మేము తార్కిక విభాగంను (Reasoning Corner) ప్రవేశపెట్టాము. ఈ కొత్త ప్రయత్నం విద్యార్థులకు NMMS, NTSE మరియు ఇతర గణిత ఒలింపియాడ్స్ వంటి పోటీ పరీక్షలలో సహాయపడుతుందని మేము ఆశిస్తున్నాం. ఈ పాఠ్య పుస్తకం ఇది చేద్దాం-కృత్యాలు, ప్రాజెక్ట్, చారిత్రక అంశం, పజిల్ టైమ్ మొదలగు కార్యకలాపాలను ఇవ్వడం ద్వారా విద్యార్థులను మెరుగుపరచడానికి ప్రయత్నించింది. తరగతి గది బయట కూడా నేర్చుకోవడం కొరకు ప్రతి అధ్యాయంలో QR కోడ్లను చేర్చబడ్డాయి.

పాఠశాలలో విద్యా సంస్కరణలు చేపట్టేందుకు నిరంతరం కృషి చేస్తున్న గౌరవనీయ ముఖ్యమంత్రివర్యులు శ్రీ. వై. యస్. జగన్మోహన్ రెడ్డి గారికి హృదయపూర్వక ధన్యవాదాలు. గుణాత్మక విద్యను అందించేందుకు నిరంతరం కృషి చేస్తున్న విద్యాశాఖ మంత్రివర్యులు డా॥ ఆదిమూలపు సురేష్ గారికి కృతజ్ఞతలు. తమ అమూల్యమైన సూచనలు, సలహాలతో పాఠ్యపుస్తక రూపకల్పనలో దిశానిర్దేశం చేసిన ఆంధ్రప్రదేశ్ పాఠశాల విద్యా ప్రధాన కార్యదర్శి శ్రీ బుడితి రాజశేఖర్, IAS గారికి, పాఠశాల విద్యా సంచాలకులు శ్రీ వాడ్రేవు చినవీరభద్రుడు, IAS గారికి, రాష్ట్రపథక సంచాలకులు, సమగ్రశిక్ష మరియు ఆంగ్ల మాధ్యమ ప్రత్యేక అధికారిణి, ఆంధ్రప్రదేశ్ శ్రీమతి. కె. వెన్కటేశ్వరి, IAS గారికి, శ్రీ డి. మధుసూధనరావు, డైరెక్టర్, గవర్నమెంట్ టెక్నోబుక్ ప్రెస్, ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు.

అంతర్జాతీయ ప్రమాణాలతో కూడిన పాఠ్యంశాలు రూపొందించేందుకు ప్రపంచ వ్యాప్త విద్యాప్రణాళికలను అధ్యయనం చేసిన పాఠ్యపుస్తక రచయితలకు ధన్యవాదాలు. NCERT, కేరళ, తమిళనాడు, కర్ణాటక, మహారాష్ట్ర, హర్యానా రాష్ట్రాల విద్యా పరిశోధన కేంద్రాలకు ధన్యవాదాలు. పాఠ్యపుస్తక రూపకల్పనలో విశేష కృషి చేసిన సమన్వయకర్త, సంపాదకులు, విషయ సమన్వయకర్త, రచయితలు, సాంకేతిక సహాయకుడు, చిత్రకారుడు, డి.టి.పి. మరియు లే-అవుట్ డిజైనింగ్ వారందరికీ ప్రత్యేక ధన్యవాదాలు. ఈ పాఠ్యపుస్తకంపై ఉపాధ్యాయులు, తల్లిదండ్రులు, విద్యావేత్తల నుండి నిర్మాణాత్మక సూచనలు, సలహాలను పుస్తక మలిముద్రణా నిమిత్తం స్వాగతిస్తున్నాం.

డా. బి. ప్రతాప్ రెడ్డి,

సంచాలకులు,

రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ, ఆం.ప్ర.

OUR NATIONAL ANTHEM

జాతీయ గీతం

*Jana gana mana adhinayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata
Panjaba Sindhu Gujarata Maratha
Dravida Utkala Banga
Vindhya Himachala Yamuna Ganga
uchchala jaladhi taranga
Tava Subha name jage, tave subha asisa
mage,
gahe tava jaya gatha.
Jana gana mangala dayaka jaya he
Bharata bhagya vidhata.
Jaya he, Jaya he, Jaya he,
jaya jaya jaya jaya he.*

-Rabindranath Tagore

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధు, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగా!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగా!
ఉచ్చల జలధి తరంగా!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశీష మాగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

-రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

PLEDGE

ప్రతిజ్ఞ

India is my country. All Indians are my brothers and sisters.
I love my country and I am proud of its rich and varied heritage.
I shall always strive to be worthy of it.
I shall give my parents, teachers and all elders respect,
and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.
To my country and my people, I pledge my devotion.
In their well-being and prosperity alone lies my happiness.

- Pydimarri Venkata Subba Rao

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశ వారసత్వ
సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికై సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.
నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్నీ గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా
నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవారితితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

- పైడిమర్రి వెంకటసుబ్బారావు

MATHEMATICS

గణితం

Class / తరగతి -7

Semester (సెమిస్టర్) - 2

CONTENTS / విషయ సూచిక

Lesson No పాఠం. సం.	Name of the lesson పాఠం పేరు	Month నెల	Page పేజీలు
1.	Ratio and Proportion నిష్పత్తి మరియు అనుపాతం	November నవంబర్	1 - 50
2.	Exponents and Powers ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలు	December డిసెంబర్	51 - 90
3.	Algebraic Expressions బీజీయ సమాసాలు	January జనవరి	91 - 128
4.	Construction of Triangles త్రిభుజాల నిర్మాణం	February ఫిబ్రవరి	129 - 152
5.	Area of Plane Figures సమతల పటాల వైశాల్యాలు	Feb. - March ఫిబ్రవరి-మార్చి	153 - 192
6.	Symmetry సాష్టవము	March మార్చి	193 - 222
	Key జవాబులు		223 - 238



Teacher Corner



Student Corner

RATIO AND PROPORTION



Learning Outcomes

The learner is able to

- understand the concept of compound ratio.
- understand the concepts of different types of proportions-direct, inverse and compound proportions and solve problems related to them.
- solve the problems related to conversion of percentage to fraction and decimal values and vice versa.
- calculate profit or loss and their percentages and applies them in real life situations.
- calculate the discount using the given data.
- calculate the simple interest and rate percentage in simple interest and applies them in daily life situations.

Content Items

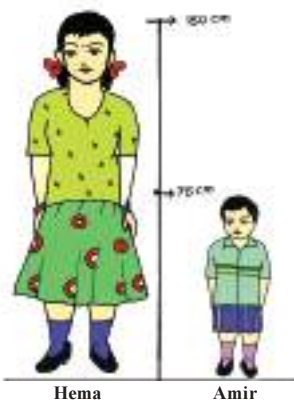
- 1.0 Introduction
- 1.1 Compound ratio
- 1.2 Direct proportion
- 1.3 Inverse proportion
- 1.4 Compound proportion
- 1.5 Applications of percentages
- 1.6 Discount
- 1.7 Simple interest



1.0 Introduction

There are several situations in our daily life where we use ratio and proportion. Let's look at the following pictures and answers to the given questions:

1. Can we say the ratio of speeds of Cheetah to Man?



2. What will be the ratio of heights of Hema to Amir?

3.  +  = ₹80    = ?

4. Do you know which aspect ratio makes constructions more attractive and beautiful?

నిష్పత్తి మరియు అనుపాతం



అభ్యసన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు

- బహుళ నిష్పత్తి భావనలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
- వివిధ రకాలైన అనుపాతాలకు సంబంధించిన భావనలు అనగా అనులోమ, విలోమ మరియు మిశ్రమ అనుపాతానికి సంబంధించిన భావనలను అవగాహన చేసుకొనుట మరియు దానికి సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- శాతాలను భిన్నాలలోకి మరియు దశాంశంలోకి మార్చుట మరియు దశాంశ భిన్నాలను మార్చుటకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- లాభము లేదా నష్టము మరియు వాటి శాతాలను కనుగొనుట వాటిని నిజ జీవిత సందర్భాలలోకి అన్వయిస్తారు.
- ఇచ్చిన దత్తాంశం ఉపయోగించి రాయితీను లెక్కిస్తారు.
- సాధారణ వడ్డీ మరియు వడ్డీ రేట్లు లెక్కించుట మరియు వాటిని నిత్య జీవితంలో అన్వయిస్తారు.

విషయాంశాలు

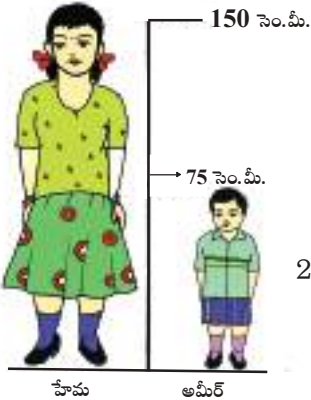
- 1.0 పరిచయం
- 1.1 బహుళ నిష్పత్తి
- 1.2 అనులోమానుపాతం
- 1.3 విలోమానుపాతం
- 1.4 మిశ్రమానుపాతం
- 1.5 శాతాల అనువర్తనాలు
- 1.6 రాయితీ
- 1.7 సాధారణ వడ్డీ



1.0 పరిచయం :

మనం నిత్య జీవితంలోని చాలా సందర్భాలలో నిష్పత్తి మరియు అనుపాతాలను ఉపయోగిస్తాం. క్రింది చిత్రాలను చూడండి. మరియు ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు సమాధానాలను చెప్పండి.

1. చిరుత పులి వేగానికి మనిషి వేగానికి గల నిష్పత్తిని చెప్పగలమా?



హేమ అమీర్



చిరుతపులి వేగం గంటకు మనిషి వేగం గంటకు
120 కి.మీ. 20 కి.మీ.

2. హేమ ఎత్తునకు, అమీర్ ఎత్తునకు గల నిష్పత్తి ఎంత?

3.  = ₹80  = ?

4. ఏ కారక నిష్పత్తి, కట్టడాలను మరింత అందంగా ఆకర్షణీయంగా తయారు చేస్తుందో మీకు తెలుసా?



Taj Mahal



Parthenon in Athens

Aspect ratio 1.618:1 is known as 'Golden Ratio'. In the construction of adjacent monuments the aspect ratio very nearer to the golden ratio.

We already learnt the concepts of ratio, proportion and percentages in the previous class. Now in this chapter we will discuss about types of proportions and applications of percentages. Before going to discuss these concepts, let us recall and review the previous learnt concepts first.

Ratio :

Comparing two quantities of the same kind by division is called 'Ratio' of those quantities. The ratio of two numbers 'a' and 'b' is $a \div b$ or $\frac{a}{b}$ and is denoted by $a : b$ and read as 'a is to b'

- * In order to find a ratio, the terms must be expressed in the same units.
- * Usually a ratio is expressed in its simplest form.

Proportion :



3:2



3:2



3:2

The ratio between length and breath of the above figures is same.

The equality of ratios is called proportion. If two ratios $a:b$ and $c:d$ are equal, then we represent it as $a : b :: c : d$ [we read it as 'a' is to 'b' is as 'c' is to 'd'] or $a : b = c : d$

If $a : b = c : d$, then a, b, c, d are in proportion. a, d are extremes and b, c are means,

The product of Extremes = The product of Means

Review Exercise

1) Find the ratio of the following:

i) 5, 8

ii) ₹10, ₹15

iii) 25Kg., 20Kg.

iv) 5l, 500ml

v) 2Km. 500m, 1Km. 750m

vi) 3hrs, 1hr. 30min.

vii) 40 days, 1 year



తాజ్ మహల్



పీథెన్స్ లో పార్థినాన్

కారక నిష్పత్తి 1.618:1 ను మనం బంగారు నిష్పత్తి అంటారు. ప్రకృతి వటాలలో చూపించబడిన ప్రపంచ ప్రఖ్యాతిగాంచిన కట్టడాల నిర్మాణ కారక నిష్పత్తి బంగారు నిష్పత్తికి చాలా దగ్గరగా ఉంటుంది.

క్రింది తరగతులలో మనం నిష్పత్తి-అనుపాతం మరియు శాతానికి సంబంధించిన వివిధ భావనలు నేర్చుకుని ఉన్నాము. ఇప్పుడు, ఈ అధ్యాయంలో మనం అనుపాతంలో రకాలు మరియు శాతాల యొక్క అనువర్తనాలను గురించి తెలుసుకుంటాం. అంతకంటే ముందుగా గతంలో నేర్చుకున్న విషయాలను పునర్విమర్శ చేసుకుందాం.

నిష్పత్తి :

ఒకే రకమైన రెండు రాశులను భాగహారం ద్వారా పోల్చడాన్ని నిష్పత్తి అంటారు. a మరియు b రాశుల నిష్పత్తి $a \div b$ లేదా $\frac{a}{b}$ ను $a : b$ గా సూచిస్తారు. a ఈజ్ టు b అని చదువుతారు.

- రాశుల నిష్పత్తి కనుగొనడానికి ఆ రాశులు ఎల్లప్పుడూ ఒకే ప్రమాణాలలో ఉండాలి.
- సాధారణంగా నిష్పత్తిని ఎల్లప్పుడూ సూక్ష్మరూపంలో ఉంచాలి.

అనుపాతం :



3:2



3:2



3:2

పై పటాలలో పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి సమానంగా వుంది.

నిష్పత్తుల యొక్క సమానత్వాన్నే అనుపాతం అంటారు. రెండు నిష్పత్తులు $a : b$ మరియు $c : d$ సమానమైతే వాటిని $a : b :: c : d$ గా సూచిస్తారు లేదా $a : b = c : d$ గా రాస్తారు.

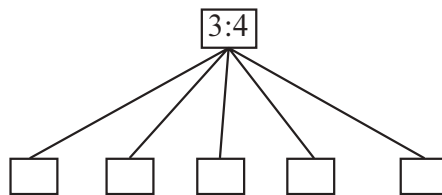
$a : b = c : d$ అయితే a, b, c, d లు అనుపాతంలో ఉన్నాయి అని అంటారు. a, d లను అంత్యములు అని, b, c లను మధ్యమములు అని అంటారు.

అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యమముల లబ్ధం



- క్రింది వాటి యొక్క నిష్పత్తి కనుగొనండి:
 - i) 5, 8
 - ii) ₹10, ₹15
 - iii) 25 కి.గ్రా, 20 కి.గ్రా
 - iv) 5 లీ, 500 మి.లీ.
 - v) 2 కి.మీ. 500 మీ., 1 కి.మీ, 750 మీ.
 - vi) 3 గం., 1గం.30.ని.
 - vii) 40 రోజులు, 1 సంవత్సరం

- 2) Express the following ratios in the simplest form:
 i) $120 : 130$ ii) $135 : 90$ iii) $48 : 144$ iv) $81 : 54$ v) $432 : 378$
- 3) Check whether the two ratios given below are in proportion.
 i) $10 : 20, 25 : 50$ ii) $18 : 12, 15 : 10$ iii) $25 : 20, 16 : 14$ iv) $54 : 27, 18 : 9$
- 4) Find the missing number in each of the following problems :
 i) $15 : 19 = 45 : \square$ ii) $9 : 13 = \square : 65$ iii) $8 : \square = 72 : 63$
- 5) Fill in the boxes with equivalent ratio of $3 : 4$.



- 6) Pick out any four numbers from below and arrange them so that they are in proportion
 2, 3, 10, 12, 15, 18
 Ex : $2 : 10 = 3 : 15$ i) : _____ ii) : _____
- 7) Divide ₹1500 into two parts such that they are in the ratio of $7 : 3$
- 8) If there are 20 chocolates in a packet, Rajani and Ragini share them Rajani takes 12 chocolates. Then what is the ratio of chocolates taken by Rajani to Ragini?
- 9) A pipe is cut into two parts such a ratio that the first part to second part is $7 : 8$. If the length of the 2nd part is 48cm, then what is the length of the first part? What is the total length of the pipe before cutting?

7.1 Compound Ratio :

A baker mixes milk and sugar in the ratio of $4:5$ for preparing a sweet. The ratio of their unit costs is in the ratio $4:3$ then what is the ratio of the amounts spent for milk and sugar?

Here what will be the ratio of costs of milk and sugar? How can we say?

In this type of situations we use 'Compound ratio'. Compound ratio is nothing but ratio of product of 'Antecedents' to the product of 'Consequents'.



Here, ratio of quantities of milk to sugar is $4:5$

Ratio of unit costs of milk to sugar is $4 : 3$

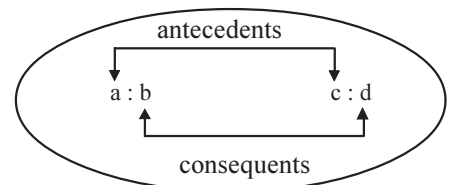
Compound ratio = $4 \times 4 : 5 \times 3 = 16:15$

which means, the amounts spent for milk and sugar are in the ratio = $16:15$

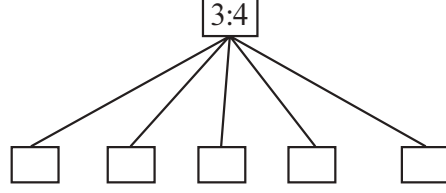
In $a : b$, 'a' is called Antecedent, 'b' is called Consequent.

So, for any two ratios $a : b$ and $c : d$, the compound ratio is $a \times c : b \times d$

[i.e. Product of antecedents : Product of consequents]



2. క్రింది నిష్పత్తులను సూక్ష్మరూపంలో తెల్పండి :
- i) $120 : 130$ ii) $135 : 90$ iii) $48 : 144$ iv) $81 : 54$ v) $432 : 378$
3. క్రింది నిష్పత్తులు అనుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో పరీక్షించండి.
- i) $10 : 20, 25 : 50$ ii) $18 : 12, 15 : 10$ iii) $25 : 20, 16 : 14$ iv) $54 : 27, 18 : 9$
4. ఈ క్రింది ఖాళీలను సరైన సంఖ్యలతో నింపండి :
- i) $15 : 19 = 45 : \square$ ii) $9 : 13 = \square : 65$ iii) $8 : \square = 72 : 63$
5. $3:4$ సమానమైన నిష్పత్తులను, ఖాళీ పెట్టెలలో పూరించండి:



6. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యల నుండి ఏవైనా నాలుగు సంఖ్యలను ఎంచుకొని, అనుపాతంలో ఉన్నట్లుగా వాటిని అమర్చుము. 2, 3, 10, 12, 15, 18
ఉదా : $2 : 10 = 3 : 15$ i) : _____ ii) : _____
7. ₹1500ను $7 : 3$ నిష్పత్తిలో ఉండేలా రెండు భాగాలుగా విభజించండి.
8. ఒక ప్యాకెట్ లో 20 చాక్లెట్లు ఉన్నాయి. రజని, రాగిణి లు వాటిని పంచుకొనగా, రజని 12 చాక్లెట్లు తీసుకుంది. అయిన రజని, రాగిణిల చాక్లెట్ల నిష్పత్తి ఎంత?
9. ఒక గొట్టాన్ని రెండు భాగాలుగా చేయగా, మొదటి భాగానికి, రెండవ భాగానికి గల నిష్పత్తి $7:8$. రెండవ భాగం పొడవు 48 సెం.మీ. అయిన మొదటి భాగం పొడవు ఎంత? భాగాలు చేయకముందు గొట్టం మొత్తం పొడవు ఎంత?

7.1 బహుళ నిష్పత్తి :

ఒక మిఠాయి తయారీదారుడు పాలు మరియు చక్కెరలను $4:5$ నిష్పత్తిలో కలిపి ఒక మిఠాయిని తయారుచేస్తున్నాడు. వాటి యొక్క ప్రామాణిక వెలల నిష్పత్తి $4:3$ అయిన పాలు మరియు చక్కెరల కొరకు పెట్టిన ఖర్చుల నిష్పత్తి ఎంత?

ఇక్కడ పాలు మరియు చక్కెరల కొరకు పెట్టిన ఖర్చుల నిష్పత్తి ఎంతవుతుంది? ఎలా చెప్పగలం? ఇలాంటి సందర్భాలలో మనం బహుళ నిష్పత్తిని ఉపయోగిస్తాం. బహుళ నిష్పత్తి అనగా రెండు నిష్పత్తులలో పూర్వపదాల లబ్ధానికి మరియు పరపదాల లబ్ధానికి గల నిష్పత్తి.



ఇక్కడ, పాలు మరియు చక్కెర పరిమాణాల నిష్పత్తి $4:5$

పాలు మరియు చక్కెరల ప్రామాణిక వెలల నిష్పత్తి $4:3$

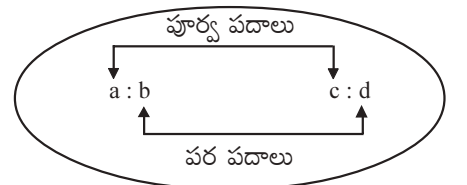
బహుళ నిష్పత్తి = $4 \times 4 : 5 \times 3 = 16 : 15$

అనగా, పాలు మరియు చక్కెరల కొరకు పెట్టిన ఖర్చుల నిష్పత్తి = $16:15$

$a : b$ లో 'a' ని పూర్వ పదం అని, 'b'ని పర పదం అని అంటాం.

ఏవైనా రెండు నిష్పత్తులు $a : b$ మరియు $c : d$ బహుళ నిష్పత్తి $a \times c : b \times d$

(అనగా, పూర్వ పదాల లబ్ధం : పర పదాల లబ్ధం)



Example 1: Find the compound ratio of 2 : 3 and 4 : 5

Solution : Compound ratio = $2 \times 4 : 3 \times 5 = 8 : 15$

Example 2 : Find the compound ratio of 8 : 7 and 9 : 13

Solution : Compound ratio = $8 \times 9 : 7 \times 13 = 72 : 91$



- Write the compound ratio of the following given ratios.
i) 3 : 5 and 4 : 3 ii) 8 : 3 and 6 : 5 iii) 2 : 1 and 8 : 7
- Fill in the boxes with correct answers.

First ratio	Second ratio	Compound ratio
1 : 3	2 : 5	2 : <input type="text"/>
7 : 6	<input type="text"/> : 4	21 : <input type="text"/>
9 : 5	3 : <input type="text"/>	<input type="text"/> : 40

Example 3 : Two friends Prabhu and Suresh started a business with ₹1,00,000 each. After 3 months Suresh left the business. At the end of the year, there was a profit of ₹20,000. Calculate the profits shared by Prabhu and Suresh?

Solution : Here Prabhu and Suresh started a business with ₹1,00,000
Prabhu continued till the end of the year
Suresh continued only for 3 months.
The ratio of the contributions = $100000 : 100000 = 1 : 1$
Ratio of their period of business = $12 : 3 = 4 : 1$
So, their profits should be divided on the basis of compound ratio
Compound ratio = $1 \times 4 : 1 \times 1 = 4 : 1$
Profit = ₹20,000
Total parts = $4 + 1 = 5$

$$\text{Suresh's profit} = 20000 \times \frac{1}{5} = ₹4000$$

$$\text{Prabhu's profit} = 20000 - 4000 = ₹16,000$$

Example 4 : Rani started a beauty parlour with an amount ₹75,000. After 4 months, Vani also joined with Rani with an amount ₹50,000. After one year, they got a profit of ₹52,000. Calculate the profits shared by Rani and Vani?

Solution : Rani's investment = ₹75,000
Rani's period in business = 1 year = 12 months
Vani's investment = ₹50,000

ఉదాహరణ 1 : 2 : 3 మరియు 4 : 5 ల బహుళ నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

సాధన : బహుళ నిష్పత్తి $2 \times 4 : 3 \times 5 = 8 : 15$

ఉదాహరణ 2 : 8 : 7 మరియు 9 : 13 ల బహుళ నిష్పత్తిని కనుగొనుము

సాధన : బహుళ నిష్పత్తి $8 \times 9 : 7 \times 13 = 72 : 91$



1. క్రింది ఇచ్చిన నిష్పత్తుల బహుళ నిష్పత్తిని కనుగొనండి:

i) 3:5 మరియు 4:3 ii) 8 : 3 మరియు 6 : 5 iii) 2 : 1 మరియు 8 : 7

2. ఈ క్రింది ఖాళీలను సరైన సమాధానాలతో పూరించండి.

మొదటి నిష్పత్తి	రెండవ నిష్పత్తి	బహుళ నిష్పత్తి
1 : 3	2 : 5	2 : □
7 : 6	□ : 4	21 : □
9 : 5	3 : □	□ : 40

ఉదాహరణ 3 : ఇద్దరు స్నేహితులు ప్రభు, సురేష్ ఒక్కొక్కరు ₹100000తో ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. మూడు నెలల తర్వాత సురేష్ వ్యాపారం నుండి వైదొలిగాడు. సంవత్సరాంతమున వారికి ₹20000 లాభం వచ్చిన, దానిలో సురేష్ మరియు ప్రభుల లాభాల వాటాలు లెక్కించండి.

సాధన : ఇక్కడ సురేష్ ప్రభులు ఇద్దరూ ఒక్కొక్కరు ₹100000తో వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. ప్రభు సంవత్సరమంతా వ్యాపారంలో కొనసాగాడు.

సురేష్ వ్యాపారంలో మూడు నెలలు మాత్రమే కొనసాగాడు.

వారి యొక్క పెట్టుబడుల నిష్పత్తి = $100000 : 100000 = 1:1$

ప్రభు, సురేష్ లు వ్యాపారంలో కొనసాగిన కాలాల నిష్పత్తి = $12:3 = 4:1$

అందువల్ల, వారి యొక్క లాభాన్ని వారి యొక్క పెట్టుబడులు మరియు కాలాల యొక్క బహుళ నిష్పత్తి ఆధారంగా పంచుకోవాలి.

బహుళ నిష్పత్తి = $1 \times 4 : 1 \times 1 = 4 : 1$

లాభం = ₹20000

మొత్తం భాగాలు $4 + 1 = 5$

సురేష్ యొక్క లాభం = $20000 \times \frac{1}{5} = ₹4000$

ప్రభు యొక్క లాభం = $20000 - 4000 = ₹16000$

ఉదాహరణ 4 : రాణి ఒక బ్యూటీషియన్ ను ₹75000 పెట్టుబడితో ప్రారంభించింది. నాలుగు నెలల తరువాత వాణి, రాణితో అదే వ్యాపారంలో ₹50000 పెట్టుబడి పెట్టింది. సంవత్సరాంతమున వారిరువురు ₹52000 లాభాన్ని సంపాదించారు. అయిన రాణి, వాణి లాభాల వాటాలు ఎంతెంత?

సాధన: రాణి యొక్క పెట్టుబడి = ₹75000

రాణి యొక్క వ్యాపార కాలం = 1 సంవత్సరం = 12 నెలలు

వాణి యొక్క పెట్టుబడి = ₹50000

Vani's period in business = 8 months

The ratio of investments of Rani to Vani = $75,000 : 50,000 = 3 : 2$

The ratio of periods of business of Rani to Vani = $12 : 8 = 3 : 2$

The profit should be distributed on the basis of compound ratio.

Compound ratio = $3 \times 3 : 2 \times 2 = 9 : 4$

Profit = ₹52,000

Total parts = $9 + 4 = 13$

Rani's profit = $52000 \times \frac{9}{13} = ₹36000$

Vani's profit = $52000 - 36000 = ₹16,000$.

Exercise - 1.1

1. Pavan and Roshan started a business with ₹150000 and ₹200000 respectively. After nine months Roshan left from the business. At the end of the year they got a profit of ₹45000. Then find the profits shared by Pavan and Roshan?
2. Salman started a hotel with an amount of ₹75000. After 5 months Deepak joined with an amount of ₹80000. At the end of the year they earned a profit of ₹73000. How will they share their profit?
3. Ramayya took a grass field for rent for grazing his 24 cows. After 5 months, Somayya also joined with him for his 40 cows. At the end year they paid a rent of ₹35,500. What would be the rent paid by each of them?
4. Ravi started a business with ₹2,10,000. After a few months, Prakash joined in the business with an amount of ₹3,60,000. At the end of the year if they got a profit of ₹1,20,000 each, then find after how many months did Prakash join in the business?



1.2 Direct proportion :

Look at the following pictures and discuss the observations :

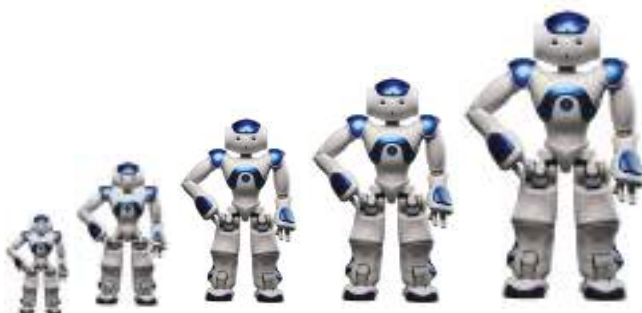


Fig. (i)



Fig. (ii)

వాణి యొక్క వ్యాపార కాలం = 8 నెలలు

రాణి మరియు వాణిల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి = 75000 : 50000 = 3:2

రాణి మరియు వాణిల వ్యాపార కాలాల నిష్పత్తి = 12:8 = 3:2

కావున, వారి యొక్క లాభాన్ని వారి యొక్క పెట్టుబడులు మరియు కాలాల యొక్క బహుళ నిష్పత్తి ఆధారంగా పంచుకోవాలి.

బహుళ నిష్పత్తి = $3 \times 3 : 2 \times 2 = 9 : 4$

లాభం = ₹52000

మొత్తం భాగాలు = 9 + 4 = 13

రాణి యొక్క లాభం = $52000 \times \frac{9}{13} = ₹36000$

వాణి యొక్క లాభం = 52000 - 36000 = ₹16000.

అభ్యాసం-1.1



1. పవన్ మరియు రోషన్ లు ఒక్కొక్కరు వరుసగా ₹150000, ₹200000 తో ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. తొమ్మిది నెలల తర్వాత రోషన్ వ్యాపారం నుండి వైదొలిగాడు. సంవత్సరాంతమున వారికి ₹45000 లాభం వచ్చింది. ఆ లాభం లో పవన్ మరియు రోషన్ల యొక్క వాటాలు ఎంతెంత?
2. సల్మాన్ ₹75000 పెట్టుబడితో ఒక షోట్ల ప్రారంభించాడు. 5 నెలల తర్వాత దీపక్ ఆ వ్యాపారంలో ₹80000 పెట్టుబడితో చేరాడు. సంవత్సరాంతమున వారు ₹73000 లాభాన్ని సంపాదించగా, ఆ లాభంలో వారి యొక్క వాటాలు ఎలా పంచుకొంటారు?
3. రామయ్య తన యొక్క 24 ఆవులను మేపుటకు గాను ఒక పచ్చికబయలు అద్దెకు తీసుకున్నాడు. 5 నెలల తర్వాత సోమయ్య తన యొక్క 40 ఆవులను మేపుటకు అదే పచ్చికబయలు అద్దెకు తీసుకొనెను. సంవత్సరాంతమున వారిద్దరూ కలిసి ₹35500 అద్దె చెల్లించిన, ఆ అద్దె లో వారిద్దరి భాగాలు ఎంతెంత?
4. రవి ఒక వ్యాపారాన్ని ₹2,10,000తో ప్రారంభించాడు. కొన్ని నెలల తర్వాత, ప్రకాష్ అదే వ్యాపారంలో ₹3,60,000 పెట్టుబడితో ప్రవేశించాడు. సంవత్సరాంతమున వారిరువురుకు, ఒక్కొక్కరికి ₹120000 లాభం వచ్చిన, ప్రకాష్ ఎన్ని నెలల తర్వాత ఆ వ్యాపారంలో చేరాడో కనుగొనండి.



1.2 అనులోమానుపాతం :

క్రింది చిత్రాలను పరిశీలించండి. పరిశీలనలను చర్చించండి:



పటం (i)



పటం (ii)

Discuss and answer the following questions related to real life situation:

1. If the cost of 3 ball pens is ₹15, then what is the cost of 6 such pens?
2. In a school, for implementing 'Jagananna Gorumudda' scheme for class VII of 40 students they need 6Kgs of rice for one day.
 - How much rice is needed for 6 days?
 - How much rice is needed for 10 days?
 - How much rice is needed for 5 days?

From the above examples we have observed that, when the cost of ball pens increases as with the number of ball pens and in second example also quantity of rice increases as with the number of students.

In two quantities when one quantity increases, then the other also increases or if one quantity decreases, then the other also decreases in the same proportion, then the two quantities are said to be in direct proportion.



Given below the number of workers working for construction of a house and their wages in total

Number of workers (x)	2	3	5	10
Workers wages (y)	600	900		
Ratio ($x : y$)	1 : 300			

From the table, we can observe that when the value of ' x ' increases, the corresponding values of ' y ' also increases and if ' x ' decreases, ' y ' also decreases. In such a way that the ratio in each case has the same value. Thus, we can say that the number of workers for the construction of a house and total the wages paid to them are in direct proportion. It is denoted by ' $x \propto y$ ' and read as x is directly proportional to y .

In general $\frac{x}{y} = k$, when ' x ' and ' y ' are in direct proportion. ' k ' is called constant of proportion.

When ' x ' and ' y ' are in direct proportion, then $\frac{x}{y} = k$ or $x = k \times y$

Example 5 : If 3 : 4 and 9 : x are in direct proportion, then what is the value of x ?

Solution : If 3 : 4 and 9 : x are in direct proportion, then their ratio is constant.

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{9}{x} \Rightarrow 3 \times x = 4 \times 9 \Rightarrow x = \frac{4 \times 9}{3} = 12$$

Example 6 : If the cost of 4 note books is ₹80. What would be the cost of 7 note books?

Solution : We know that as number of note books increases, the cost also increases such that the ratio of number of note books and the ratio of their costs will remain the same. That means here number of note books and the cost are in direct proportion.

క్రింద ఇవ్వబడిన నిత్య జీవిత ప్రశ్నలను చర్చించి సమాధానాలు చెప్పండి:

1. మూడు బాల్ పెన్నులు ₹15 అయిన అటువంటి 6 బాల్ పెన్నుల వెల ఎంత?
2. ఒక పాఠశాలలో జగనన్న గోరుముద్ద పథకం లో భాగంగా ఏడవ తరగతి లో 40 మంది విద్యార్థులకు గాను ఒక రోజుకి 6 కి.గ్రా. బియ్యం అవసరం.
 - 6 రోజులకి ఎన్ని బియ్యం అవసరం?
 - 10 రోజులకి ఎన్ని బియ్యం అవసరం?
 - 5 రోజులకి ఎన్ని బియ్యం అవసరం?

పై ఉదాహరణలో బాల్ పెన్నుల సంఖ్య పెరుగుతూ ఉంటే వాటి వెల కూడా పెరుగుతుంది. అదేవిధంగా రెండవ సందర్భంలో కూడా రోజుల సంఖ్య పెరుగుతూ ఉంటే కావాల్సిన బియ్యం కూడా పెరుగుతుంది. అనగా ఒక రాశి పెరుగుతూ ఉంటే రెండవ రాశికూడా పెరుగుతుంది. అదేవిధంగా ఒక రాశి తగ్గుతూ ఉంటే రెండవ రాశి కూడా తగ్గుతుంది.

రెండు రాశులలో ఒక రాశి పెరిగినప్పుడు, రెండవది కూడా అదే అనుపాతంలో పెరిగితే లేదా ఒక రాశి తగ్గినప్పుడు రెండవ రాశి కూడా అదే అనుపాతంలో తగ్గితే, అప్పుడు ఆ రెండు రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయని అంటారు.



ఒక ఇల్లు కట్టడానికి అవసరమైన కూలి పని వాళ్లు సంఖ్య, వాళ్లకి రోజువారీ ఇచ్చే మొత్తం వేతనాన్ని క్రింద ఇవ్వబడింది.

పనివాళ్ళ సంఖ్య (x)	2	3	5	10
పనివాళ్ళ వేతనం (y)	600	900		
నిష్పత్తి ($x : y$)	1 : 300			

పై పట్టిక నుండి మనం పరిశీలిస్తే ' x ' యొక్క విలువ పెరుగుతూ ఉంటే దానికనుగుణంగా ' y ' విలువ కూడా పెరుగుతుంది. అదేవిధంగా ' x ' విలువ తగ్గుతూ ఉంటే దాని కనుగుణంగా ' y ' విలువ కూడా తగ్గుతుంది. అదేవిధంగా, ప్రతి సందర్భంలో ' x ' మరియు ' y ' ల నిష్పత్తి ఒకే విలువను కలిగి వుంది. అందువల్ల పని వాళ్ళ సంఖ్య మరియు వారికి అవసరం అయ్యే మొత్తం వేతనం అనులోమానుపాతం లో ఉందని చెప్తాము. దీనిని ' $x \propto y$ ' తో సూచిస్తారు. ' x మరియు ' y ' లు అనులోమానుపాతం లో ఉన్నాయని చెప్తారు.

సాధారణంగా ' x మరియు ' y ' లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటే $\frac{x}{y} = k$ (స్థిరం). ' k ' అనుపాత స్థిరాంకం

' x మరియు ' y ' లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటే $\frac{x}{y} = k$ లేదా $x = k \times y$. ' k 'ను అనుపాత స్థిరాంకం అంటారు.

ఉదాహరణ 5 : 3 : 4 మరియు 9 : x లు అనులోమానుపాతం లో ఉంటే x విలువ ఎంత?

సాధన : 3 : 4 మరియు 9 : x అనులోమానుపాతంలో ఉంటే వాటి నిష్పత్తి స్థిరము.

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{9}{x} \Rightarrow 3 \times x = 4 \times 9 \Rightarrow x = \frac{4 \times 9}{3} = 12$$

ఉదాహరణ 6 : 4 నోటు పుస్తకాల వెల ₹80 అయిన, 7 నోటు పుస్తకాల వెల ఎంత?

సాధన : ఇక్కడ నోటు పుస్తకాల సంఖ్య పెరిగిన, వాటి వెల కూడా పెరుగుతుంది. అదేవిధంగా నోటు పుస్తకాల సంఖ్యకు, వాటి వెలకు గల నిష్పత్తి స్థిరము. అనగా ఇక్కడ నోటు పుస్తకాల సంఖ్య, వాటి వెల అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయి.

Let the cost of 7 note books be 'x'

$$\text{Then, } 4 : 80 = 7 : x$$

If the ratios are equal, the product of means = The product of the extremes

$$4 \times x = 80 \times 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{80 \times 7}{4} = ₹140.$$

Thus, the cost of 7 note books is equal to ₹140



The above problem can be solved by using unitary method. Can you solve? How? Think.



Example 7 : The scale of a map is given as 1:30000. If two cities are 20 cm apart on the map, then find the actual distance between them?

Solution : Let the actual distance be 'x' cm. Since the distance on the map is directly proportional to the actual distance.

$$1 : 30000 = 20 : x$$

If the ratios are equal, the product of means = The product of the extremes

$$\therefore 1 \times x = 30,000 \times 20$$

$$\Rightarrow x = 6,00,000 \text{ cm} = 6 \text{ Km. [1,00,000 cm} = 1000\text{m} = 1\text{Km.]}$$

Thus, two cities which are 20cm apart on the map are actually 6km away from each other.



Fill in the blanks, if the given quantities are in direct proportion.

Quantity 1 :	2	4		16	24			72	
Quantity 2 :	6		15			90	120		180

Exercise - 1.2



- Find out whether the given quantities are in direct proportion or not?
 - Cost of pens, number of pens
 - Number of people, food required to them
 - Speed of a car, time taken to reach destination
 - Time taken, distance covered
 - Cost of the vegetables, number of vegetable bags.
- Five people went to a Park and paid ₹580 for tickets. If three people went to the Park, how much money did they have to pay?
- A map drawn with a scale of 1 cm represents 26 Km. If the original distance between two stations 1404 Km., then what would be the distance between the stations in the map?



ఏడు నోటు పుస్తకాల వెల 'x' అనుకున్నచో,

$$\text{ఆప్పుడు, } 4 : 80 = 7 : x$$

నిష్పత్తులు సమానం అయినప్పుడు, అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యమముల లబ్ధం.

$$4 \times x = 80 \times 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{80 \times 7}{4} = ₹140 \quad 7 \text{ నోటు పుస్తకాల వెల} = ₹140$$



పై సమస్యను ఏక వస్తు పద్ధతిని ఉపయోగించి సాధించగలం. మీరు చేయగలరా? ఎలా? ఆలోచించు.

ఉదాహరణ 7 : ఒక పటాన్ని 1 : 30000 స్కేలు (పరిమాణం)తో గీయబడింది. పటంలో రెండు పట్టణాల మధ్య దూరం 20 సెం.మీ. అయిన, రెండు పట్టణాల మధ్య వాస్తవ దూరం ఎంత?

సాధన : పటంలో ఉన్న దూరానికి, వాస్తవ దూరం అనులోమానుపాతంలో ఉంటుందని మనం గమనించవచ్చు. రెండు పట్టణాల మధ్య వాస్తవ దూరం 'x' అనుకున్నచో,

$$1 : 30000 = 20 : x$$

నిష్పత్తులు సమానం కావున, అంత్యముల లబ్ధం = మధ్యమముల లబ్ధం

$$\therefore 1 \times x = 30,000 \times 20$$

$$\Rightarrow x = 6,00,000 \text{ సెం.మీ} = 6 \text{ కి.మీ} [1,00,000 \text{ సెం.మీ} = 1000 \text{ మీ} = 1 \text{ కి.మీ}]$$

పటంలో 20 సెం.మీ. దూరంలో ఉన్న పట్టణాల మధ్య వాస్తవ దూరం = 6 కి.మీ.



క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికలో రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉంటే ఖాళీలను పూరించండి :

పరిమాణం 1 :	2	4		16	24			72	
పరిమాణం 2 :	6		15			90	120		180

అభ్యాసం-1.2



1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో కనుగొనండి:

- పెన్నుల వెల, పెన్నుల సంఖ్య
- మనుషుల సంఖ్య, వారికి కావాల్సిన ఆహారం
- కారు వేగం, గమ్యాన్ని చేరడానికి పట్టే సమయం.
- పట్టిన సమయం, ప్రయాణించిన దూరం.
- కూరగాయల వెల, బ్యాగుల సంఖ్య.



2. ఐదుగురు వ్యక్తులు ఒక పార్కుకు వెళ్ళి టిక్కెట్లు కొరకు ₹580 చెల్లించారు.

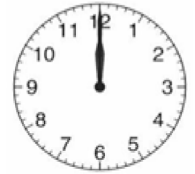
అదే పార్కుకు ముగ్గురు వ్యక్తులు వెళ్ళే టిక్కెట్లు కొరకు ఎంత సొమ్ము చెల్లించాలి?

3. ఒక మ్యాపులో 26 కి.మీ.ను ఒక సెం.మీ. ప్రామాణికంగా గీశారు. రెండు ప్రాంతాల మధ్య వాస్తవ దూరం 1404 కి.మీ. అయిన, మ్యాప్ లో వాటి మధ్య దూరం ఎంత ఉంటుంది?

- 4) The weight of 72 pipes is 180 Kg. Then what is the weight of 90 such pipes?
- 5) A motorbike requires 3 liters of petrol to cover 135 Km. on average. How many litres of petrol will be required to cover 495 Km.?
- 6) The shadow of a pole with the height of 10 m. is 6 m. Then find the height of another pole whose shadow is 9 m. at the same time?



Take a clock and fix its minute hand at a particular number on clock (if it is 12 it will be easy). Then find and note the angles made by minute hand in every 15 minutes interval of time:



Time passed (in minutes)	15	30	45	60
Angle (in degrees)	90			

Check whether they are in direct proportion or not?



- ❖ What is the angle made by minutes hand in a minute?
- ❖ What is the angle made by hours hand in one minute?

1.3 Inverse Proportion :

If in two quantities, when one quantity increases, then the other quantity decreases in the same proportion or vice versa, then the two quantities are said to be in inverse proportion.

When x and y are in Inverse Proportion then $x \times y = k$ or $x = \frac{k}{y}$ or $y = \frac{k}{x}$

Example 8 : If 4, 7 and 2, x are inverse proportion, then what is the value of x ?

Solution : 4, 7 and 2, x are in inverse proportion. Therefore, $4 \times 7 = 2 \times x$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 7}{2} = 14$$



1. Fill in the blanks if the given quantities are in inverse proportion

Quantity 1	2	3	6		
Quantity 2	90			36	20

Example 9 : If four children share some chocolates, each one gets 10 chocolates. If one more child joins with them and equally distributes, how many chocolates each one gets?

Solution : Here the total number of chocolates are constant.

If the number of children increases, the chocolates each one get will be decreases.

4. 72 పైపుల బరువు 180 కి.గ్రా. అయిన అటువంటి 90 పైపుల బరువు ఎంత?
5. ఒక మోటార్ సైకిల్ 135 కి.మీ. దూరాన్ని చేరుటకు సరాసరిన 3 లీ. పెట్రోలు అవసరమైన, 495 కి.మీ. దూరాన్ని చేరుటకు ఎన్ని లీటర్ల పెట్రోల్ అవసరమాతుంది?
6. 10 మీ. పొడవు కలిగిన ఒక స్థంభం యొక్క నీడ పొడవు 6 మీ. అదే సమయంలో మరొక స్థంభం యొక్క నీడ పొడవు 9 మీ. అయిన, ఆ స్థంభం యొక్క అసలు పొడవు ఎంత?



ఒక గడియారాన్ని తీసుకుని నిమిషాల ముల్లు ఏదైనా ఒక సంఖ్య దగ్గర ఉంచండి. (ఇది 12 దగ్గర అయితే సులభం అవుతుంది) అప్పటి నుండి ప్రతి 15 నిమిషాల వ్యవధిలో ఆ ముల్లు చేసిన కోణాన్ని కనుక్కొని, నమోదు చేయండి.



కాలం (నిమిషాలలో)	15	30	45	60
కోణం (డిగ్రీలలో)	90			

పై రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయో లేదో పరీక్షించండి.



- ❖ నిమిషాల ముల్లు ఒక నిమిషంలో చేయు కోణం ఎంత?
- ❖ గంటల ముల్లు ఒక నిమిషంలో చేయు కోణం ఎంత?

1.3 విలోమానుపాతం :

రెండు రాశులలో, ఒక రాశి పెరిగినప్పుడు రెండవ రాశి అదే అనుపాతంలో తగ్గితే లేదా ఒక రాశి తగ్గినప్పుడు రెండవ రాశి అదే అనుపాతంలో పెరిగితే అప్పుడు ఆ రెండు రాశులు విలోమానుపాతంలో ఉన్నాయని అంటారు.

$$x, y \text{ లు విలోమానుపాతంలో ఉంటే } x \times y = k \text{ లేదా } x = \frac{k}{y} \text{ లేదా } y = \frac{k}{x}$$

ఉదాహరణ 8 : 4, 7 మరియు 2, x లు విలోమానుపాతంలో ఉంటే, x విలువ ఎంత?

సాధన : 4, 7 మరియు 2, x లు విలోమానుపాతం లో ఉన్నాయి. అందువల్ల, $4 \times 7 = 2 \times x$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 7}{2} = 14$$



1. క్రింద ఇవ్వబడిన రాశులు విలోమానుపాతంలో ఉంటే, ఖాళీలను పూరించండి :

మొదటి రాశి	2	3	6		
రెండవ రాశి	90			36	20

ఉదాహరణ 9 : కొన్ని చాక్లెట్లను నలుగురు పిల్లలు సమానంగా పంచుకుంటుంటే, ఒక్కొక్కరికి 10 చాక్లెట్లు వచ్చాయి. అదనంగా మరొక పిల్లవాడు వారితో చేరిన, అవే చాక్లెట్లను సమానంగా పంచుకున్నచో, ఒక్కొక్కరికి ఎన్ని చాక్లెట్లు వస్తాయి?

సాధన : ఇక్కడ మొత్తం చాక్లెట్ల సంఖ్య స్థిరం. పిల్లల సంఖ్య పెరుగుతూ ఉంటే, ఒక్కొక్కరికి వచ్చే చాక్లెట్లు సంఖ్య తగ్గుతుంది.

So the number of children and the number of chocolates each one get are in inverse proportion. Let the number of chocolates each one gets be 'x'.

Number of children	Number of chocolates
4	10
5	x

By taking inverse proportion,

$$4 : 5 = x : 10$$

Then,

$$\begin{aligned} \therefore 4 \times 10 &= 5 \times x \\ \Rightarrow 5 \times x &= 4 \times 10 \\ \Rightarrow x &= \frac{4 \times 10}{5} = 8 \end{aligned}$$

\therefore If chocolates are distributed to five children then each one will get 8 chocolates.

Observe this:
The total number of chocolates = 4×10
In inverse proportion, product is always constant.

$$\begin{aligned} \therefore 4 \times 10 &= 5 \times x \\ \Rightarrow 5 \times x &= 4 \times 10 \\ \Rightarrow x &= \frac{4 \times 10}{5} = 8 \end{aligned}$$

Example 10: If 18 workers can build a wall in 12 days, how many days will eight workers take to build the same wall?

Solution: If the number of workers decreases, the time taken to build the wall increases in the same proportion. So number of workers and the number of days to complete work are in inverse proportion.

Let the number of days to complete the work be 'x'.

Number of workers	Number of days
18	12
8	x

By taking inverse proportion,

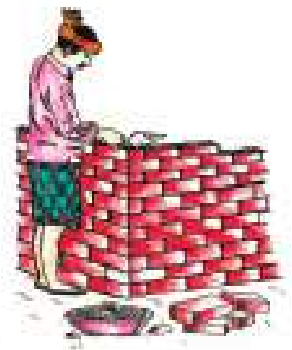
$$18 : 8 = x : 12$$

$$\begin{aligned} \text{Then, } 18 \times 12 &= 8 \times x \\ \Rightarrow 8 \times x &= 18 \times 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{18 \times 12}{8} = 27 \text{ days} \end{aligned}$$

\therefore Eight workers can complete the wall in 27 days.

Observe this:
In inverse proportion, product is always constant.

$$\begin{aligned} 18 \times 12 &= 8 \times x \\ \Rightarrow 8 \times x &= 18 \times 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{18 \times 12}{8} = 27 \text{ days} \end{aligned}$$



కావున, పిల్లల సంఖ్య, ఒక్కొక్కరికి వచ్చే చాక్లెట్ల సంఖ్య విలోమానుపాతంలో వుంటాయి. ఒక్కొక్కరికి వచ్చిన చాక్లెట్లు సంఖ్య 'x' అనుకొనిన,

పిల్లల సంఖ్య	చాక్లెట్ల సంఖ్య
4	10
5	x

విలోమానుపాతాన్ని తీసుకుంటే,

$$4 : 5 = x : 10$$

అప్పుడు,

$$\begin{aligned} \therefore 4 \times 10 &= 5 \times x \\ \Rightarrow 5 \times x &= 4 \times 10 \\ \Rightarrow x &= \frac{4 \times 10}{5} = 8 \end{aligned}$$

\therefore కావున, ఐదుగురు పిల్లలు పంచుకుంటే ఒక్కొక్కరికి 8 చాక్లెట్లు వస్తాయి.

ఇది పరిశీలించండి:

$$\text{మొత్తం చాక్లెట్ల సంఖ్య} = 4 \times 10$$

విలోమానుపాతం లో ఉంటే, లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ స్థిరం.

$$\begin{aligned} \therefore 4 \times 10 &= 5 \times x \\ \Rightarrow 5 \times x &= 4 \times 10 \\ \Rightarrow x &= \frac{4 \times 10}{5} = 8 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 10 : 18 మంది పనివాళ్ళు ఒక గోడను 12 రోజులలో కట్టగలరు. అయిన ఎనిమిదిమంది పనివాళ్ళు, అలాంటి గోడను ఎన్ని రోజులలో నిర్మించగలరు?

సాధన:

పనివాళ్ళ సంఖ్య తగ్గుతూ ఉంటే, గోడ కట్టడానికి పట్టే రోజుల సంఖ్య పెరుగుతుంది. కావున, పనివాళ్ళ సంఖ్య మరియు గోడ కట్టడానికి పట్టే రోజులు సంఖ్య విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి. గోడ కట్టడానికి పట్టే రోజుల సంఖ్య 'x' అనుకొనుము.



పనివాళ్ళ సంఖ్య	రోజుల సంఖ్య
18	12
8	x

విలోమానుపాతాన్ని తీసుకుంటే,

$$18 : 8 = x : 12$$

$$\begin{aligned} \text{అప్పుడు, } 18 \times 12 &= 8 \times x \\ \Rightarrow 8 \times x &= 18 \times 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{18 \times 12}{8} = 27 \text{ రోజులు} \end{aligned}$$

\therefore కావున, ఎనిమిది మంది పనివాళ్ళు 27 రోజులలో గోడను నిర్మించగలరు.

ఇది పరిశీలించండి :

విలోమానుపాతం లో ఉంటే, లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ స్థిరం.

$$\begin{aligned} 18 \times 12 &= 8 \times x \\ \Rightarrow 8 \times x &= 18 \times 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{18 \times 12}{8} = 27 \text{ రోజులు} \end{aligned}$$

Example 11: 4 Pumps are required to fill a tank in 1 hr 30min. How long will it take if only 3 pumps of the same type are used?

Solution: Let the time be 'x'.

$$1 \text{ hr } 30 \text{ min} = 60 + 30 = 90 \text{ minutes}$$

If the number of pumps are decrease, the time taken to fill the tank increases.

So the number of pumps and time taken to fill the tank are in inverse proportion

Number of pipes	Time taken to fill (min)
4	90
3	x



By taking inverse proportion

$$4 : 3 = x : 90$$

Thus,

$$4 \times 90 = 3 \times x$$

$$\Rightarrow 3 \times x = 4 \times 90$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 90}{3} = 120 \text{ min}$$

Observe this:

In inverse proportion, product is always constant

$$4 \times 90 = 3 \times x$$

$$\Rightarrow 3 \times x = 4 \times 90$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 90}{3} = 120 \text{ min}$$

\therefore 3 pumps will fill the tank in 120 min or 2hrs.

Exercise - 1.3



- Find out whether the given quantities are vary directly or inversely
 - Time taken to cover a distance, speed
 - Area of land and its cost
 - Number of men for work, time taken to complete the work
 - Number of people, quantity of food grains each one gets (total quantity remains same)
 - The length of a journey by bus and price of the ticket
- If 24 men can construct a wall in 10 days. In how many days will 15 men do it?
- In a hostel there are food provisions for 50 girls for 40 days. If 30 more girls join the hostel, how long will the provisions last?
- Suman travels a distance for 5 hours with a speed of 48 kilometres per hour. If he wants to travel the same in 4 hours at what speed he should travel?
- A person has money to buy 8 bicycles of worth ₹4500 each. If the cost of the bicycle is decreased by ₹500, then how many bicycles can he buy with the amount he has?



ఉదాహరణ 11: ఒక పెద్ద నీళ్ళ తొట్టెను నాలుగు పంపులు 1 గం. 30 ని.లలో నింపగలవు. అదే తొట్టెను 3 పంపులు ఎంత సమయంలో నింపగలవు?

సాధన:

సమయం 'x' అనుకుంటే

1 గం. 30 ని. = 60 + 30 = 90 ని.

పంపుల సంఖ్య తగ్గుతూ ఉంటే, నీళ్ళ తొట్టె నిండడానికి పట్టే సమయం పెరుగుతూ ఉంటుంది.

పైపుల సంఖ్య	నింపడానికి పట్టే కాలం(ని.)
4	90
3	x



విలోమానుపాతాన్ని తీసుకుంటే:

$$4 : 3 = x : 90$$

అప్పుడు,

$$4 \times 90 = 3 \times x$$

$$\Rightarrow 3 \times x = 4 \times 90$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 90}{3} = 120 \text{ ని.}$$

ఇది కూడా పరిశీలించండి :

విలోమానుపాతం లో ఉంటే, లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ స్థిరం.

$$4 \times 90 = 3 \times x$$

$$\Rightarrow 3 \times x = 4 \times 90$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 90}{3} = 120 \text{ ని.}$$

∴ కావున, మూడు పంపులు కలిపి ఆ నీళ్ళ తొట్టె ను 120 ని. లేదా 2 గం.లలో నింపగలవు.

అభ్యాసం -1.3



- ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయో లేదా విలోమానుపాతం లో ఉంటాయో కనుక్కోండి:
 - నిర్దిష్ట దూరాన్ని చేరుటకు పట్టు సమయం, వేగం.
 - స్థలం వైశాల్యం, దాని ఖరీదు.
 - పనిని పూర్తి చేయుటకు మనుషుల సంఖ్య, పని పూర్తవడానికి పట్టు సమయం.
 - మనుషుల సంఖ్య, ఒక్కొక్కరికి వచ్చే ఆహారధాన్యాల పరిమాణం (మొత్తం ఆహార ధాన్యాలు స్థిరం).
 - బస్సులో ప్రయాణం చేసే దూరం, టికెట్ ధర.
- 24 మంది వ్యక్తులు ఒక గోడను 10 రోజులలో నిర్మించగలరు. అంతే పొడవైన గోడను 15 మంది వ్యక్తులు ఎన్ని రోజులలో నిర్మించగలరు?
- ఒక బాలికల వసతి గృహంలో, 50 మంది బాలికలకు 40 రోజులకు సరిపోయే ఆహార పదార్థాలు ఉన్నాయి. అదనంగా 30 మంది బాలికలు ప్రవేశం పొందిన, అందరికీ ఎన్ని రోజుల వరకూ ఆ ఆహారపదార్థాలు సరిపోతాయి?
- సుమన్ కొంత దూరం గంటకు 48 కి.మీ. సరాసరి వేగంతో, ఐదు గంటలపాటు ప్రయాణించాడు. అదే దూరాన్ని అతను నాలుగు గంటలలో ప్రయాణం చేయవలెనన్న, ఎంత వేగంతో ప్రయాణం చేయాలి?
- ఒక్కొక్క సైకిలు వెల ₹4500 చొప్పున, ఎనిమిది సైకిళ్లను కొనుటకు ఒక వ్యక్తి వద్ద డబ్బులు ఉన్నవి. ఒక్కొక్క సైకిల్ వెల ₹500 తగ్గిన, తన వద్దవున్న అదే సొమ్ముతో అతను ఎన్ని సైకిళ్లను కొనగలడు?



- 6) 2 pumps are required to fill a tank in 1 hour. How many pumps of the same type are used to fill the tank in 24 minutes?
7. 18 men can reap a field in 10 days. For reaping the same field in 6 days, how many more men are required?
8. 1200 soldiers in a checkpost had enough food for 28 days. After 4 days some soldiers were transferred to another checkpost and thus remaining food is sufficient for 32 more days.



How many soldiers left the checkpost?

1.4 Compound Proportion :

Let us observe the following problem :

Example 12: If 30 persons use 40 Kg. of sugar in 10 days, find in how many days 80 persons will use 320 Kg. of sugar? How can we solve?

Solution: Here, the 3 quantities are persons, weight and number of days.

Persons	Weight (Sugar)	No. of Days
30 ↑	40 ↓	10 ↓
80	320	?

From the above

- Here days and persons are in inverse we denote it with ↑ mark.
- Here days and sugar are in direct proportion we denote it with ↓ mark.

Here number of days is depends on both persons and weight of sugar. So we have to take compound ratio of 80 : 30 and 40 : 320

$$\therefore 10 : x = 80 \times 40 : 30 \times 320 = 3200 : 9600$$

Since the ratios are equal, the product of extremes is equal to product of means.

$$10 : x = 3200 : 9600$$

$$\Rightarrow 10 \times 9600 = x \times 3200$$

$$\Rightarrow x \times 3200 = 10 \times 9600$$

$$\Rightarrow x = \frac{10 \times 9600}{3200} = 30$$

Some times change in one quantity depends upon the change in two or more quantities in some proportion, which means in some problems which may involve a chain of two or more variations in them. This is called 'Compound Proportion' or 'Mixed proportion'.

Then we equate the ratio of the first quantity to the compound ratio of the other two quantities.

- One quantity may be in direct proportion with the other two quantities.
- One quantity may be in inverse proportion with the other two quantities.
- One quantity may be in direct proportion with one quantity and in inverse proportion with the remaining quantity.

6. 2 పంపులు ఒక నీళ్ల ట్యాంకును, ఒక గంట సమయంలో నింప గలవు. అదే నీళ్ల ట్యాంక్‌ను 24 ని.లలో నింపవలెనన్న ఎన్ని పంపులు కావలెను?
7. 18 మంది వ్యక్తులు ఒక పొలంలో పంటను 10 రోజులలో కోయగలరు. అదే పంటను 15 రోజులలో కోయవలెనన్న, ఎంత మంది మనుషులు కావలెను?
8. ఒక సరిహద్దు చెక్ పోస్ట్ వద్ద 1200 మంది సైనికులకు 28 రోజులకు సరిపోయే ఆహార పదార్థాలు ఉన్నాయి. 4 రోజుల తర్వాత కొంతమంది సైనికులు వేరొక చెక్ పోస్ట్‌కు బదిలీకాగా, మిగిలిన వారికి 32 రోజులకు ఆహార పదార్థాలు సరిపోయాయి. అయిన ఎంత మంది సైనికులు బదిలీ అయ్యారు?



1.4 మిశ్రమానుపాతం :

(క్రింది సమస్యను పరిశీలించండి:

ఉదాహరణ 12 : 30 మంది వ్యక్తులు 40 కి.గ్రా. చక్కెరను పది రోజులలో వాడిన, 80 మంది వ్యక్తులు 320 కి. గ్రా.ల చక్కెరను ఎన్ని రోజులలో వినయోగిస్తారు? ఎలా సాధిస్తాం?

సాధన :

ఇక్కడ 3 రాశులు ఉన్నాయి. అవి మనుషుల సంఖ్య, చక్కెర బరువు మరియు రోజుల సంఖ్యలు.

మనుషుల సంఖ్య	బరువు (చక్కెర)	రోజుల సంఖ్య
30 ↑	40 ↓	10 ↓
80	320	?

పై పట్టిక నుండి,

- రోజుల సంఖ్య మరియు వ్యక్తుల సంఖ్య రెండు రాశులు విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి. దీనిని ↑ గుర్తు తో సూచించాం.
- రోజుల సంఖ్య మరియు చక్కెర బరువు రెండు రాశులు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి. దీనిని ↓ గుర్తుతో సూచించాం.

ఇక్కడ రోజుల సంఖ్య, వ్యక్తుల సంఖ్య మరియు చక్కెర బరువులు రెండింటిపై ఆధారపడుతుంది. కావున, మనం 80 : 30 మరియు 40 : 320 బహుళ నిష్పత్తులను తీసుకోవాలి.

$$\therefore 10 : x = 80 \times 40 : 30 \times 320 = 3200 : 9600$$

నిష్పత్తులు సమానం కావున, అంత్యముల లబ్ధం, మధ్యమముల లబ్ధానికి సమానం.

$$10 : x = 3200 : 9600$$

$$\Rightarrow 10 \times 9600 = x \times 3200$$

$$\Rightarrow x \times 3200 = 10 \times 9600$$

$$\Rightarrow x = \frac{10 \times 9600}{3200} = 30$$

కొన్నిసార్లు ఒక రాశిలో మార్పు, ఏవైనా మరొక రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ రాశులలో మార్పులపై ఏదో ఒక అనుపాతంలో ఆధారపడి ఉంటుంది. అనగా కొన్ని సమస్యలలో రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువగా మార్పులు కలిగి ఉంటాయి. దీనినే మిశ్రమానుపాతం అంటారు. అటువంటి సందర్భంలో మొదటి రాశుల నిష్పత్తికి, మిగిలిన రాశుల నిష్పత్తుల యొక్క బహుళ నిష్పత్తికి సమానం చేస్తాం.

1. ఒక రాశి మిగిలిన రెండు రాశులతో అనులోమానుపాతం కలిగి ఉండొచ్చు.
2. ఒక రాశి మిగిలిన రెండు రాశులతో విలోమానుపాతం కలిగి ఉండొచ్చు.
3. ఒక రాశి మిగిలిన రెండు రాశులలో ఒకదానితో అనులోమానుపాతం, మరొకదానితో విలోమానుపాతం కలిగి ఉండొచ్చు.

Example 13: If the mess charges for 35 students for 24 days is ₹6300. How much will be the mess charges for 25 students for 18 days?

Solution: Here, we have three quantities number of students, days and mess charges.

No. of students	No. of Days	Mess charges
35	24	6300
25	18	?

Mess charges and number of students are in direct proportion.

Mess charges and number of days are in direct proportion.

Since mess charges depend upon both the values of number of students and number of days, so we will take a compound ratio of 35 : 25 and 24 : 18

Therefore $6300 : x = 35 \times 24 : 25 \times 18 = 840 : 450$

Since the ratios are equal, Product of means is equal to product of extremes.

$$6300 : x = 840 : 450$$

$$\Rightarrow 6300 \times 450 = x \times 840$$

$$\Rightarrow x = \frac{6300 \times 450}{840} = 3375$$

Hence the mess charges are ₹3375

Example 14: 8 painters can paint a wall of 160m long in 5 days. How many painters are required to paint 240m. wall in 10 days?

Solution: Here we have three quantities - number of painters, length of wall and number of days.

No. of painters	Length	No. of Days
8	160	5
?	240	10

Number of painters is directly proportional to length of the wall.

Number of painters is inversely proportional to the number of days.

Since the number of painters depends both on length of wall and number of days,

We will take the compound ratio of 160 : 240 and 10 : 5

$$\therefore 8 : x = 160 \times 10 : 240 \times 5$$

Since the ratios are equal, product of means is equal to product of extremes

$$8 : x = 160 \times 10 : 240 \times 5$$

$$\Rightarrow x \times 160 \times 10 = 8 \times 240 \times 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \times 240 \times 5}{160 \times 10} = 6$$

Hence the required number of painters = 6

ఉదాహరణ 13 : ఒక వసతి గృహంలో 35 మంది విద్యార్థులకు 24 రోజులకు భోజన ఖర్చులు ₹6300 అయిన, 25 మంది విద్యార్థులకు 18 రోజులకు భోజన ఖర్చులు ఎంత అవుతాయి?

సాధన: ఇక్కడ మనకు 3 రాశులు అనగా విద్యార్థుల సంఖ్య, రోజుల సంఖ్య మరియు భోజన ఖర్చులు ఉన్నాయి.

విద్యార్థుల సంఖ్య	రోజుల సంఖ్య	భోజన ఖర్చులు
35	24	6300
25	18	?

భోజన ఖర్చులు మరియు విద్యార్థుల సంఖ్య అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

భోజన ఖర్చులు మరియు రోజుల సంఖ్య అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

భోజన ఖర్చులు, విద్యార్థుల సంఖ్య మరియు రోజుల సంఖ్య రెండింటి మీద ఆధారపడి ఉన్నందున మనం 35:25 మరియు 24:18 నిష్పత్తుల బహుళ నిష్పత్తిని తీసుకోవాలి.

కావున, $6300 : x = 35 \times 24 : 25 \times 18 = 840 : 450$

నిష్పత్తులు సమానం. కావున, అంత్యముల లబ్ధం, మధ్యమముల లబ్ధానికి సమానం.

$$6300 : x = 840 : 450$$

$$\Rightarrow 6300 \times 450 = x \times 840$$

$$\Rightarrow x = \frac{6300 \times 450}{840} = 3375$$

కావున, భోజన ఖర్చులు ₹3375

ఉదాహరణ 14 : 8 మంది రంగులు వేసేవారు 160 మీ. పొడవు గల ఒక గోడకు, 5 రోజులలో రంగులు వేయగలరు. 240 మీ. పొడవు గల గోడకు, 10 రోజులలో రంగు వేయుటకు ఎంత మంది పనివాళ్ళు కావాలను?

సాధన: ఇక్కడ మూడు రాశులు అనగా రంగులు వేసేవారి సంఖ్య, గోడ పొడవు మరియు రోజుల సంఖ్య గలవు.

రంగులు వేసేవారి సంఖ్య	పొడవు	రోజుల సంఖ్య
8	160	5
?	240	10

రంగులు వేసేవారి సంఖ్య, గోడ పొడవు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

రంగులు వేసేవారి సంఖ్య, రోజుల సంఖ్యకు విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

రంగులు వేసేవారి సంఖ్య, గోడ పొడవు మరియు రోజుల సంఖ్య రెండింటి పైనా ఆధారపడి ఉండడం వల్ల మనం 160:240 మరియు 10:5 నిష్పత్తుల బహుళ నిష్పత్తిని తీసుకోవాలి.

$$\therefore 8 : x = 160 \times 10 : 240 \times 5$$

నిష్పత్తులు సమానం. కావున, అంత్యముల లబ్ధం, మధ్యమముల లబ్ధానికి సమానం.

$$8 : x = 160 \times 10 : 240 \times 5$$

$$\Rightarrow x \times 160 \times 10 = 8 \times 240 \times 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \times 240 \times 5}{160 \times 10} = 6$$

రంగులు వేయుటకు కావల్సినవారి సంఖ్య = 6

Example 15: 195 men working 10 hours a day can finish a job in 20 days. How many men are employed to finish the job in 15 days if they work 13 hours a day?

Solution: Here we have three quantities number of workers, number of hours and number of days.

No. of men	Hours	No. of Days
195	10	20
?	13	15

Here the number of workers inversely proportional to number of hours per day.

Here the number of workers inversely proportional to number of days.

Since number of workers depends on both number of hours and number of days, we will take compound ratio of 13:10 and 15:20.

Since the ratios are equal, the product of means is equal to product of extremes.

$$195 : x = 13 \times 15 : 20 \times 10$$

$$x \times 13 \times 15 = 195 \times 20 \times 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{195 \times 20 \times 10}{13 \times 15} = 200$$

Hence the required number of workers = 200



Analyse how the three quantities given below are related and find 'x'.

Ration (Kg.)	No. of Days	No. of Men
108	15	18
70	25	x

Exercise - 1.4



1. If 5 men take 8 days to type 10 books. Then find in how many days 8 men will type 2 books?
2. If 5 men take 9 days to plough 18 acres of land. Then find how long 25 men will take to plough 30 acres?
3. Rice costing ₹480 is needed for 8 members for 20 days. What is the cost of rice required for 12 members for 15 days?
4. 24 men working at 8 hours per day can do a piece of work in 15 days. In how many days can 20 men working at 9 hours per day do the same work?



ఉదాహరణ 15 : 195 మంది పురుషులు రోజుకి పది గంటలు చొప్పున పనిచేసిన, 20 రోజులలో ఒక పనిని పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని రోజుకి 13 గం. చొప్పున పనిచేస్తూ, 15 రోజులలో పూర్తి చేయుటకు ఎంత మంది పురుషులు అవసరమవుతారు?

సాధన: ఇక్కడ 3 రాశులు అనగా పురుషుల సంఖ్య, రోజులసంఖ్య మరియు రోజుకి పనిచేసిన గంటలు కలవు.

పురుషుల సంఖ్య	గంటలు	రోజుల సంఖ్య
195	10	20
?	13	15

ఇక్కడ పురుషుల సంఖ్య, రోజుకి పనిచేసిన గంటలు సంఖ్య విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

పురుషుల సంఖ్య, రోజుల సంఖ్య విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

పురుషుల సంఖ్య, రోజుకి పని చేసిన గంటలు మరియు రోజుల సంఖ్య రెండింటిపై ఆధారపడి ఉండడం వల్ల మనం 13:10 మరియు 15:20 నిష్పత్తుల బహుళ నిష్పత్తిని తీసుకోవాలి.

కావున, $195 : x = 13 \times 15 : 20 \times 10$

నిష్పత్తులు సమానం. కావున, అంత్యముల లబ్ధం, మధ్యమముల లబ్ధానికి సమానం.

$$x \times 13 \times 15 = 195 \times 20 \times 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{195 \times 20 \times 10}{13 \times 15} = 200$$

కావున, అవసరమైన పురుషుల సంఖ్య = 200



ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికలో రాశులు ఏ విధమైన సంబంధాన్ని కలిగి ఉన్నాయో విశ్లేషించి 'x' విలువను కనుగొనండి:

నిత్యావసరాలు (కి.గ్రా)	రోజుల సంఖ్య	మనుషుల సంఖ్య
108	15	18
70	25	x

అభ్యాసం-1.4

1. ఐదుగురు వ్యక్తులు 10 పుస్తకాలను, 8 రోజులలో టైపు చేయగలరు. అయిన 8 మంది వ్యక్తులు, రెండు పుస్తకాలను టైపు చేయడానికి ఎన్ని రోజుల సమయం పడుతుంది?
2. ఐదుగురు వ్యక్తులు 18 ఎకరాల పొలాన్ని దున్నుటకు, 9 రోజుల సమయం పడుతుంది. అయిన 25 మంది వ్యక్తులు, 30 ఎకరాల పొలాన్ని ఎన్ని రోజులలో దున్నగలరు?
3. 8 మందికి 20 రోజులకు అవసరమయ్యే బియ్యం వెల ₹480. అయిన 12 మంది మనుషులకు పదిహేను రోజులకు అవసరమయ్యే బియ్యం వెల ఎంత?
4. ఒక పనిని 24 మంది రోజుకి ఎనిమిది గంటలు చొప్పున పనిచేస్తూ, 15 రోజులలో పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని 20 మందికి రోజుకి 9 గం.లు చొప్పున పనిచేస్తూ, ఎన్ని రోజులలో పూర్తి చేయగలరు?



5. 12 painters can paint a wall of 180 meters long in 3 days. How many painters are required to paint 200 meters long wall in 5 days?

1.5 Applications of percentages:

1.5.1 Percentages:

We learnt about percentages in the previous class. Let us recall about percentages.

Seema's marks	Kamala's Marks
Total 400/500	Total 420/600

By observing the marks, Kamala said she has done better as she got 420 marks but Seema said she has done better.

Whom do you think has done better?

They cannot decide who has done better by just comparing the total marks obtained, because the maximum marks out of which they got are not the same. Seema appeared a test of maximum marks 500, Kamala for 600 marks. To avoid such confusion we use "Percentage".

The word "Percent" means "Per-Cent" (Cent means 100) i.e., "out of hundred". You can therefore consider each whole as broken up into 100 equal parts, each one of which is a single percent.

The symbol "%" is used to represent 'Percentage'.

$$\text{Now, Seema's marks percentage} = \frac{400}{500} \times 100 = 80\%$$

$$\text{Kamala's marks percentage} = \frac{420}{600} \times 100 = 70\%$$

Seema performed better in the examination.

We can observe this type of percentages in our daily life situations

- ◆ In several news papers to represent profits and losses and other data.
- ◆ This year our school SSC pass percentage 91%
- ◆ A shop keeper offers a discount of 20% on sarees
- ◆ Percentage of attendance of students

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01 = 1 : 100$$

For every percentage we can express it in fractional form, decimal form and in the form of ratio.

$$\begin{aligned} 20\% &= \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \text{ [Simplified form]} \\ &= 1:5 \text{ [Ratio]} \\ &= 0.2 \text{ [Decimal form]} \end{aligned}$$

5. 12 మంది రంగులు వేసేవారు 180 మీ. పొడవు గల గోడకు రంగును, 3 రోజులలో వేయగలరు. అయిన 200 మీ. పొడవు గల గోడకు రంగును 5 రోజులలో వేయాడానికి, ఎంత మంది రంగులు వేసేవారు కావాలి?

1.5 శాతాల అనువర్తనాలు:

1.5.1 శాతాలు:

శాతాలను గురించి క్రింది తరగతిలో మనం తెలుసుకొని ఉన్నాం. శాతాలను గురించి పునశ్చరణ చేసుకుందాం.

సీమ యొక్క మార్కులు	కమల యొక్క మార్కులు
400/500	420/600

పై మార్కులను పరిశీలించి, నేను పరీక్షల్లో బాగా ప్రతిభ కనపర్చానని కమల అన్నది. కానీ సీమ, నాకే మంచి మార్కులు వచ్చాయి అని అన్నది.

ఎవరు బాగా ప్రతిభ కనపర్చారని మీరు అనుకుంటున్నారు?

వాళ్ళు ఎవరు బాగా ప్రతిభ కనపర్చారో వాళ్ళకు వచ్చిన మార్కులను పోల్చి చెప్పలేం. ఎందుకంటే మొత్తం పరీక్ష మార్కులు ఇద్దరివీ సమానంగా లేవు. సీమ రాసిన పరీక్ష మొత్తం మార్కులు 500. కమల రాసిన పరీక్ష మొత్తం 600. ఇలాంటి గందరగోళ పరిస్థితులను తొలగించడానికి మనం 'శాతాలు' ను వాడుతాం.

శాతం అనే పదానికి అర్థం 'వందకి'. అనగా, ఒక పూర్తిదానిని 100 సమాన భాగాలు చేయగా, ఒక్కొక్క భాగాన్ని ఒక శాతంగా పరిగణిస్తాం.

'%' ని శాతానికి గుర్తుగా వాడుతాం.

$$\text{ఇప్పుడు, సీమ యొక్క మార్కుల శాతం} = \frac{400}{500} \times 100 = 80\%$$

$$\text{కమల యొక్క మార్కుల శాతం} = \frac{420}{600} \times 100 = 70\%$$

పరీక్షల్లో సీమ ఎక్కువ ప్రతిభ కనపరచింది.

మన నిత్య జీవితంలో శాతాలను చాలా సందర్భాల్లో పరిశీలించవచ్చు. అందులో కొన్ని :

- ◆ అనేక వార్తాపత్రికల్లో కంపెనీల లాభాలు, నష్టాలను సూచించడానికి
- ◆ ఈ సంవత్సరం మన పాఠశాల యస్.యస్.సి. ఉత్తీర్ణతాశాతం 91%
- ◆ బట్టల దుకాణంలో చీరలపై 20% రాయితీలాంటివి
- ◆ విద్యార్థుల హాజరు శాతం

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01 = 1:100$$

కావున, ప్రతీ శాతాన్ని మనం భిన్నరూపంలో, దశాంశరూపంలోను మరియు నిష్పత్తి రూపంలో వ్యక్తపరచగలం.

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \text{ (సూక్ష్మీకరణ రూపం)}$$

$$= 1:5 \text{ (నిష్పత్తి)}$$

$$= 0.2 \text{ (దశాంశరూపం)}$$

Example 16: Express the following percentages as fraction, decimal and in ratio.

i) 45%

ii) 62%

Solution: i) $45\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ [fraction]

ii) $62\% = \frac{62}{100} = \frac{31}{50}$ [fraction]

= 0.45 [decimal form]

= 0.62 [decimal form]

= 9:20 [ratio]

= 31:50 [ratio]

Example 17: Find 24% of 150 and also the remaining of that number.

Solution: $24\% \text{ of } 150 = \frac{24}{100} \times 150 = 36$

The remaining of that number = $150 - 36 = 114$

Profit or Loss:

Percentages can be used in various situations in our day to day life. Some of them are related to profit or loss, discount and interest. Expressing these in the form of percentages makes comparisons easy.

Look at the following picture:

- The price at which you sell is known as the ‘Selling Price’. It is written in short as SP.
- The buying price of any item is known as its ‘Cost Price’. It is written in short as CP.

Will always selling price higher than ‘Cost Price’?

If we bought a bike for ₹1,00,000 after 2 years, if we sell it at a cost of ₹80,000 what we get here?

By observing the above examples, we come to a conclusion that:

- ◆ If, Selling Price is higher than Cost Price, then we get profit.
- ◆ Cost Price is higher than Selling Price, then we get loss.
- ◆ Cost Price is equal to Selling Price, then we get neither profit nor loss.



Profit = S.P. - C.P.	S.P. = Profit + C.P.
Loss = C.P. - S.P.	C.P. = Loss + S.P.

Profit or Loss as a percentage

The Profit or loss can be converted to a percentage. It is always calculated on the C.P

Profit Percentage = $\frac{\text{Profit}}{\text{C.P}} \times 100$

Loss Percentage = $\frac{\text{Loss}}{\text{C.P}} \times 100$

Example 18 : Raghu bought pens for ₹400 and he sold them for ₹480 what is his profit or loss percent?

Solution :

Jyothi solved it this way

Here C.P. = ₹400, S.P. = ₹480

S.P. > C.P. So Raghu gets a profit

$$P = 480 - 400 = ₹80$$

$$\text{Profit Percentage} = \frac{80}{400} \times 100 = 20\%$$

Anwar solved it this way:

$$\text{Profit} = \text{S.P.} - \text{C.P.} = 480 - 400 = ₹80$$

The ratio of profit and cost or the fraction

$$\text{is } \frac{80}{400}$$

$$\therefore \text{Profit percentage} = \frac{80}{400} \times 100 = 20\%$$

Suresh solved it using proportion.

When C.P. is ₹400, the profit is 80 C.P. is ₹100, let the profit be ₹x.
Here C.P and profit are in direct proportion.

$$\begin{aligned} x : 80 &= 100 : 400 \Rightarrow \frac{x}{80} = \frac{100}{400} \\ &\Rightarrow x \times 400 = 100 \times 80 \\ &\Rightarrow x = \frac{100 \times 80}{400} = 20\% \end{aligned}$$

$$\text{Profit} = 20 \text{ per } 100$$

$$\text{Profit Percentage} = 20\%$$

Example 19: Ramana bought a cycle for ₹1200 and sold it to his friend Rehman for ₹900, then what is Ramana's profit or loss percentage?

Solution: Here Ramana's Cost price = ₹1200

Selling price = ₹900

S.P < C.P, then Ramana got loss

$$\text{Loss} = \text{C.P} - \text{S.P}$$

$$= 1200 - 900 = ₹300$$

$$\text{Loss percentage} = \frac{300}{1200} \times 100 = 25\%$$

ఉదాహరణ 18: రఘు పెన్నులను ₹400 కొని, ₹480 కి అమ్మిన, అతని లాభం లేదా నష్టశాతాన్ని కనుగొనండి?

సాధన:

జ్యోతి ఈ విధంగా సాధించింది:
 ఇక్కడ కొన్నవెల = ₹400, అమ్మినవెల = ₹480
 అమ్మినవెల > కొన్నవెల కావున రఘుకి లాభం వస్తుంది.
 లాభం = 480 - 400 = ₹80
 లాభ శాతం = $\frac{80}{400} \times 100 = 20\%$

అస్వర్ ఈ క్రింది విధంగా సాధించాడు:
 లాభం = అమ్మినవెల - కొన్నవెల
 = 480 - 400 = ₹80
 లాభానికి, కొన్నవెలకి గల నిష్పత్తి లేదా భిన్నం $\frac{80}{400}$
 లాభ శాతం = $\frac{80}{400} \times 100 = 20\%$

సురేష్ అనుపాతాన్ని ఉపయోగించి ఇలా చేశాడు:

కొన్నవెల ₹400 అయితే లాభం ₹80, కొన్నవెల ₹100 అయితే లాభం 'x' అనుకొనుము. ఇక్కడ కొన్నవెల మరియు లాభం అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయి.

$$x : 80 = 100 : 400 \Rightarrow \frac{x}{80} = \frac{100}{400}$$

$$\Rightarrow x \times 400 = 100 \times 80$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \times 80}{400} = 20\%$$

లాభం = 100 కి 20

లాభశాతం = 20%

ఉదాహరణ 19: రమణ ఒక సైకిలును ₹1200 కి కొని, తన స్నేహితుడు రెహమాన్ కు ₹900 కి అమ్మాడు. అయితే రమణ యొక్క లాభం లేదా నష్ట శాతాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన:

రమణ యొక్క కొన్నవెల = ₹1200

అమ్మిన వెల = ₹900

ఇక్కడ అ.వె. < కొ.వె. కావున రమణకి నష్టం వస్తుంది.

నష్టం = కొ.వె. - అ.వె. = 1200 - 900 = ₹300

$$\text{నష్టశాతం} = \frac{300}{1200} \times 100 = 25\%$$

Example 20: If John buys a car for ₹1,50,000 and gains 10% on selling it. Then find the selling price?

Solution:

Cost Price = ₹1,50,000

Gain = 10%

Profit = 10% of ₹1,50,000

$$= \frac{10}{100} \times 150000 = ₹15000$$

Selling Price = C.P + Profit

= ₹1,50,000 + ₹15000

= ₹1,65,000

This can be solved using proportion:

Gain 10% means

If CP is ₹100, the gain is ₹10

Thus S.P = 100 + 10 = 110

Now, here C.P = ₹1,50,000

Let S.P = ₹x

CP and SP are directly proportional

$$\frac{110}{100} = \frac{x}{1,50,000}$$

$$\frac{x}{1,50,000} = \frac{110}{100}$$

$$x = \frac{1,50,000 \times 110}{100}$$

= ₹1,65,000



Example 21: Kiran sold a refrigerator for ₹16800 at a gain of 12%. Then what is the cost price of it?

Solution :

Roopa did the problem using unitary method:

S.P = ₹16800

Gain = 12%

If CP is ₹100, then Profit is ₹12 and thus S.P = ₹112

So when S.P is ₹112 then C.P is ₹100

When S.P is One Rupee, C.P is $\frac{100}{112}$

Here S.P is ₹16800

So, C.P = $\frac{100}{112} \times 16800 = ₹15000$



ఉదాహరణ 20 : జాన్ ఒక కారును ₹1,50,000 కొన్నాడు. 10% లాభానికి అతను కారును అమ్మిన వెల కనుక్కోండి.

సాధన:

$$\text{కొన్నవెల} = ₹1,50,00.$$

$$\text{లాభం} = 10\%$$

$$\text{అనగా లాభం} = ₹1,50,000లో 10\%$$

$$= \frac{10}{100} \times 150000 = ₹15000$$

$$\text{అ.వె.} = \text{కొ.వె.} + \text{లాభం}$$

$$\text{నష్టశాతం} = \frac{300}{1200} \times 100 = 25\%$$

$$= ₹1,50,000 + ₹15,000 = ₹1,65,000$$

ఈ సమస్యను అనుపాతాన్ని ఉపయోగించి సాధించవచ్చు:

లాభం 10% అనగా,

$$\text{కొ.వె.} ₹100 \text{ అయితే లాభం } ₹10$$

$$\text{అప్పుడు అ.వె.} = ₹100 + 10 = ₹110$$

$$\text{ప్రస్తుత సమస్యలో కొ.వె.} = ₹1,50,000$$

$$\text{అ.వె.} = x \text{ అనుకుంటే}$$

కొ.వె. మరియు అ.వె. అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

$$\frac{110}{100} = \frac{x}{1,50,000}$$

$$\frac{x}{1,50,000} = \frac{110}{100}$$

$$x = \frac{1,50,000 \times 110}{100} = ₹1,65,000$$



ఉదాహరణ 21 : కిరణ్ ఇక రిఫ్రిజిరేటర్ ను ₹16800కి అమ్మితే అతనికి లాభం వచ్చిన, ఆ రిఫ్రిజిరేటర్ కొన్నవెల ఎంత?

సాధన:

రూప ఈ సమస్యను ఏకవస్తు పద్ధతిని ఉపయోగించి చేసింది.

$$\text{అ.వె} = ₹16,800$$

$$\text{లాభం} = 12\%$$

$$\text{కొ.వె} ₹100 \text{ అయితే, లాభం } ₹12$$

$$\text{కావున అ.వె} = ₹112$$

$$\text{అనగా కొ.వె} ₹ 100 \text{ అయితే అ.వె} ₹112$$

$$\text{అ.వె} \text{ కనుక } ₹1 \text{ అయితే, కొ.వె} = \frac{100}{112}$$

$$\text{ఇక్కడ అ.వె} ₹16,800$$

$$\text{కనుక, } \frac{100}{112} \times 16800 \text{ కొ.వె} = ₹15,000$$



Sneha solve did the problem using proportion as follows:

$$\text{Gain} = 12\%$$

$$\text{S.P} = ₹16800$$

If C.P is ₹100, then profit is ₹12, thus SP = ₹112

here S.P = ₹16800

C.P be 'x'

C.P and S.P are directly proportional

$$\therefore \frac{x}{16800} = \frac{100}{112}$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \times 16800}{112} = 15000$$



- 1) A man buys chocolates 10 for ₹10 rupees and sells them at 10 for ₹12. Does this result profit or loss? What percent?
- 2) If a shopkeeper bought sofa sets and increases their prices by 50% and sell at 50% less, is it a loss or gain?

Example 22: The cost of an article goes down every year by 10% of its previous value. Find its original cost, if its cost after 2 years is ₹32400.

Solution: Let the cost at the beginning of 1st year be ₹100. At the beginning of 2nd year i.e at the end of 1st year it will be decreased by 10% means cost will be ₹90.

At the end of 2nd year i.e at the beginning of 3rd year it will be reduced by 10% i.e. ₹90 is reduced by 10%

$$90 - 9 = ₹81$$

If the cost of object is ₹100 at the beginning, then after 2years it's cost will be ₹81

Let the cost of the object ₹'x' at the beginning, after 2years it's cost is ₹32,400

Thus ratio of original costs = ratio of costs after 2years

$$\Rightarrow x : 100 = 32400 : 81$$

$$\Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{32400}{81}$$

$$\Rightarrow x = \frac{32400 \times 100}{81} = 40000$$

Exercise - 1.5



1. Rekha bought a wrist watch for ₹2250 and sold it for ₹1890. Then find her loss or gain percentage?
2. A shopkeeper buys a toy for ₹250 and sells it for ₹300. Find his gain or loss percentage?



స్నేహ ఈ సమస్యను అనుపాతాన్ని ఉపయోగించి క్రింది విధంగా సాధించింది:

లాభం = 12% అ.వె = ₹16,800

కొ.వె ₹ 100 అయితే, లాభం ₹12.

అప్పుడు అ.వె = ₹112

ఇక్కడ అ.వె ₹16,800

కొ.వె = 'x' అనుకుంటే

కొ.వె మరియు అ.వె లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

$$\therefore \frac{x}{16800} = \frac{100}{112}$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \times 16800}{112} = 15000$$



1. వ్యక్తి ఒక వ్యక్తి ₹10కి 10 చాక్లెట్లు కొని, ₹12కి 10చాక్లెట్లు అమ్మాడు. అతనికి లాభమా? నష్టమా? ఎంతశాతం?
2. ఒక వర్తకుడు తను కొన్న సోఫాలను 50% ధరలను పెంచి, ఆ తర్వాత 50% తక్కువ ధరకు అమ్ముతున్నచో, అది లాభమా? నష్టమా?

ఉదాహరణ 22: ఒక వస్తువు యొక్క ధర ప్రతి సంవత్సరం, దాని ముందు సంవత్సరం కంటే 10% తగ్గుతూ ఉంటుంది. 2 సంవత్సరాల తర్వాత ఆ వస్తువు వెల ₹32,400 అయిన, దాని అసలు వెల ఎంత?

సాధన: ఒక వస్తువు వెల మొదటి సంవత్సరం ప్రారంభమున ₹100 అయితే, రెండవ సంవత్సరం ప్రారంభానికి అనగా మొదటి సంవత్సరం పూర్తయ్యేసరికి 10% తగ్గుతుంది. అనగా దాని వెల ₹90 అవుతుంది. రెండవ సంవత్సరం పూర్తయ్యేసరికి అనగా 3వ సంవత్సరం ప్రారంభానికి దాని వెల 10% తగ్గుతుంది. అనగా? 90లో 10% తగ్గుతుంది.

$$90 - 9 = ₹81$$

₹100 వెల కలిగిన ఒక వస్తువు, 2 సంవత్సరాల తర్వాత దాని వెల ₹81 అవుతుంది.

వస్తువు వెల ప్రారంభంలో 'x' అనుకుంటే 2 సంవత్సరాల తర్వాత దాని వెల ₹32,400

కావున, ప్రారంభపు వెలల నిష్పత్తి = 2 సంవత్సరాల తర్వాత వెలల నిష్పత్తి అవుతుంది.

$$\Rightarrow x : 100 = 32400 : 81$$

$$\Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{32400}{81}$$

$$\Rightarrow x = \frac{32400 \times 100}{81} = 40000$$

అభ్యాసం-1.5



1. రేఖ ఒక చేతి గడియారాన్ని ₹2,260కి కొని, ₹1,870కి అమ్మింది. అయిన ఆమె యొక్క లాభం లేదా నష్టశాతాన్ని కనుక్కోండి.
2. ఒక వర్తకుడు ఒక బొమ్మను ₹250కి కొని ₹300కి అమ్మినచో, అతని లాభం లేదా నష్టశాతాన్ని కనుక్కోండి.



- The cost price of a chair ₹480. If he sold at a profit of 10%, what would be selling price of it?
- If Sharma purchased a car for ₹350000. After two years he sold at a loss of 12%. Find its selling price?
- A shopkeeper buys wooden tables each at ₹2800 and expends ₹400 on each table for painting. If he sells it at a cost of ₹4000. Find his profit percentage?
- In a garment shop, a saree is sold at a cost of ₹1800 after a profit of ₹600. Find the profit percentage and cost price?
- After incurring a loss of ₹258, Jean pant was sold at ₹1750. Then find the cost price and loss percentage?
- The cost price of 10 articles is equal to the selling price of 9 articles. Find the profit percentage?
- By selling a book for ₹258, a bookseller gains 20%. For how much should he sell it to gain 30%?



1.6 Discount

Did you see such advertisement during festive seasons or at some other times?

Why the shopkeepers sold their items on Discount prices?

- To attract the people to increase the sales by reducing the prices.
- On special occasions such as Dussehra, Deepavali, Ramdan, Christmas, Sankranti they offer discount to increase sales.
- Some times to clear their old stock, they offer clearance sale in the form of discounts.



Generally the price shown on the items Called the 'Marked price'. The "Discount" is often given as a percent of the 'Marked price'.

$$\text{Discount} = \text{Marked price} - \text{Selling price}$$

$$\text{Discount percentage} = \frac{\text{Discount}}{\text{Marked price}} \times 100$$

Example 23: Find discount if,

- marked price is ₹450, selling price = ₹415
- marked price = ₹810, selling price = ₹765,

Solution: i) Discount = marked price - selling price $\Rightarrow 450 - 415 = ₹35$.
 ii) Discount = marked price - selling price $\Rightarrow 810 - 765 = ₹45$.

Example 24: If discount is ₹40, marked price is ₹400, then find discount percentage?

Solution: Discount = ₹40, marked price = ₹400, then discount percentage = $\frac{40}{400} \times 100 = 10$

Example 25: In a garment's shop they offer a discount of 20% on Sarees. If the marked price on saree is ₹3000, then what is the selling price?

Solution: Marked price = ₹3000



3. ఒక కుర్చీ కొన్నవెల ₹480. దానిని 10% లాభానికి అమ్మినచో, దాని యొక్క అమ్మినవెల ఎంత?
4. శర్మ ఒక కారును ₹3,50,000 కి కొన్నాడు. రెండు సంవత్సరాలు తర్వాత 12% నష్టానికి అమ్మాడు. అయిన కారు అమ్మిన వెల ఎంత ?
5. ఒక వర్తకుడు ఒక్కొక్క చెక్క బల్లను ₹2,800కి కొని, వాటికి రంగువేయు నిమిత్తం ఒక్కొక్క దానికి ₹400 ఖర్చు చేశాడు. ఒక్కొక్క బల్లను అతను ₹4,000కి అమ్మినచో అతనికి లాభశాతమెంత?
6. ఒక బట్టల దుకాణంలో ఒక్కొక్క చీరను ₹600 లాభంతో, ₹1,800కి అమ్ముచున్నారు. అయిన దాని యొక్క కొన్నవెలను, లాభశాతాన్ని కనుక్కోండి.
7. ఒక జీన్స్ ప్యాంటును ₹1,750కి అమ్ముగా ₹258 నష్టం వచ్చింది. అయిన దాని యొక్క కొన్నవెలను, నష్టశాతాన్ని కనుక్కోండి.
8. 10 వస్తువుల కొన్నవెల, 9 వస్తువుల అమ్మినవెలకు సమానమైన లాభశాతాన్ని కనుక్కోండి.
9. ఒక పుస్తకాన్ని ₹258కి అమ్ముగా 20% లాభం వచ్చింది. అదే పుస్తకాన్ని 30% లాభం రావాలంటే ఎంతకు అమ్మాలి?



1.6 రాయితీ :

ఇలాంటి ప్రకటనలను పండగవేళల్లో గాని, మరే సందర్భాల్లో గాని ఎప్పుడైనా చూశారా? ఏ దుకాణాదారులైనా వారి వస్తువులను ఎందుకు రాయితీ ధరలపై అమ్ముతారు?

- ప్రజలను ఆకర్షించి వారి యొక్క అమ్మకాలను పెంచుకోవడం కోసం.
- కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలు-దసరా, దీపావళి, రంజాన్, క్రిస్మస్, సంక్రాంతి లాంటి పండుగల వేళ రాయితీలు ఇవ్వడం ద్వారా అమ్మకాలు పెంచుకుంటారు.
- కొన్నిసార్లు వారివద్దనున్న పాత సరుకుల నిల్వలను తగ్గించుటకు షాపువాళ్ళు రాయితీలపై వస్తువులను అమ్మడం.



రాయితీనే తగ్గింపు లేదా ముదరా అని కూడా అంటారు.

సాధారణంగా వస్తువులపై చూపించే ధరను 'ప్రకటన వెల' అంటారు.

రాయితీ లేదా ముదరా లేదా తగ్గింపును సాధారణంగా 'ప్రకటన వెల' పై లెక్కించి శాతంగా ప్రకటిస్తుంటారు.

$$\text{రాయితీ} = \text{ప్రకటన వెల} - \text{అమ్మినవెల}$$

$$\text{రాయితీ శాతం} = \frac{\text{రాయితీ}}{\text{ప్రకటన వెల}} \times 100$$

ఉదాహరణ 23: రాయితీలను కనుక్కోండి?

- i) ప్రకటన వెల ₹450, అమ్మినవెల = ₹415
- ii) ప్రకటన వెల ₹810, అమ్మినవెల = ₹765

సాధన :

- i) రాయితీ = ప్రకటన వెల - అమ్మినవెల = 450 - 415 = ₹35
- ii) రాయితీ = ప్రకటన వెల - అమ్మినవెల
= 810 - 765 = ₹45

ఉదాహరణ 24 : ఒక వస్తువు యొక్క ప్రకటన వెల ₹400, రాయితీ ₹40

అయిన రాయితీ శాతాన్ని కనుక్కోండి ?

సాధన :

$$\text{రాయితీ} = ₹40$$

$$\text{ప్రకటన వెల} = ₹400$$

$$\text{రాయితీ శాతం} = \frac{40}{400} \times 100 = 10$$

ఉదాహరణ 25: ఒక బట్టల దుకాణంలో చీరలపై 20% రాయితీని

ఇస్తున్నారు. ఒక చీర యొక్క ప్రకటన వెల ₹3000 రూపాయలు అయిన, అమ్మిన వెల ఎంత?

సాధన:

$$\text{ప్రకటన వెల} = ₹3000$$



Discount = 20%

Discount always calculated on marked price.

Discount = 20% of ₹3000

$$\frac{20}{100} \times 3000 = ₹600$$

Selling price = 3000 – 600 = ₹2400

Example 26: A shopkeeper marks his goods 20% above the cost price and allows a discount of 10% on them. What percent does he gain?

Solution : Let the cost price be ₹100

Then the marked price = 100 + 20 = ₹120

$$\text{Discount} = 10\%, \text{ so discount} = \frac{10}{100} \times 120 = 12\%$$

SP = Marked price - Discount = ₹120 – ₹12 = ₹108

$$\text{Gain} = \frac{8}{100} \times 100 = 8\%$$

The shopkeeper gains 8% after discount.



Marked price	Discount percentage	Discount (in rupees)	Selling price
500	10		
1250	20		
720			612

Exercise - 1.6

1. A shop selling sewing machines, offers 3% discount on purchases. If the marked price is ₹6500, then what is the selling price?
2. The marked price of a ceiling fan is ₹720 during off season, it is sold for ₹684. Determine the discount percentage?
3. A publisher gives 32% discount on the printed price of books to book sellers. If the printed price is ₹275, then what amount does the seller has to pay to publisher?
4. Rohit buys an item at 25% discount on the marked price. If he bought it for ₹660, what is the marked price?



రాయితీ = 20%

రాయితీని, ఎల్లప్పుడూ ప్రకటన వెల పై లెక్కిస్తారు.

రాయితీ ₹3000 లలో 20%

$$\frac{20}{100} \times 3000 = ₹600$$

అమ్మిన వెల = 3000 - 600 = ₹2400

ఉదాహరణ 29: ఒక వర్తకుడు వస్తువులను, తను కొన్న వెల కంటే 20% అదనంగా పెంచి, తర్వాత 10% రాయితీపై వస్తువులను అమ్ముతున్నాడు. అతని యొక్క లాభశాతం ఎంత?

సాధన:

కొన్నవెల వంద రూపాయలు అనుకుంటే

ప్రకటన వెల = 100 + 20 = 120

$$\text{రాయితీ} = 10\%, \quad \text{రాయితీ} = \frac{10}{100} \times 120 = 12\%$$

అమ్మిన వెల = ప్రకటన వెల - రాయితీ = ₹120 - ₹12 = ₹108

లాభం = 108 - 100 = ₹8

$$\text{లాభ శాతం} = \frac{8}{100} \times 100 = 8\%$$

రాయితీ తర్వాత వర్తకుడు 8% లాభాన్ని పొందుతాడు.



నీ ప్రగతిని
సరిచూసుకో

ప్రకటన వెల	రాయితీ శాతం	రాయితీ (రూపాయలలో)	అమ్మిన వెల
500	10		
1250	20		
720			612

అభ్యాసం-1.6



- ఒక షాపులో వర్తకుడు బట్టలు కుట్టే యంత్రం పరికరాలపై 3% తగ్గింపు ప్రకటిస్తున్నాడు. ఒక వస్తువు ప్రకటన వెల ₹650 ఉంటే, దాని అమ్మిన వెల ఎంత?
- ఒక సందర్భంలో, ₹720 ప్రకటన వెల కలిగిన ఒక సీలింగ్ ఫ్యానును ₹684కు అమ్ముతూ ఉంటే, రాయితీ శాతం ఎంత?
- ఒక పుస్తక ముద్రణ చేసేవాళ్ళు, వాళ్ల పుస్తకం వెలకి 32% తగ్గింపునకు దుకాణం వాళ్లకి అమ్ముతున్నారు. ఆ పుస్తకం ప్రకటన వెల ₹275 అయిన, దుకాణం వారు ముద్రించే వాళ్లకి ఎంత సొమ్ము చెల్లించాలి?
- రోహిత్ ఒక వస్తువు ను 25% తగ్గింపునకు కొన్నాడు. అతను ₹660 కి వస్తువును కొన్నచో, ఆ వస్తువు యొక్క ప్రకటన వెల ఎంత?



7.7 Simple Interest :

Rakesh in need of money for agricultural purpose and approaches to Kethan.

Rakesh : Kethan, I need ₹50000 for agricultural purpose.

Kethan : Okay, when will you return?

Rakesh : I need one year time to return.

Kethan : Okay, but I need some excess amount

Rakesh : How much?

Kethan : 24% excess amount per year.

Rakesh : Ah! it is very high I don't need, bye.

Now Rakesh went to a Bank.

Rakesh : Sir, I need some money for agricultural purpose.

Manager : How much you require?

Rakesh : ₹50000 sir

Manager : How long will you take to repay?

Rakesh : One year, sir.

Manager : You have to pay an excess of 7% per year on the loan

Rakesh : Yes I agree sir, I will repay after one year along with 7% of excess money.

What do you understand from the above conversation?

The excess amount we paid on lending amount is called interest and the lending amount is called principal.

How he calculates the excess amount?

7% means on every ₹100 he has to pay ₹7 per year.

We can write it as in fraction $\frac{7}{100}$

The excess amount is called interest.

For ₹50000, he has to pay $\frac{7}{100} \times 50000 = ₹3500$

So, he has to pay an excess of ₹3500 along with the lending amount of ₹50000.

If we take this for 2 years then, simple interest = $50000 \times 2 \times \frac{7}{100} = ₹7000$

If we take it for 3 years then, simple interest = $50000 \times 3 \times \frac{7}{100} = ₹10500$

If we take it for T years, the simple interest = $50000 \times T \times \frac{7}{100}$



7.7 సాధారణ వడ్డీ

రాకేష్ వ్యవసాయ పనుల నిమిత్తం కొంత సొమ్ము అవసరమై, కేతన్ వద్దకు వెళ్ళాడు.

రాకేష్ : కేతన్, నాకు వ్యవసాయ పనుల నిమిత్తం ₹50000 అవసరం.

కేతన్ : సరే, మళ్లీ ఎప్పుడు ఇస్తావు?

రాకేష్ : ఒక సంవత్సరం సమయం కావాలి.

కేతన్ : సరే, కానీ నేను ఇచ్చిన దానికంటే కొంత ఎక్కువ డబ్బు కావాలి.

రాకేష్ : ఎంత?

కేతన్ : సంవత్సరానికి 24%

రాకేష్ : ఓహో! ఇది చాలా ఎక్కువ. నాకు వద్దలే మరి.

ఇప్పుడు రాకేష్ బ్యాంకుకు వెళ్ళాడు.

రాకేష్ : మేనేజర్ గారూ! నాకు వ్యవసాయ పనుల నిమిత్తం కొంత సొమ్ము అవసరం.

మేనేజర్: ఎంత డబ్బు కావాలి?

రాకేష్ : ₹50000 కావాలి.

మేనేజర్: ఎంతకాలం తర్వాత మళ్లీ ఇవ్వగలరు?

రాకేష్ : ఒక సంవత్సరం కాలం

మేనేజర్: ఒక సంవత్సరానికి 7% అదనంగా ఇవ్వవలసి ఉంటుంది.

రాకేష్ : అలాగేనండీ! సంవత్సరం పూర్తయ్యేసరికి ఇచ్చేస్తాను. 7% సొమ్మును అదనంగా చెల్లిస్తాను.

పై సంభాషణల నుండి, మీకేం అవగాహన అయ్యింది?

మనం తీసుకున్న అప్పు మీద అదనంగా ఇచ్చే చెల్లించే సొమ్మును వడ్డీ అంటారు. తీసుకున్న అప్పును అసలు అంటారు. అదనంగా ఇవ్వవలసిన సొమ్మును ఎలా లెక్కిస్తారు?

7% అనగా ప్రతి వంద రూపాయలకి ₹7 ఇవ్వవలెను.

భిన్న రూపంలో రాయగా $\frac{7}{100}$

ఇక్కడ మనం తీసుకున్న సొమ్ముకు అదనంగా ఇచ్చే సొమ్మునే వడ్డీ అంటాం

కావున, ₹50000 కి అదనంగా ఇవ్వవలసిన సొమ్ము = $\frac{7}{100} \times 50000 = ₹3500$

కావున, అతను తీసుకున్న ₹50000 కి అదనంగా ₹3500 ఇవ్వవలెను.

ఇదే సమస్యను మనం రెండు సంవత్సరాలకు తీసుకుంటే సాధారణ వడ్డీ = $50000 \times 2 \times \frac{7}{100} = ₹7000$

దీనిని మనం మూడు సంవత్సరాలకి తీసుకుంటే సాధారణ వడ్డీ = $50000 \times 3 \times \frac{7}{100} = ₹10500$

అదేవిధంగా, మనం T సంవత్సరాలకి తీసుకుంటే సాధారణ వడ్డీ = $50000 \times T \times \frac{7}{100}$.



Similarly, in general form simple interest $I = P \times \frac{R}{100} \times T$

If the amount P taken for T years at the rate of R% per annum, then the interest $I = \frac{P \times T \times R}{100}$

From the above, we can derive principal or time or rate of interest

$$P = \frac{I \times 100}{T \times R}$$

$$T = \frac{I \times 100}{P \times R}$$

$$R = \frac{I \times 100}{P \times T}$$

Here, I = Simple Interest
P = Principal amount
R = Rate of interest
T = Time

Total amount = Principal + Interest

$$\text{Total amount} = P + \frac{P \times T \times R}{100} = P \left(1 + \frac{TR}{100} \right)$$

Example 27:

Calculate simple interest and the total amount, if

- principal = ₹5000, time = 2 years, rate = 10%
- principal = ₹25000, time = 3 years, rate = 12%

Solution: i) Simple interest $I = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{5000 \times 2 \times 10}{100} = ₹1000$

Total amount = principal + interest = 5000 + 1000 = ₹6000

ii) Simple interest = $\frac{P \times T \times R}{100} = \frac{25000 \times 3 \times 12}{100} = ₹9000$

Total amount = principal + interest = 25000 + 9000 = ₹34000

Example 28: If principal = ₹20000, time = 3 years, simple interest = ₹3600, then find interest rate.

Solution: Rate of Interest = $\frac{I \times 100}{T \times P} = \frac{3600 \times 100}{20000 \times 3} = 6\%$

Example 29: If Raheem borrowed a sum of ₹25000 at a rate 10% per annum, what is the simple interest and Total amount he has to pay for 3 years?

Solution: Rajesh did like this :

Principal = ₹25000

Time = 3 years

Rate of interest = 10%

Simple interest = $I = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{25000 \times 3 \times 10}{100} = ₹7500$

Total amount = ₹25000 + ₹7500 = ₹32500

Sangeetha did like this :

For 1 year we have to pay 10%

దీనినే సామాన్య రూపంలో రాస్తే, సాధారణ వడ్డీ $I = P \times \frac{R}{100} \times T$

P సొమ్ము, T సంవత్సరాలకి గాను, సంవత్సరానికి R% చొప్పున అయ్యే సాధారణ వడ్డీ $I = \frac{P \times T \times R}{100}$

పై దాని నుండి మనం అసలుకి లేదా కాలం లేదా వడ్డీ శాతం రేటులను రాబట్టవచ్చు.

$$P = \frac{I \times 100}{T \times R}$$

$$T = \frac{I \times 100}{P \times R}$$

$$R = \frac{I \times 100}{P \times T}$$

మొత్తం సొమ్ము = అసలు + వడ్డీ

ఇక్కడ I = సాధారణ వడ్డీ
P = అసలు
R = వడ్డీ శాతం
T = కాలం

$$\text{మొత్తం} = P + \frac{P \times T \times R}{100} = P \left(1 + \frac{TR}{100} \right)$$

ఉదాహరణ 27: సాధారణ వడ్డీ మరియు మొత్తాలను లెక్కించండి:

- అసలు ₹5000, కాలం 2 సంవత్సరాలు, వడ్డీ 10%
- అసలు ₹25000, కాలం 3 సంవత్సరాలు, వడ్డీ 12%

సాధన:

$$i) \text{ సాధారణ వడ్డీ } I = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{5000 \times 2 \times 10}{100} = ₹1000$$

$$\text{మొత్తం} = \text{అసలు} + \text{వడ్డీ} = 5000 + 1000 = ₹6000$$

$$ii) \text{ సాధారణ వడ్డీ} = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{25000 \times 3 \times 12}{100} = ₹9000$$

$$\text{మొత్తం} = \text{అసలు} + \text{వడ్డీ} = 25000 + 9000 = ₹34000$$

ఉదాహరణ 28: అసలు ₹20000, కాలము 3 సం., సాధారణ వడ్డీ ₹3600 అయిన, వడ్డీ శాతాన్ని కనుగొనండి.

సాధన:

$$\text{వడ్డీ శాతం (రేటు)} = \frac{I \times 100}{T \times P} = \frac{3600 \times 100}{20000 \times 3} = 6\%$$

ఉదాహరణ 29: రహీం ₹25000ను, సంవత్సరానికి 10% వడ్డీతో అప్పు తీసుకున్నాడు. అయితే మూడు సంవత్సరాలకి అయ్యే సాధారణ వడ్డీ ఎంత?

సాధన:

పై సమస్యను రాజేష్ క్రింది విధంగా చేశాడు.

$$\text{అసలు} = ₹25000$$

$$\text{కాలం} = 3 \text{ సంవత్సరాలు}$$

$$\text{వడ్డీ రేటు} = 10\%$$

$$\text{సాధారణ వడ్డీ } I = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{25000 \times 3 \times 10}{100} = ₹7500$$

$$\text{మొత్తం} = \text{అసలు} + \text{వడ్డీ}$$

సంగీత ఈ క్రింది విధంగా చేసింది:

ఒక సంవత్సరానికి మనం చెల్లించవలసింది 10%

for 3 years we have to pay $3 \times 10 = 30\%$ as interest

$$\text{Interest} = \frac{30}{100} \times 25000 = ₹7500$$

$$\text{Total amount} = ₹25000 + ₹7500 = ₹32500$$

Example 30: In what time will ₹10000 amount to ₹12000, if simple interest is calculated 10% per annum?

Solution : Amount = ₹12000

Principle = ₹10000

$$\text{S.I} = \text{Amount} - \text{Principal} = ₹12000 - ₹10000 = ₹2000$$

$$R = 10\%$$

$$I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$I = \frac{10000 \times 10 \times T}{100} \Rightarrow T = \frac{2000 \times 100}{10000 \times 10} = 2 \text{ years}$$

Example 31: What sum will yield an interest ₹6000 at 9% per annum in 3 years 4 months?

Solution: S.I = ₹6000

$$R = 9\%$$

$$\text{Time} = 3 \text{ years } 4 \text{ months} = \left[3 + \frac{4}{12} \right] \text{ years} = \left[3 + \frac{1}{3} \right] \text{ years} = \frac{10}{3} \text{ years}$$

$$I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\Rightarrow 6000 = \frac{P \times 9 \times 10}{100 \times 3}$$

$$\Rightarrow P = \frac{6000 \times 100 \times 3}{9 \times 10} = ₹ 20000$$

$$\therefore \text{Principal} = ₹20000$$

Example 32: At what rate per annum will ₹70000 yield an interest of ₹14000 in $2\frac{1}{2}$ years?

Solution: Principal = ₹70000

$$\text{Time} = 2\frac{1}{2} \text{ years} = \frac{5}{2} \text{ years}$$

Simple interest = ₹14000

$$I = \frac{P \times T \times R}{100} \Rightarrow 14000 = \frac{70000 \times 5 \times R}{100 \times 2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{14000 \times 100 \times 2}{70000 \times 5} = 8\% \quad \text{Interest rate} = 8\%$$

మూడు సంవత్సరాలకి వడ్డీ = $3 \times 10 = 30\%$

$$\text{సాధారణ వడ్డీ} = \frac{30}{100} \times 25000 = ₹7500$$

$$\text{మొత్తం} = ₹25000 + ₹7500 = ₹32500$$

ఉదాహరణ 30: ₹10000 అప్పు, సంవత్సరానికి 10% వడ్డీతో, ఎన్ని సంవత్సరాలలో మొత్తం సొమ్ము ₹12000 అవుతుంది?

సాధన:

$$\text{మొత్తం} = ₹12000$$

$$\text{అసలు} = ₹10000$$

$$\text{సాధారణ వడ్డీ} = 12000 - 10000 = ₹2000$$

$$R = 10\%$$

$$I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$I = \frac{10000 \times 10 \times T}{100} \Rightarrow T = \frac{2000 \times 100}{10000 \times 10} = 2 \text{ సంవత్సరాలు}$$

ఉదాహరణ 31: ఎంత సొమ్ము పై సంవత్సరానికి 9% వడ్డీతో, 3 సం.ల 4 నె. కాలానికి, సాధారణ వడ్డీ ₹6000 అవుతుంది?

సాధన:

$$\text{సాధారణ వడ్డీ} = ₹6000$$

$$\text{వడ్డీ రేటు} = 9\%$$

$$\text{కాలం} = \left[3 + \frac{4}{12} \right] \text{ సంవత్సరాలు} = \left[3 + \frac{1}{3} \right] = \frac{10}{3} \text{ సంవత్సరాలు}$$

$$\text{అసలు } I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\Rightarrow 6000 = \frac{P \times 9 \times 10}{100 \times 3}$$

$$\Rightarrow P = \frac{6000 \times 100 \times 3}{9 \times 10} = ₹20000$$

$$\text{అసలు} = ₹20000$$

ఉదాహరణ 32: ఎంత శాతం వడ్డీ రేటుతో, అసలు ₹70000కి 2½ సం.లలో సాధారణ వడ్డీ ₹14000 అవుతుంది?

సాధన:

$$\text{అసలు} = ₹70000$$

$$\text{కాలం} = 2 \frac{1}{2} \text{ సంవత్సరాలు} = \frac{5}{2} \text{ సంవత్సరాలు}$$

$$\text{సాధారణ వడ్డీ} = 14000$$

$$I = \frac{P \times T \times R}{100} \Rightarrow 14000 = \frac{70000 \times 5 \times R}{100 \times 2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{14000 \times 100 \times 2}{70000 \times 5} = 8\%$$

$$\text{వడ్డీ రేటు} = 8\%$$



Principle (rupees)	Time (years)	Interest rate	Interest (rupees)	Total (rupees)
6000	1	6		
10000	3	12		
30000	4		9200	



- At what rate per annum will the principle doubles in 10 years?
- At what rate per annum will the principle be 4 times in 15 years?

Exercise - 7.7

1. Calculate the simple interest accrued on a sum of ₹12600, at the rate of 9% per annum for 2 years.
2. Calculate the simple interest accrued for 3 years and the total amount on a sum of ₹85000, at the rate of 11% per annum.
3. In what time will ₹45000 amounts to ₹63000, if the simple interest is calculated 10% per annum?
4. On a certain amount at the rate of 12% per annum for time 3 years the total interest becomes ₹18000. What is the principal amount?
5. In what time the simple interest accrued on a sum of ₹35000 at the rate of 13% per annum becomes ₹27300?

Unit Exercise

1. If the cost of 7 toys is ₹1575, then what would be the cost of 6 such toys?
2. A boy went to a hotel and wants to buy 5 plates of Idly worth ₹24 each. After going to Hotel he observed that rates of Idly were increased to ₹30. Now if the boy wants to buy idlies, how many plates of idlies he can buy with the same amount?
3. Raju covers a distance of 28 kilometers in 2 hours. Find the Time taken by him to cover a distance of 56 km with the same speed?
4. 24 men working at 8 hours per day can do a piece of work in 15 days. In how many days 20 men working 9 hours per day do the same work?
5. Out of 15000 voters in a constituency, 60% of the voters voted. Find the number of people not voted in the constituency?
6. A shopkeeper bought a suitcase for ₹950 and sold it for ₹1200. Find its profit or loss percentage?
7. On selling a mobile for ₹4500, a shopkeeper losses 10%. For what amount should be sell it to gain of 15%?

అసలు (రూపాయలు)	కాలం (సం.)	వడ్డీ రేటు	వడ్డీ (రూపాయలు)	మొత్తం (రూపాయలు)
6000	1	6		
10000	3	12		
30000	4		9200	

అలోచించండి

- ఎంత వడ్డీ రేటుతో అసలు పది సంవత్సరాలలో రెట్టింపవుతుంది?
- ఎంత వడ్డీ రేటుతో 15 సంవత్సరాలలో అసలు నాలుగు రెట్లు అవుతుంది?

అభ్యాసం-7.7

1. అసలు ₹12600 కు, సంవత్సరానికి 9% వడ్డీతో, రెండు సంవత్సరాలలో అయ్యే సాధారణ వడ్డీ కనుక్కోండి.
2. అసలు ₹85000 కు, సంవత్సరానికి 11% వడ్డీతో, మూడు సంవత్సరాలలో అయ్యే సాధారణ వడ్డీ లెక్కించండి.
3. ఎంత సమయంలో అసలు ₹45000కు, సంవత్సరానికి 10% వడ్డీతో మొత్తం ₹63,000 అవుతుంది?
4. కొంత సొమ్ము పై సంవత్సరానికి 12% వడ్డీతో, 3 సంవత్సరాలలో సాధారణ వడ్డీ ₹18000 అయినది. అయిన అసలు ఎంత?
5. ఎంత కాలంలో ₹35000 సొమ్ము పై, సంవత్సరానికి 13% వడ్డీతో, సాధారణ వడ్డీ ₹27300 అవుతుంది?

యోనిట్ అభ్యాసం

1. 7 ఆడుకునే బొమ్మల వెల ₹1575 అయిన, అటువంటి 6 బొమ్మల వెల ఎంత?
2. ఒక బాలుని వద్ద ప్లేటు ఇడ్డీ ₹24 చొప్పున, 5 ప్లేట్లు ఇడ్డీలు కొనుటకుగాను సరిపోయే డబ్బు ఉన్నది. కానీ షోట్లకి వెళ్ళిన తర్వాత ప్లేటు ఇడ్డీ ధర ₹30కి పెరిగినదని తెలిసిన, అదే డబ్బుతో ఆ బాలుడు ఎన్ని ప్లేట్లు ఇడ్డీలు కొనగలడు?
3. రాజు రెండు గంటల్లో 28 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణం చేసినాడు. అదే వేగంతో 56 కి.మీ. దూరాన్ని ప్రయాణం చేయడానికి అతనికి ఎంత సమయం పడుతుంది?
4. 24 మంది వ్యక్తులు రోజుకి 8 గంటలు చొప్పున పని చేస్తూ ఒక పనిని 15 రోజులలో పూర్తి చేయగలరు. అదే పనిని 20 మంది వ్యక్తులు రోజుకి 9 గంటలు చొప్పున పని చేస్తూ ఎన్ని రోజులలో పూర్తి చేయగలరు?
5. ఒక నియోజకవర్గ పరిధి 15000 ఓటర్ల లో 60% మంది ఓటు వేసిన, ఓటు వేయని వారి సంఖ్య ఎంత?
6. ఒక వర్తకుడు ఒక సూట్ కేస్ ను ₹950కి కొని ₹1200కి అమ్మాడు. అయిన అతని లాభం లేదా నష్ట శాతాన్ని కనుక్కోండి?
7. ఒక వర్తకుడు సెల్ ఫోను ను ₹4500 కి అమ్మితే, అతనికి నష్టం 10% వస్తుంది. 15% లాభం రావాలంటే ఆ సెల్ ఫోనును ఎంతకు అమ్మాలి?

8. A carpenter allows 15% discount on his goods. Find the marked price of a chair which is sold by him for ₹680?
9. What is the simple interest accrued on a sum of ₹75000 at the rate of 11% for 3 years? Find the total amount.



1. Find total number of students in your class, in each class of your school and also in your school. Then find percentages of boys and girls in each class and also in your school. Write them in a tabular form.



- Compound Ratio of $a:b$ and $c:d$ is $ac:bd$.
- a, b are two quantities if a increases b also increases or a decreases b also decreases then a and b are said to be in direct proportion.
- a and b are in direct proportion then $\frac{a}{b} = k$, where k is proportional constant.
- a, b are two quantities, if ' a ' increases, ' b ' decreases or ' a ' decreases, ' b ' increases then ' a ' and ' b ' are said to be in inverse proportion.
- a and b are in inverse proportion then $a \times b = k$, where k is proportional constant.
- Sometimes change in one quantity depends upon the change in two or more quantities in some proportion, which is called compound proportion.

$$1\% = 1/100 = 0.01 = 1:100$$

$$\text{Profit} = \text{Selling price} - \text{Cost price}$$

$$\text{Loss} = \text{Selling price} - \text{Cost price}$$

$$\text{➤ Profit percentage} = \frac{\text{profit}}{\text{C.P}} \times 100$$

$$\text{➤ Loss percentage} = \frac{\text{loss}}{\text{C.P}} \times 100$$

➤ Discount always calculated on marked price

➤ Discount = Marked price – selling price

$$\text{➤ Simple interest } I = \frac{P \times T \times R}{100}$$

8. ఒక వడ్డంగి పనివాడు తను చేసిన చెక్క వస్తువుల పై 15% రాయితీని ఇస్తున్నాడు. ఒక కుర్చీని అతను ₹680 కి అమ్మిన, దాని ప్రకటన వెల ఎంత?
9. సంవత్సరానికి 11% వడ్డీ రేటుతో అసలు ₹75000 కి 3 సంవత్సరాలలో అయ్యే సాధారణ వడ్డీ ఎంత? మొత్తం సొమ్మును కనుగొనండి.



1. మీ తరగతిలో, మీ పాఠశాల ప్రతీ తరగతిలో మరియు మొత్తం పాఠశాలలో విద్యార్థులు సంఖ్యను కనుగొనండి. ప్రతీ తరగతిలో మరియు మొత్తం పాఠశాలలో బాలురు మరియు బాలికల శాతాన్ని కనుగొనండి. వాటిని ఒక పట్టిక రూపంలో రాయండి.



- $a:b$ మరియు $c:d$ ల బహుళ నిష్పత్తి $ac:bd$.
- a, b లు రెండు రాశులు అయిన, a పెరుగుతున్నప్పుడు b కూడా పెరుగుతూ లేదా a తగ్గుతున్నప్పుడు b కూడా తగ్గుతూ ఉంటే అప్పుడు a, b లు అనులోమానుపాతంలో ఉన్నాయి అని అంటారు.
- a, b లు అనులోమానుపాతం లో ఉంటే $\frac{a}{b} = k$ అవుతుంది. ఇక్కడ k ని అనుపాత స్థిరాంకం అంటారు.
- a, b లు రెండు రాశులు అయిన, ' a ' పెరుగుతున్నప్పుడు ' b ' తగ్గుతుంటే లేదా ' a ' తగ్గుతూ ఉన్నప్పుడు ' b ' పెరుగుతూ ఉంటే a, b లు విలోమానుపాతంలో ఉన్నాయి అని అంటారు.
- a, b లు విలోమానుపాతం లో ఉంటే $a \times b = k$ అవుతుంది. ఇక్కడ k ని అనుపాత స్థిరాంకం అంటారు.
- కొన్నిసార్లు ఒక రాశిలో మార్పు రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ రాశులలో మార్పులపై ఆధారపడి ఉంటుంది. దీనినే మిశ్రమానుపాతం అంటారు.
- $1\% = 1/100 = 0.01 = 1:100$
- లాభం = అమ్మిన వెల - కొన్నవెల
- నష్టం = కొన్నవెల - అమ్మిన వెల
- లాభ శాతం = $\frac{\text{లాభం}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100$
- నష్ట శాతం = $\frac{\text{నష్టం}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100$
- రాయితీ ఎల్లప్పుడూ ప్రకటన వెలపై లెక్కిస్తారు.
- రాయితీ = ప్రకటన వెల - అమ్మిన వెల
- సాధారణ వడ్డీ = $\frac{P \times T \times R}{100}$

EXPONENTS AND POWERS



Learning Outcomes

The learner is able to

- understand the concepts of Exponents and Powers.
- know the laws of Exponents and applies them while solving the problems.
- write the exponential form of given numbers and variables.
- recognise the common errors in Exponents and Powers.
- express the large numbers in Expanded form and in Standard form.
- solve daily life problems connected to Exponents and Powers.

Content Items

- 2.0 Introduction
- 2.1 Exponential form
- 2.2 Laws of Exponents
- 2.3 Expressing large numbers in Expanded form and in Standard form



W9X1G6

2.0 Introduction:

Teacher asked students to tell the large numbers known to them. They said numbers like thousand, ten thousand, lakh, ten lakh, crore and so on. Finally, Likhith told ‘Thousand lakh crores’ which is the largest number among the students told. Then the teacher appreciated him. All the students clapped. Likhith was extremely happy.

The teacher asked him to write the number ‘Thousand lakh crores’ on the black board.

With great difficulty, counting the zeros several times, he wrote as 10000000000000000. Is it correct?

Look at the picture. “Can you read this number?”

There was an absolute silence in the classroom.

This type of large numbers are difficult to read. Is n’t it?

Can you read this?
59763000000000000000000000000000



ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలు



అభ్యసన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు

- ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాల భావనలను అర్థం చేసుకోగలడు.
- ఘాతంక న్యాయాలను తెలుసుకోగలడు మరియు సమస్యలు సాధించడానికి ఘాతంక న్యాయాలను వర్తింపజేస్తాడు.
- ఇచ్చిన సంఖ్యలు మరియు చలరాశుల ఘాతాంక రూపాలను రాయగలడు.
- ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలలో సాధారణ దోషాలను గుర్తించగలడు.
- పెద్దసంఖ్యలను విస్తరణ మరియు ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచగలడు.
- ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలకు సంబంధించిన నిజ జీవిత సమస్యలు సాధించగలడు.

విషయాంశాలు

- 2.0 పరిచయం
- 2.1 ఘాతాంక రూపం
- 2.2 ఘాతంక న్యాయాలు.
- 2.3 పెద్ద సంఖ్యలను విస్తరణ మరియు ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచుట



2.0 పరిచయం:

ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు తెలిసిన పెద్ద సంఖ్యలను చెప్పమని అడిగారు. వారు వెయ్యి, పదివేలు, లక్ష, పదిలక్షలు, కోటి మొదలగు సంఖ్యలను చెప్పారు. లిఖిత విద్యార్థులు చెప్పిన సంఖ్యలలో పెద్ద సంఖ్య 'వెయ్యి లక్షల కోట్లు' చెప్పాడు. అతనిని ఉపాధ్యాయుడు అభినందించాడు. విద్యార్థులందరు చప్పట్లు కొట్టారు. లిఖిత చాల సంతోషించాడు.

ఉపాధ్యాయుడు లిఖిత చెప్పిన 'వెయ్యి లక్షల కోట్లు' ను నల్లబల్ల పై రాయమని అడిగాడు. సున్నాను చాల సార్లు లెక్కిస్తూ అతి కష్టంతో అతను 10000000000000000 గా రాశాడు. ఇది సరైనదేనా? పటంను పరిశీలించండి. మీరు ఈ సంఖ్యను చదవగలరా? తరగతి గదిలో సంపూర్ణ నిశ్శబ్దం నెలకొంది. ఈ రకమైన పెద్ద సంఖ్యలను చదవడంకష్టం! నిజమేనా?

మీరు దీనిని చదవగలరా?
597630000000000000000000



To make large numbers easy to read, write and understand in a simple manner, Exponents help us in doing so. Exponents are used extensively in many fields, including Economics, Biology, Chemistry, Physics, Computer science etc. Here are some pictures and values, where we use exponents in the real life situations.

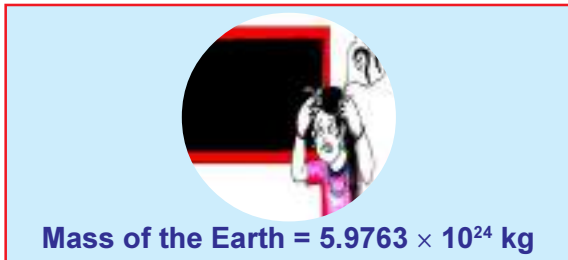


Fig. (i)

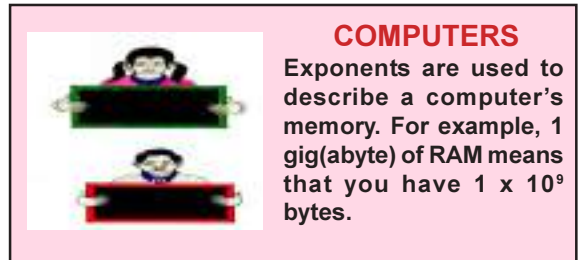


Fig. (ii)

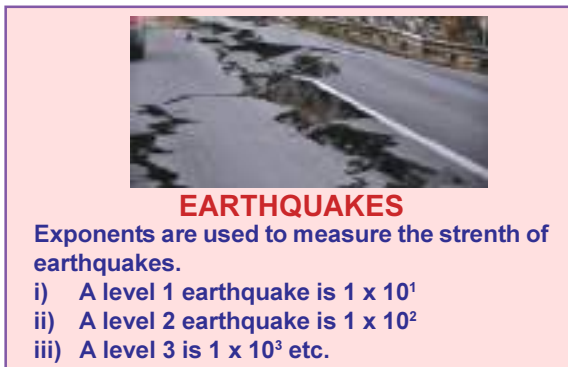


Fig. (iii)

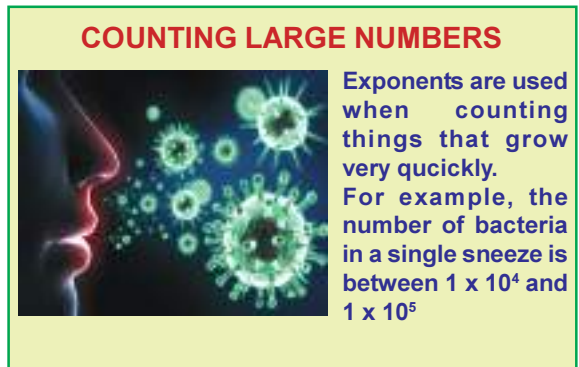


Fig. (iv)

In this chapter, we will learn more about the Exponents, the laws of Exponents, Expanded and Standard form of Exponents.

2.1 Exponential form:

Observe the following:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$$

We know that the repeated addition can be written in the form of multiplication to make it simple. So, we can write as 5×4 , 6×5 and 7×6 respectively for the above values.

Similarly can we express repeated multiplication in a simple way?

Observe, $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

Instead of writing the factor 10 repeated by 4 times, we can simply write 10^4 . It can be read as **10 raised to the power of 4** or **10 to the power of 4**.

10^4 is called the **Exponential form** of 10,000.

We say **10** is the **base** and **4** is the **exponent**.



పెద్ద సంఖ్యలను సరళమైన రీతిలో చదవడం, రాయడం, అర్థం చేసుకోవటంలో ఘాతాంకాలు ఉపయోగపడతాయి. ఘాతాంకాలు ఆర్థికశాస్త్రం, జీవశాస్త్రం, రసాయనశాస్త్రం, భౌతికశాస్త్రం మరియు కంప్యూటర్ సైన్సు సహా అనేక రంగాలలో విస్తృతంగా వినియోగించబడుతున్నాయి. ఇక్కడ ఘాతాంకాలను నిజ జీవిత సందర్భాలలో ఉపయోగించే విలువలతో కూడిన కొన్ని చిత్రాలు ఉన్నాయి.



భూమి ద్రవ్యరాశి = 5.9763×10^{24} కి.గ్రా

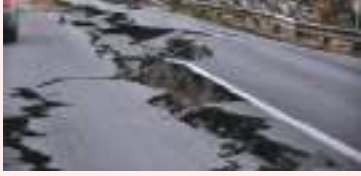
పటం (i)

కంప్యూటర్లు

కంప్యూటర్ జ్ఞాపకశక్తిని వివరించడానికి ఘాతంకాలు ఉపయోగపడతాయి.

ఉదా : RAM యొక్క ఒక గిగాబైట్ అంటే 1×10^9 బైట్లు ఉన్నాయి అని అర్థం.

పటం (ii)



భూకంపాలు

భూకంపాల తీవ్రతని కొలవడానికి ఘాతాంకాలు ఉపయోగిస్తారు.

i) లెవల్ 1 భూకంపాల తీవ్రత 1×10^1

ii) లెవల్ 2 భూకంపాల తీవ్రత 1×10^2

iii) లెవల్ 3 భూకంపాల తీవ్రత 1×10^3 మొదలైనవి.

పటం (iii)

పెద్ద సంఖ్యల గణన

వేగంగా పెరుగే వస్తువులను లెక్కించేటప్పుడు ఘాతాంకాలు ఉపయోగిస్తారు.

ఉదాహరణకు, ఒక తుమ్ములో గల బ్యాక్టీరియా 1×10^4 మరియు 1×10^5 ఉండును

పటం (iv)

ఈ అధ్యాయంలో మనం ఘాతాంకాలు, ఘాతాంక న్యాయాలు మరియు విస్తరణ రూపం మరియు ప్రామాణిక రూపం గురించి వివరంగా తెలుసుకుంటాం.

2.1 ఘాతాంక రూపం లేక ఘాత రూపం :

కింది వాటిని పరిశీలిద్దాం:

$$4+4+4+4+4$$

$$5+5+5+5+5+5$$

$$6+6+6+6+6+6+6$$

పునరావృత సంకలనంను సరళతరం చేయడానికి గుణకార రూపంలో రాయవచ్చుని మనకు తెలుసు. కావున మనంపై వాటిని 5×4 , 6×5 మరియు 7×6 గా రాయవచ్చు.

ఇదేవిధంగా ఒక సంఖ్య యొక్క పునరావృత గుణకారాన్ని కూడా సరళమైన రీతిలో వ్యక్తపరచవచ్చా?

గమనించండి, $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

కారణాంకం 10ని 4 సార్లు పునరావృతం చేయడానికి బదులుగా మనం 10^4 గా రాస్తాము. దీనిని '10 యొక్క 4వ ఘాతం' లేదా **10 టుది పౌవర్ అఫ్ ఫోర్** అని చదువుతాం.

10^4 ని 10000 యొక్క ఘాత రూపం అని అంటాం. మనం '10 ని భూమి లేక ఆధారం అని', 4 ని ఘాతాంకం అని అంటాము.



Note : The exponent is usually written at the top right corner of the base and smaller in size when compared to the base.

Observe the following table:

Number	Expanded form	Exponential form	Base	Exponent	Read as
1,00,000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^5	10	5	10 raised to the power of 5
10,00,000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^6	10	6	10 raised to the power of 6
1,00,00,000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^7	10	7	10 raised to the power of 7



Write the following in exponential form by using 10 as the base number:

- i) 10,00,00,000 ii) 100,00,00,000

2.1.1 Exponent with other bases :

We have seen numbers whose base is 10. However, the base can be any other number also.

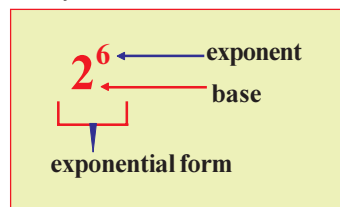
Observe the following

i) $64 = 8 \times 8 = 8^2$

8^2 is called the exponential form of 64.

Here 8 is the base and 2 is the exponent.

It can be read as 8 raised to the power of 2 or 8 square.

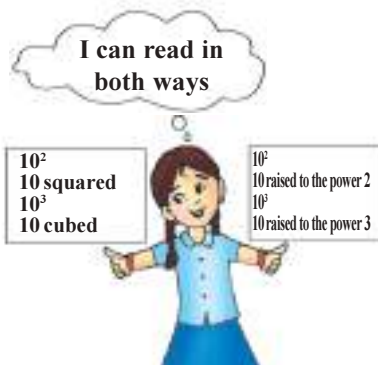


ii) $64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$

4^3 is called the exponential form of 64.

Here 4 is the base and 3 is the exponent.

It can be read as 4 raised to the power of 3 or 4 cube.



iii) $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

2^6 is called the exponential form of 64.

Here 2 is the base and 6 is the exponent.

It can be read as 2 raised to the power of 6.

Similarly, we can write $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

5^3 is called the exponential form of 125.

Here 5 is the base and 3 is the exponent.

It can be read as 5 raised to the power of 3 or 5 cube.



$6a^2$ and $(6a)^2$ have same base or not? Why?

గమనిక: ఘాతాంకం సాధారణంగా భూమి యొక్క కుడి ఎగువ మూలలో రాయబడుతుంది మరియు భూమితో పోల్చినప్పుడు పరిమాణం తక్కువగా వుంటుంది.

కింది పట్టికను గమనించండి

సంఖ్య	విస్తరణ రూపం	ఘాతాంక రూపం	భూమి	ఘాతాంకం	చదివే విధానం
1,00,000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^5	10	5	10 యొక్క 5 వ ఘాతం
10,00,000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^6	10	6	10 యొక్క 6 వ ఘాతం
1,00,00,000	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^7	10	7	10 యొక్క 7 వ ఘాతం



కింది వాటిని భూమి 10గా ఉండే విధంగా ఘాతాంక రూపంలో రాయండి.
 i) 10,00,00,000 ii) 100,00,00,000

2.1.1 ఇతర భూములు గల ఘాతాంకాలు:

మనం ఇంతవరకు 10 భూమిగా గల సంఖ్యలను చూశాం. భూమి వేరే సంఖ్యలు కూడా ఉండవచ్చు.

కింది వాటిని గమనించండి

i) $64 = 8 \times 8 = 8^2$

8^2 ను 64 యొక్క ఘాత రూపం అంటాం.

ఇక్కడ 8 భూమి మరియు 2 ఘాతాంకం

దీనిని 8 యొక్క 2వ ఘాతం లేక 8 యొక్క వర్గము అని చదువుతాం.

ii) $64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$

4^3 ను 64 యొక్క ఘాత రూపం అంటాం.

ఇక్కడ 4 భూమి మరియు 3 ఘాతాంకం

దీనిని 4 యొక్క 3వ ఘాతం లేక 4 యొక్క ఘనము అని చదువుతాం.

iii) $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

2^6 ను 64 యొక్క ఘాత రూపం అంటాం

ఇక్కడ 2 భూమి మరియు 6 ఘాతాంకం

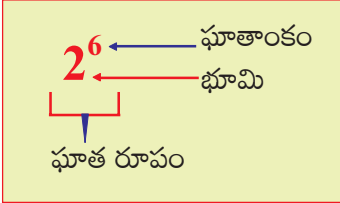
దీనిని 2 యొక్క 6వ ఘాతం అని చదువుతాం.

అదేవిధంగా $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ గా రాయవచ్చు

5^3 ను 125 యొక్క ఘాత రూపం అంటాం.

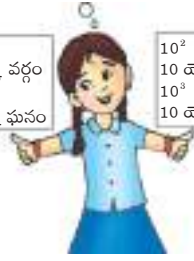
ఇక్కడ 5 భూమి మరియు 3 ఘాతాంకం.

దీనిని 5 యొక్క 3వ ఘాతం లేక 5 యొక్క ఘనము అని చదువుతాం.



నేను దీనిని రెండు విధాలుగా చదవగలను

- 10^2 10 యొక్క వర్గం
- 10^3 10 యొక్క ఘనం
- 10^2 10 యొక్క 2వ ఘాతం
- 10^3 10 యొక్క 3వ ఘాతం



$6a^2$ మరియు $(6a)^2$ లు ఒకే భూమి కలిగివున్నాయా? ఎందుకు?

General exponential form:

Take any positive integer 'a' as base.

$$a = a^1 \quad (\text{this is read as 'a' raised to the power of '1'})$$

$$a \times a = a^2 \quad (\text{this is read as 'a' raised to the power of '2' or 'a squared'})$$

$$a \times a \times a = a^3 \quad (\text{this is read as 'a' raised to the power of '3' or 'a cubed'})$$

$$a \times a \times a \times a = a^4 \quad (\text{this is read as 'a' raised to the power of '4'})$$

$$a \times a \times a \times a \times a = a^5 \quad (\text{this is read as 'a' raised to the power of '5'})$$

$$a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6 \quad (\text{this is read as 'a' raised to the power of '6'}) \text{ and so on}$$

Thus we can say $a \times a \times a \dots$ 'n' times = a^n , Where 'a' is the base and 'n' is the exponent

This is said to be exponential form.

Example 1 : Which one is greater 8^2 or 2^8 ? Justify.

Solution : $8^2 = 8 \times 8 = 64$

$$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$$

$$256 > 64$$

$$\text{Therefore, } 2^8 > 8^2.$$



1. Observe and complete the following table. First one is done for you.

Number	Expanded form	Exponential form	Base	Exponent
216	$6 \times 6 \times 6$	6^3	6	3
144		12^2		
225	15×15		15	
343			7	3
15625	$25 \times 25 \times 25$			

2. Write the following numbers in exponential form. Also state the base, exponent and how to read.

i) 16

ii) 49

iii) 512

iv) 243

3. Compute the following and write the greater one.

i) 4^3 or 3^4

ii) 5^3 or 3^5

4. Is 3^2 equal to 2^3 ? Justify your answer.

ఘాతాంక సాధారణ రూపం:

ఏదైనా ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య 'a' ను భూమిగా తీసుకొందాం.

$$\begin{aligned}
 a &= a^1 \quad (\text{దీనిని 'a' యొక్క 1వ ఘాతం అని చదువుతాం}) \\
 a \times a &= a^2 \quad (\text{దీనిని 'a' యొక్క 2వ ఘాతం లేక a యొక్క వర్గము అని చదువుతాం}) \\
 a \times a \times a &= a^3 \quad (\text{దీనిని 'a' యొక్క 3వ ఘాతం లేక a యొక్క ఘనము అని చదువుతాం}) \\
 a \times a \times a \times a &= a^4 \quad (\text{దీనిని 'a' యొక్క 4వ ఘాతం అని చదువుతాం}) \\
 a \times a \times a \times a \times a &= a^5 \quad (\text{దీనిని 'a' యొక్క 5వ ఘాతం అని చదువుతాం}) \\
 a \times a \times a \times a \times a \times a &= a^6 \quad (\text{దీనిని 'a' యొక్క 6వ ఘాతం అని చదువుతాం})
 \end{aligned}$$

అదే విధంగా $a \times a \times a \dots$ 'n'సార్లు $= a^n$, ఇక్కడ 'a' భూమి మరియు 'n' ఘాతాంకం అని చెప్పవచ్చు. దీనిని ఘాతాంక సాధారణ రూపం అని అంటారు.

ఉదాహరణ 1 : 8^2 లేక 2^8 లలో ఏది పెద్దది? సమర్థించండి.

సాధన :

$$8^2 = 8 \times 8 = 64$$

$$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$$

$$256 > 64$$

అందువల్ల, $2^8 > 8^2$



1. కింది పట్టికను గమనించి పూరించండి. మొదటిది మీకోసం చేయబడినది.

సంఖ్య	విస్తరణ రూపం	ఘాతాంక రూపం	భూమి	ఘాతాంకం
216	$6 \times 6 \times 6$	6^3	6	3
144		12^2		
225	15×15		15	
343			7	3
15625	$25 \times 25 \times 25$			

2. కింది సంఖ్యలను ఘాతాంక రూపంలో రాయండి. వాటి భూమి, ఘాతాంకం మరియు ఎలా చదువుతారో సూచించండి.

- i) 16 ii) 49 iii) 512 iv) 243

3. కింది వాటిని గణించి పెద్దదానిని రాయండి.

- i) 4^3 లేదా 3^4 ii) 5^3 లేదా 3^5

4. 3^2 అనేది 2^3 కు సమానమా? మీ జవాబును సమర్థించండి?

2.1.2 Writing a number in exponential form through prime factorisation:

Let us see the following numbers in the exponential form by using prime factorisation

Eg: i) 72 ii) 405

Solution :

$$\begin{aligned} \text{i) } 72 &= 2 \times 36 \\ &= 2 \times 2 \times 18 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 9 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ &= 2^3 \times 3^2 \\ \therefore 72 &= 2^3 \times 3^2 \end{aligned}$$

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned} \text{ii) } 405 &= 3 \times 135 \\ &= 3 \times 3 \times 45 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 15 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \\ &= 3^4 \times 5^1 \\ \therefore 405 &= 3^4 \times 5 \end{aligned}$$

3	405
3	135
3	45
3	15
5	5
	1



Express the following number in exponential form using prime factorisation:

i) 432 ii) 1296 iii) 729 iv) 1600

Exercise - 2.1

- Express the following into exponential form :
i) $14 \times 14 \times 14$ ii) $25 \times 25 \times 25 \times 25 \times 25$ iii) $ab \times ab \times ab \times ab$ iv) $7 \times p \times p \times q$
- Express the following into expanded form :
i) 27^6 ii) 101^5 iii) $(2b)^4$ iv) $3a^8$
- Express the following in exponential form through prime factorisation :
i) 81 ii) 125 iii) 324 iv) 1080
- Compute and identify the greater number in the following pairs :
i) 2^5 or 5^2 ii) 7^3 or 3^7 iii) 2^3 or 3^2
- Expand $3^3 \times 4^2$ and $4^3 \times 3^2$. Are they equal? Justify?

2.1.2 ఒక సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకములుగా విభజించి ఘాత రూపంలో రాయడం.

ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిని ఉపయోగించి కింది సంఖ్యలను ఘాతాంక రూపంలో రాసే విధానాన్ని మనం పరిశీలిద్దాం.

ఉదా : i) 72

ii) 405

సాధన :

$$\begin{aligned}
 \text{i) } 72 &= 2 \times 36 \\
 &= 2 \times 2 \times 18 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 9 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\
 &= 2^3 \times 3^2 \\
 \therefore 72 &= 2^3 \times 3^2
 \end{aligned}$$

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned}
 \text{ii) } 405 &= 3 \times 135 \\
 &= 3 \times 3 \times 45 \\
 &= 3 \times 3 \times 3 \times 15 \\
 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \\
 &= 3^4 \times 5^1 \\
 \therefore 405 &= 3^4 \times 5
 \end{aligned}$$

3	405
3	135
3	45
3	15
5	5
	1



1. కింది సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిని ఉపయోగించి ఘాత రూపంలో రాయండి.
 i) 432 ii) 1296 iii) 729 iv) 1600

అభ్యాసం - 2.1

- కింది వాటిని ఘాత రూపంలో వ్యక్తపరచండి.
 i) $14 \times 14 \times 14$ ii) $25 \times 25 \times 25 \times 25 \times 25$ iii) $ab \times ab \times ab \times ab$ iv) $7 \times p \times p \times p$
- కింది వాటిని విస్తరణ రూపంలో వ్యక్తపరచండి.
 i) 27^6 ii) 101^5 iii) $(2b)^4$ iv) $3a^8$
- కింది వాటిని ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిని ఉపయోగించి ఘాతరూపంలో రాయండి.
 i) 81 ii) 125 iii) 324 iv) 1080
- కింది జతలలో ఏది పెద్దదో గణించి గుర్తించండి.
 i) 2^5 లేదా 5^2 ii) 7^3 లేదా 3^7 iii) 2^3 లేదా 3^2
- $3^3 \times 4^2$ మరియు $4^3 \times 3^2$ లను విస్తరించండి. అవి సమానమేనా? అయితే ఎందుకు? సమర్థించండి.

6. Express the following numbers in exponential form with the given base.
- i) 1000, base 10 ii) 512, base 2 iii) 243, base 3
7. If $a = 2$, $b = 3$ find the value of
- i) $a^a + b^b$ ii) $a^b + b^a$ iii) $(a + b)^b$
8. Write the following in Exponential form :
- i) The speed of light in vacuum is about 30,00,00,000 m/sec.
- ii) The population of India is about 121,00,00,000 as per 2011 census.

2.2 Laws of exponents :

Let us discuss laws of exponents here.

2.2.1 Multiplication of powers with same base :

i) Let us see the value of $2^3 \times 2^2$

$$2^3 \times 2^2 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3 \text{ times}} \times \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ times}}$$

$$= \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{5 \text{ times}}$$

$$= 2^5$$

$$= 2^{3+2}$$

We observe that the base of 2^3 and 2^2 is 2, the sum of the exponents is $3 + 2 = 5$.

ii) Let us see the value of $5^4 \times 5^6$

$$5^4 \times 5^6 = \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{4 \text{ times}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{6 \text{ times}}$$

$$= \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{10 \text{ times}}$$

$$= 5^{10}$$

$$= 5^{4+6}$$

Again, we observe that the base of 5^4 and 5^6 is 5,

The sum of the exponents is $4 + 6 = 10$.

iii) $a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$

$$= a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$= a^6$$

$$= a^{2+4}$$

Based on the above observations we can say that.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$



6. ఇచ్చిన భూమితో కింది సంఖ్యలను ఘాత రూపంలో వ్యక్తపరచండి.
- i) 1000, భూమి 10 ii) 512, భూమి 2 iii) 243, భూమి 3
7. $a = 2$, $b = 3$ అయిన, క్రిందివాటి విలువలను కనుగొనండి.
- i) $a^a + b^b$ ii) $a^b + b^a$ iii) $(a + b)^b$
8. కింది వాటిని విస్తరణ రూపంలో రాయండి.
- i) శూన్యంలో కాంతి వేగం దాదాపు 30,00,00,000 మీ./సె.
- ii) 2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం భారతదేశ జనాభా దాదాపుగా 121,00,00,000.

2.2 ఘాతాంక న్యాయాలు:

ఇక్కడ మనం ఘాతాంక న్యాయాలను చర్చిద్దాం.

2.2.1 ఒకే భూమి గల ఘాతాల గుణకారం

i) $2^3 \times 2^2$ యొక్క విలువను చూద్దాం

$$2^3 \times 2^2 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3 \text{ సార్లు}} \times \underbrace{(2 \times 2)}_{2 \text{ సార్లు}}$$

$$= \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{5 \text{ సార్లు}}$$

$$= 2^5$$

$$= 2^{3+2}$$

2^3 మరియు 2^2 ల యొక్క భూమి 2 ఘాతాంకాల మొత్తం $3 + 2 = 5$ అని మనం గమనించాము.

ii) $5^4 \times 5^6$ యొక్క విలువను చూద్దాం

$$5^4 \times 5^6 = \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{4 \text{ సార్లు}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{6 \text{ సార్లు}}$$

$$= \underbrace{(5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)}_{10 \text{ సార్లు}}$$

$$= 5^{10}$$

$$= 5^{4+6}$$

మరలా మనం, 5^4 మరియు 5^6 యొక్క భూమి 5 ఘాతాంకాల మొత్తం $4+6=10$ అని మనం గమనించాము

iii) $a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$

$$= a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$= a^6$$

$$= a^{2+4}$$

పై పరిశీలనల నుంచి మనం

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$



$$a^m \times a^n = [a \times a \times a \dots m \text{ times}] \times [a \times a \times a \dots n \text{ times}]$$

$$= [a \times a \times a \dots m + n \text{ times}] = a^{m+n}$$

For any non-zero integer 'a' and integers 'm' and 'n', $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Example 2 : Simplify the following using the formula $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

(i) $(-5)^7 \times (-5)^4$

(ii) $3^3 \times 3^2 \times 3^4$

Solution :

(i) $(-5)^7 \times (-5)^4 = (-5)^{7+4}$ $(\because a^m \times a^n = a^{m+n})$
 $= (-5)^{11}$

$\therefore (-5)^7 \times (-5)^4 = (-5)^{11}$

(ii) $3^3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^{3+2+4}$ $(\because a^m \times a^n = a^{m+n})$
 $= 3^9$

$\therefore 3^3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^9$



1. Write the appropriate number in place of \square in the following.

Let 'b' be any non-zero integer

i) $b^2 \times b^3 = b^\square$

ii) $b^{10} \times b^\square = b^{14}$

2. Simplify the following using the formula $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

i) $5^7 \times 5^4$

ii) $p^3 \times p^2$

iii) $(-4)^{10} \times (-4)^3 \times (-4)^2$

2.2.2 Power of Exponential form:

i) Consider $(2^3)^2$

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

$$= 2^{3+3} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 2^6$$

$$= 2^{3 \times 2}$$

$$\therefore (2^3)^2 = 2^{3 \times 2}$$

ii) Consider $(3^5)^4$

$$(3^5)^4 = 3^5 \times 3^5 \times 3^5 \times 3^5$$

$$= 3^{5+5+5+5} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 3^{20}$$

$$= 3^{5 \times 4}$$

$$a^m \times a^n = [a \times a \times a \dots m \text{ సార్లు}] \times [a \times a \times a \dots n \text{ సార్లు}]$$

$$= [a \times a \times a \dots m + n \text{ సార్లు}] = a^{m+n} \text{ అని చెప్పవచ్చును.}$$

ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య 'a' మరియు 'm', 'n'లు పూర్ణసంఖ్యలు అయితే $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ఉదాహరణ 2 : కింది వాటిని $a^m \times a^n = a^{m+n}$ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

(i) $(-5)^7 \times (-5)^4$ (ii) $3^3 \times 3^2 \times 3^4$

సాధన :

(i) $(-5)^7 \times (-5)^4 = (-5)^{7+4}$ ($\because a^m \times a^n = a^{m+n}$)

$$= (-5)^{11}$$

$$\therefore (-5)^7 \times (-5)^4 = (-5)^{11}$$

(ii) $3^3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^{3+2+4}$ ($\because a^m \times a^n = a^{m+n}$)

$$= 3^9$$

$$\therefore 3^3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^9$$



1. క్రింది వాటిలో ఖాళీ గడి \square లో తగిన సంఖ్యను రాయండి.

'b' ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్యగా తీసుకోండి.

i) $b^2 \times b^3 = b^\square$ ii) $b^{10} \times b^\square = b^{14}$

2. కింది వాటిని $a^m \times a^n = a^{m+n}$ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

i) $5^7 \times 5^4$ ii) $p^3 \times p^2$ iii) $(-4)^{10} \times (-4)^3 \times (-4)^2$

2.2.2 ఘాతం యొక్క ఘాత రూపం

i) $(2^3)^2$ తీసుకొందాం.

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

$$= 2^{3+3} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 2^6$$

$$= 2^3 \times 2$$

$$\therefore (2^3)^2 = 2^{3 \times 2}$$

ii) $(3^5)^4$ తీసుకొందాం.

$$(3^5)^4 = 3^5 \times 3^5 \times 3^5 \times 3^5$$

$$= 3^{5+5+5+5} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 3^{20}$$

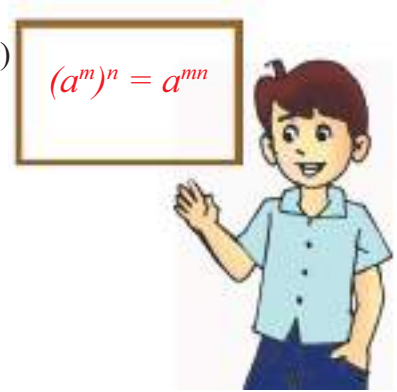
$$= 3^5 \times 4$$

$$\therefore (3^5)^4 = 3^{5 \times 4}$$

$$\therefore (3^5)^4 = 3^{5 \times 4}$$

iii) Consider $(a^m)^5$

$$\begin{aligned} (a^m)^5 &= a^m \times a^m \times a^m \times a^m \times a^m \\ &= a^{m+m+m+m+m} && (\because a^m \times a^n = a^{m+n}) \\ &= a^{5m} \\ &= a^{m \times 5} \end{aligned}$$



$$\therefore (a^m)^5 = a^{m \times 5}$$

Based on the above observations, we can say that

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= [a^m \times a^m \dots \dots n \text{ times}] \\ &= a^{m+m+\dots n \text{ times}} \\ &= a^{mn} \end{aligned}$$

For any non-zero integer 'a' and integers 'm' and 'n', $(a^m)^n = a^{mn}$.

Example 3: Simplify the following using the formula $(a^m)^n = a^{mn}$

- i) $(8^3)^4$ ii) $[(-11)^5]^2$ iii) $(7^{50})^2$

Solution :

i) $(8^3)^4 = 8^{3 \times 4}$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$
 $= 8^{12}$

$$\therefore (8^3)^4 = 8^{12}$$

ii) $[(-11)^5]^2 = (-11)^{5 \times 2}$
 $= (-11)^{10}$

$$\therefore [(-11)^5]^2 = (-11)^{10}$$

iii) $(7^{50})^2 = 7^{50 \times 2}$
 $= 7^{100}$

$$\therefore (7^{50})^2 = 7^{100}$$



Write the following in exponential form using the formula $(a^m)^n = a^{mn}$.

i) $(6^2)^4$ ii) $(2^2)^{100}$ iii) $(20^6)^2$ iv) $[(-10)^3]^5$

iii) $(a^m)^5$ తీసుకొందాం.

$$\begin{aligned} (a^m)^5 &= a^m \times a^m \times a^m \times a^m \times a^m \\ &= a^{m+m+m+m+m} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n}) \\ &= a^{5m} \\ &= a^{m \times 5} \end{aligned}$$

$$\therefore (a^m)^5 = a^{m \times 5}$$

పై పరిశీలనల నుంచి, మనం

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= [a^m \times a^m \dots \dots n \text{ సార్లు}] \\ &= a^{m+m+\dots+n} \text{ సార్లు} \\ &= a^{mn} \quad \text{అని చెప్పవచ్చును.} \end{aligned}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$



'a' ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్య మరియు 'm', 'n'లు పూర్ణ సంఖ్యల అయితే $(a^m)^n = a^{mn}$

ఉదాహరణ 3: కింది వాటిని $(a^m)^n = a^{mn}$ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

i) $(8^3)^4$ ii) $[(-11)^5]^2$ iii) $(7^{50})^2$

సాధన:

i) $(8^3)^4 = 8^{3 \times 4} \quad [\because (a^m)^n = a^{mn}]$
 $= 8^{12}$

$$\therefore (8^3)^4 = 8^{12}$$

ii) $[(-11)^5]^2 = (-11)^{5 \times 2}$
 $= (-11)^{10}$

$$\therefore [(-11)^5]^2 = (-11)^{10}$$

iii) $(7^{50})^2 = 7^{50 \times 2}$
 $= 7^{100}$

$$\therefore (7^{50})^2 = 7^{100}$$



కింది వాటిని $(a^m)^n = a^{mn}$ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి ఘాత రూపంలో రాయండి.

i) $(6^2)^4$ ii) $(2^2)^{100}$ iii) $(20^6)^2$ iv) $[(-10)^3]^5$

2.2.3 Multiplying Powers having same exponents:

i) Consider $2^3 \times 3^3$

Here 2^3 and 3^3 have the same exponent 3 but different bases

$$\begin{aligned} 2^3 \times 3^3 &= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= (2 \times 3)^3 \end{aligned}$$

$$\therefore 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3$$

ii) Consider $4^4 \times 3^4$

$$\begin{aligned} 4^4 \times 3^4 &= (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \\ &= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \\ &= (4 \times 3)^4 \end{aligned}$$

$$\therefore 4^4 \times 3^4 = (4 \times 3)^4$$

iii) Consider $a^5 \times b^5$

$$\begin{aligned} a^5 \times b^5 &= (a \times a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b \times b) \\ &= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \\ &= (a \times b)^5 \end{aligned}$$

$$\therefore a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$$

Based on the above observations, we can say that

$$\begin{aligned} a^m \times b^m &= [a \times a \times a \dots m \text{ times}] \times [b \times b \times b \dots m \text{ times}] \\ &= [(a \times b) \times (a \times b) \dots m \text{ times}] \\ &= (a \times b)^m \end{aligned}$$

**For any two non-zero integer 'a' and 'b' and any positive integer 'm',
 $a^m \times b^m = (a \times b)^m$.**

Example 4 : Simplify the following using the exponential law $a^m \times b^m = (ab)^m$:

i) $5^2 \times 3^2$ ii) $p^3 \times q^3$ iii) $(7 \times 8)^4$

Solution : i) $5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2$ [$\because a^m \times b^m = (ab)^m$]

ii) $p^3 \times q^3 = (p \times q)^3$

iii) $(7 \times 8)^4 = 7^4 \times 8^4$ [$\because (ab)^m = a^m \times b^m$]



Simplify the following by using the law $a^m \times b^m = (ab)^m$
i) $7^6 \times 3^6$ ii) $(3 \times 5)^4$ iii) $a^4 \times b^4$ iv) $3^2 \times a^2$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$



2.2.3 ఒకే ఘాతాంకం గల ఘాతాలను గుణించడం.

i) $2^3 \times 3^3$ తీసుకొందాం.

ఇక్కడ 2^3 మరియు 3^3 లు ఒకే ఘాతాంకం 3 కలిగి వున్నాయి. కాని వాటి భూములు వేరు వేరుగా వున్నాయి.

$$\begin{aligned} 2^3 \times 3^3 &= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= (2 \times 3)^3 \end{aligned}$$

$$\therefore 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3$$

ii) $4^4 \times 3^4$ తీసుకొందాం.

$$\begin{aligned} 4^4 \times 3^4 &= (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \\ &= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \\ &= (4 \times 3)^4 \end{aligned}$$

$$\therefore 4^4 \times 3^4 = (4 \times 3)^4$$

iii) $a^5 \times b^5$ తీసుకొందాం.

$$\begin{aligned} a^5 \times b^5 &= (a \times a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b \times b) \\ &= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \\ &= (a \times b)^5 \end{aligned}$$

$$\therefore a^5 \times b^5 = (a \times b)^5$$

పై పరిశీలనల నుంచి, మనం

$$\begin{aligned} a^m \times b^m &= [a \times a \times a \dots m \text{ సార్లు}] \times [b \times b \times b \dots m \text{ సార్లు}] \\ &= [(a \times b) \times (a \times b) \dots m \text{ సార్లు}] \\ &= (a \times b)^m \quad \text{అని చెప్పవచ్చును.} \end{aligned}$$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$



'a, b'లు ఏదైనా రెండు శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్యలు మరియు 'm' ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య అయితే $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

ఉదాహరణ 4 : కింది వాటిని $a^m \times b^m = (ab)^m$ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

i) $5^2 \times 3^2$ ii) $p^3 \times q^3$ iii) $(7 \times 8)^4$

సాధన :

i) $5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2$ [$\because a^m \times b^m = (ab)^m$]

ii) $p^3 \times q^3 = (p \times q)^3$

iii) $(7 \times 8)^4 = 7^4 \times 8^4$ [$\because (ab)^m = a^m \times b^m$]



కింది వాటిని $a^m \times b^m = (ab)^m$ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.
i) $7^6 \times 3^6$ ii) $(3 \times 5)^4$ iii) $a^4 \times b^4$ iv) $3^2 \times a^2$

2.2.4 Division of Powers:

Let us discuss the division of powers here.

(a) Dividing the powers having same base:

i) Let us calculate the value of $\frac{2^5}{2^2}$

$$\begin{aligned}\frac{2^5}{2^2} &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} \\ &= 2^3 \\ &= 2^{5-2} \quad (\because 2^3 \text{ can be written as } 2^{5-2})\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2}$$

ii) Let us calculate the value of $\frac{5^3}{5^2}$

$$\begin{aligned}\frac{5^3}{5^2} &= \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} \\ &= 5^1 \\ &= 5^{3-2} \quad [\because 5^1 \text{ can be written as } 5^{3-2}]\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{5^3}{5^2} = 5^{3-2}$$

iii) Let us calculate the value of $\frac{3^4}{3^7}$

$$\frac{3^4}{3^7} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{1}{3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{1}{3^3}$$

$$= \frac{1}{3^{7-4}}$$

$$\therefore \frac{3^4}{3^7} = \frac{1}{3^{7-4}}$$

2.2.4 ఘాతాల భాగహారం

మనం ఇక్కడ ఘాతరూపాల భాగహారాన్ని చర్చించుకుందాం.

(a) ఒకే భూమి గల ఘాతరూపాల భాగహారం

i) $\frac{2^5}{2^2}$ యొక్క విలువను మనం లెక్కిద్దాం

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2}$$

$$= 2^3$$

$$= 2^{5-2} \quad (\because 2^3 \text{ ను } 2^{5-2} \text{ గా వ్రాయవచ్చు}).$$

$$\therefore \frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2}$$

ii) $\frac{5^3}{5^2}$ యొక్క విలువను మనం లెక్కిద్దాం

$$\frac{5^3}{5^2} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5}$$

$$= 5^1$$

$$= 5^{3-2} \quad [\because 5^1 \text{ ను } 5^{3-2} \text{ గా వ్రాయవచ్చు}]$$

$$\therefore \frac{5^3}{5^2} = 5^{3-2}$$

iii) $\frac{3^4}{3^7}$ యొక్క విలువను మనం లెక్కిద్దాం

$$\frac{3^4}{3^7} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{1}{3 \times 3 \times 3}$$

$$= \frac{1}{3^3}$$

$$= \frac{1}{3^{7-4}}$$

$$\therefore \frac{3^4}{3^7} = \frac{1}{3^{7-4}}$$

iv) Let us calculate the value of $\frac{a^2}{a^5}$

$$\frac{a^2}{a^5} = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a}$$

$$= \frac{1}{a \times a \times a}$$

$$= \frac{1}{a^3} = \frac{1}{a^{5-2}}$$

$$\therefore \frac{a^2}{a^5} = \frac{1}{a^{5-2}}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ if } m > n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ if } m < n$$



Based on all the above observations,

we can say that $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ if $m > n$ and $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ if $m < n$

For any non-zero integer 'a' and integers 'm' and 'n', $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ if $m > n$
and $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ if $m < n$.

Example 5 : Simply the following and write in the form of $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ or $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

i) $\frac{2^9}{2^3}$

ii) $\frac{(-9)^{11}}{(-9)^7}$

iii) $\frac{7^{10}}{7^{13}}$

iv) $\frac{6^2}{6^5}$



If $m = n$ then $\frac{a^m}{a^n} = ?$

Solution :

i) $\frac{2^9}{2^3} = 2^{9-3} \left(\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \right)$
 $= 2^6$

ii) $\frac{(-9)^{11}}{(-9)^7} = (-9)^{11-7} = (-9)^4$

iii) $\frac{7^{10}}{7^{13}} = \frac{1}{7^{13-10}} \left(\because \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \right)$ iv) $\frac{6^2}{6^5} = \frac{1}{6^{5-2}} = \frac{1}{6^3}$
 $= \frac{1}{7^3}$

iv) $\frac{a^2}{a^5}$ యొక్క విలువను మనం లెక్కిద్దాం

$$\frac{a^2}{a^5} = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a}$$

$$= \frac{1}{a \times a \times a}$$

$$= \frac{1}{a^3} = \frac{1}{a^{5-2}}$$

$$\therefore \frac{a^2}{a^5} = \frac{1}{a^{5-2}}$$

పై పరిశీలనల నుండి మనం

$m > n$ అయితే $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ మరియు $m < n$ అయితే $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ అని చెప్పగలం.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ if } m > n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ if } m < n$$



ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య 'a' మరియు 'm', 'n' లు పూర్ణసంఖ్యలు, $m > n$ అయితే $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

మరియు $m < n$ అయితే $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

ఉదాహరణ 5:

క్రింది వాటిని సూక్ష్మీకరించి $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ లేదా $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ రూపంలో రాయండి.

i) $\frac{2^9}{2^3}$

ii) $\frac{(-9)^{11}}{(-9)^7}$



$m = n$ అయితే $\frac{a^m}{a^n} = ?$

iii) $\frac{7^{10}}{7^{13}}$

iv) $\frac{6^2}{6^5}$

సాధన :

i) $\frac{2^9}{2^3} = 2^{9-3} \left(\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \right)$

ii) $\frac{(-9)^{11}}{(-9)^7} = (-9)^{11-7} = (-9)^4$

$= 2^6$

iii) $\frac{7^{10}}{7^{13}} = \frac{1}{7^{13-10}} \left(\because \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \right)$

iv) $\frac{6^2}{6^5} = \frac{1}{6^{5-2}} = \frac{1}{6^3}$

$= \frac{1}{7^3}$

b) Zero exponent :

Consider $\frac{5^3}{5^3}$

$$\frac{5^3}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

Now we know that $\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0 \dots \dots \text{(ii)}$ $\left(\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \right)$

From equations (i) and (ii) we can say that $5^0 = 1$.

Also consider



$$\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

Now we know that

$$\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

From equations (i) and (ii) we can say that $a^0 = 1$

Based on all the above observations, we can say that

For any non zero integer 'a', $a^0 = 1$

Observe the following patterns

$a^0 = ?$

Pattern – 1	Pattern – 2
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$2^0 = ?$	$3^0 = ?$

(Hint : half of 2) (Hint : one third of 3)

You can get $2^0 = 1$ and $3^0 = 1$



1. Simply and write in the form of a^{m-n} or $\frac{1}{a^{n-m}}$.

- i) $\frac{10^8}{10^4}$ ii) $\frac{(-7)^{13}}{(-7)^{10}}$ iii) $\frac{12^5}{12^8}$ iv) $\frac{3^4}{3^7}$

2. Fill the appropriate number in the box \square . Ex : $\frac{5^8}{5^3} = 5^{\square}$.

- i) $\frac{7^{12}}{7^7} = 7^{\square}$ ii) $\frac{(-5)^5}{(-5)^3} = (-5)^{\square}$ iii) $\frac{a^5}{a^8} = \frac{1}{a^{\square}}$ iv) $\frac{20^{13}}{20^{15}} = \frac{1}{20^{\square}}$.

b) శూన్య ఘాతాంకం :

$$\frac{5^3}{5^3} \text{ తీసుకొందాం}$$

$$\frac{5^3}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 1 \dots\dots\dots(i)$$

ఇప్పుడు మనకు $\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$ అని తెలుసు (ii) $\left(\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \right)$

(i) మరియు (ii) సమీకరణాల నుండి మనం $5^0 = 1$ అని చెప్పగలం.

అదే విధంగా



$$\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1 \dots\dots\dots(i)$$

ఇప్పుడు మనకు $\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 \dots\dots\dots(ii)$ అని

తెలుసు

(i) మరియు (ii) సమీకరణాల నుండి మనం $a^0 = 1$ అని చెప్పగలం.

పై పరిశీలనల నుండి మనం

'a', ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య అయితే $a^0 = 1$

అని చెప్పవచ్చును.

a^0 విలువ ఎంత?

కింది అమరికలను గమనించండి.

అమరిక - 1	అమరిక - 2
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$2^0 = ?$	$3^0 = ?$

(సూచన : 2లో సగం) (సూచన : 3లో 3వ వంతు)

మీరు $2^0 = 1$ మరియు $3^0 = 1$ అని తెలుసుకున్నారు.



1. కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించి a^{m-n} లేదా $\frac{1}{a^{n-m}}$ రూపంలో రాయండి.

- i) $\frac{10^8}{10^4}$ ii) $\frac{(-7)^{13}}{(-7)^{10}}$ iii) $\frac{12^5}{12^8}$ iv) $\frac{3^4}{3^7}$

2. ఖాళీ గడిని \square సరైన సంఖ్యతో నింపండి. Ex : $\frac{5^8}{5^3} = 5^{\square}$.

- i) $\frac{7^{12}}{7^7} = 7^{\square}$ ii) $\frac{(-5)^5}{(-5)^3} = (-5)^{\square}$ iii) $\frac{a^5}{a^8} = \frac{1}{a^{\square}}$ iv) $\frac{20^{13}}{20^{15}} = \frac{1}{20^{\square}}$.

3. Simplify the following:

i) $\frac{6^8}{6^8}$

ii) $\frac{t^{10}}{t^{10}}$

iii) $\frac{12^7}{12^7}$

iv) $\frac{p^5}{p^5}$

c) Dividing the powers having same exponents:

i) Observe the following simplification

$$\frac{2^4}{3^4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$\frac{5^6}{7^6} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^6$$

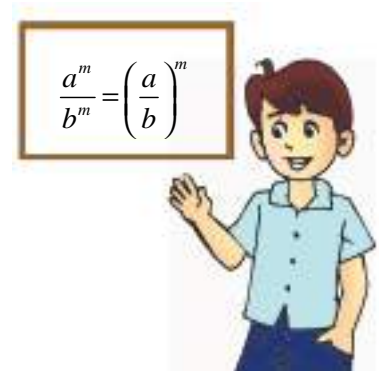
$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$$

Based on the above observations, we can say that

$$\frac{a^m}{b^m} = \frac{a \times a \times a \dots m \text{ times}}{b \times b \times b \dots m \text{ times}}$$

$$= \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots m \text{ times}$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^m$$



For any non-zero integers 'a' and 'b' and any positive integer 'm', $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$.

Example 6 : Simplify the following by using formula $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

i) $\frac{5^3}{2^3}$

ii) $\left(\frac{8}{5}\right)^4$

Solution :

i) $\frac{5^3}{2^3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \quad \left(\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m\right)$

ii) $\left(\frac{8}{5}\right)^4 = \frac{8^4}{5^4} \quad \left(\because \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}\right)$

3. కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

i) $\frac{6^8}{6^8}$

ii) $\frac{t^{10}}{t^{10}}$

iii) $\frac{12^7}{12^7}$

iv) $\frac{p^5}{p^5}$

c) ఒకే ఘాతాంకం గల ఘాతాలను భాగించడం

i) కింది సూక్ష్మీకరణలను గమనించండి.

$$\frac{2^4}{3^4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$\frac{5^6}{7^6} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^6$$

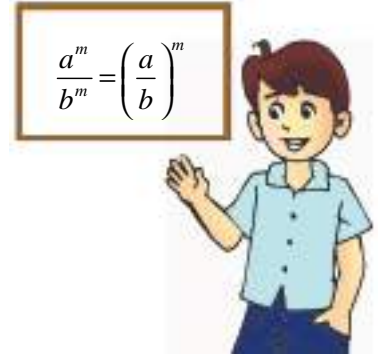
$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$$

పై పరిశీలనల నుంచి మనం ఈ విధంగా అని చెప్పవచ్చును.

$$\frac{a^m}{b^m} = \frac{a \times a \times a \dots m \text{ సార్లు}}{b \times b \times b \dots m \text{ సార్లు}}$$

$$= \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots n \text{ సార్లు}$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^m$$



‘a’, ‘b’ లు ఏవైనా రెండు శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్యలు మరియు ‘m’, ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య అయితే $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

ఉదాహరణ 6 : కింది వాటిని $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

i) $\frac{5^3}{2^3}$

ii) $\left(\frac{8}{5}\right)^4$

సాధన : i) $\frac{5^3}{2^3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \quad \left(\because \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m\right)$

ii) $\left(\frac{8}{5}\right)^4 = \frac{8^4}{5^4} \quad \left(\because \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}\right)$



1. Complete the following boxes \square .

i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^{\square}}$

ii) $\left(\frac{-7}{6}\right)^{\square} = \frac{-7^5}{6^5}$

iii) $\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$

iv) $\left(\frac{p}{q}\right)^7 = \frac{\square}{q^7}$.

2.2.5 Terms having negative base:

Example 7 : Evaluate $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$

Solutions : $(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

From the above illustrations,

i) 1 raised to any power is 1

ii) (-1) raised to even power is $(+1)$ and (-1) raised to odd power is (-1)

Thus $(-1)^m = 1$ if 'm' is even

$(-1)^m = -1$ if 'm' is odd

Example 8 : Express $\frac{-8}{27}$ in exponential form.

Solutions : $8 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$

$27 = 3 \times 3 \times 3 = (3)^3$

$\therefore \frac{-8}{27} = \frac{(-2)^3}{3^3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^3$



1. Express the following in exponential form.

i) $\frac{-27}{125}$

ii) $\frac{-32}{243}$

iii) $\frac{-125}{1000}$

iv) $\frac{-1}{625}$.

Note: The Laws of exponents like integers can equally apply for rational numbers also.



1. క్రింది ఖాళీ గడుల □ ను పూరించండి.

i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^{\square}}$

ii) $\left(\frac{-7}{6}\right)^{\square} = \frac{-7^5}{6^5}$

iii) $\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$

iv) $\left(\frac{p}{q}\right)^7 = \frac{\square}{q^7}$

2.2.5 ఋణ ఆధారాలు గల పదాలు

ఉదాహరణ 7 : $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$ విలువలను లెక్కించండి.

సాధన :

$(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

పై ఉదాహరణల నుండి మనం కింది విషయాలు గమనించవచ్చు.

i) 1 యొక్క ఏ ఘాతంకైన దాని విలువ 1.

ii) (-1) యొక్క సరి ఘాతం 1 మరియు (-1) యొక్క బేసి ఘాతం -1 అగును.

కాబట్టి $(-1)^m = 1$ 'm' సరిసంఖ్య అయిన

$(-1)^m = -1$ 'm' బేసిసంఖ్య అయిన

ఉదాహరణ 8 : $\frac{-8}{27}$ ను ఘాత రూపంలో వ్యక్తపరచండి

సాధన :

$-8 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$

$27 = 3 \times 3 \times 3 = (3)^3$

$\therefore \frac{-8}{27} = \frac{(-2)^3}{3^3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^3$



1. కింది వాటిని ఘాత రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

i) $\frac{-27}{125}$

ii) $\frac{-32}{243}$

iii) $\frac{-125}{1000}$

iv) $\frac{-1}{625}$

గమనిక : ఘాతాంక న్యాయాలు పూర్ణసంఖ్యల వలె అకరణీయసంఖ్యలకు కూడా వర్తిస్తాయి.

Let's think

1. Deekshitha and Harsha computed $4(3)^2$ in different ways.

Deekshitha did it like this

$$\begin{aligned} 4(3)^2 &= (4 \times 3)^2 \\ &= 12^2 \\ &= 144 \end{aligned}$$



Harsha did it like this

$$\begin{aligned} 4(3)^2 &= 4 \times (3 \times 3) \\ &= 4 \times 9 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Who has done the problem incorrectly? Discuss the reason for the mistake with your friends.

Example 9 : Abhilash computed $a^3 \cdot a^2$ as a^6 . Has he done it correctly? Justify your answer.

Solutions : Abhilash has done it incorrectly.

Because $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$ [$\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}$]

Therefore, $a^3 \cdot a^2 = a^5$ is correct answer.

Example 10: Riyaz computed $\frac{a^8}{a^2}$ as a^4 . Has he done it correctly? Justify your answer.

Solution : Riyaz has done it incorrectly.

Because $\frac{a^8}{a^2} = a^{8-2} = a^6$ [$\because \frac{a^m}{b^m} = a^{m-n}$]

$\therefore \frac{a^8}{a^2} = a^6$ is correct answer.



Finding the pair

Divide the classroom into two groups. Each group has a set of cards. Each student of group 1 has to pair with one suitable student of group 2 by stating in the reason.

Group 1	Group 2
$3^6 \times 3^5$	10^3
$20^{30} \times 20^{14}$	$20^{15} \times 30^{15}$
$\frac{45^6}{45^6}$	3^{11}
$\frac{10^{52}}{10^{49}}$	70^{60}
$(6 \times 7)^3$	12^8
$(20 \times 30)^{15}$	45^4
$(12^4)^2$	20^{44}
$(70^4)^{15}$	$6^3 \times 7^3$

Note: This activity can be extended till all the children in the class are familiarised with the laws of exponents.



1. దీక్షిత మరియు హర్ష $4(3)^2$ ను వేరువేరు విధాలుగా లెక్కించారు.

దీక్షిత ఇలా చేసింది

$$\begin{aligned} 4(3)^2 &= (4 \times 3)^2 \\ &= 12^2 \\ &= 144 \end{aligned}$$



హర్ష ఇలా చేసాడు

$$\begin{aligned} 4(3)^2 &= 4 \times (3 \times 3) \\ &= 4 \times 9 \\ &= 36 \end{aligned}$$

ఎవరు సమస్యను తప్పుగా చేశారు? మీ స్నేహితులతో తప్పు చేయుటకు కారణాలను చర్చించండి.

ఉదాహరణ 9 : అభిలాష్ a^3 , a^2 ను a^6 గా లెక్కించాడు. అతడు చేసినది సరియైనదేనా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

సాధన : అభిలాష్ చేసినది సరికాదు. ఎందుకనగా

$$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5 \quad [\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}]$$

కావున, $a^3 \cdot a^2 = a^5$ అనునది సరియైనది.

ఉదాహరణ 10 : రియాజ్ $\frac{a^8}{a^2}$ ను a^4 గా లెక్కించాడు. అతడు చేసినది సరియైనదేనా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

సాధన : రియాజ్ చేసినది సరికాదు.

$$\text{ఎందుకనగా } \frac{a^8}{a^2} = a^{8-2} = a^6 \quad [\because \frac{a^m}{b^m} = a^{m-n}]$$

$$\therefore \frac{a^8}{a^2} = a^6 \text{ అనునది సరియైనది.}$$



జతను కనుగొనడం

తరగతి గదిని రెండు గ్రూపులుగా విభజించండి. ప్రతి గ్రూపు కూడా కార్డుల కట్టను కలిగి ఉన్నాయి. గ్రూప్-1లోని ప్రతి విద్యార్థి గ్రూపు-2లోని తగిన విద్యార్థితో జత కూడి సరైన కారణం చెప్పాలి.

గ్రూపు-1	గ్రూపు-2
$3^6 \times 3^5$	10^3
$20^{30} \times 20^{14}$	$20^{15} \times 30^{15}$
$\frac{45^6}{45^6}$	3^{11}
$\frac{10^{52}}{10^{49}}$	70^{60}
$(6 \times 7)^3$	12^8
$(20 \times 30)^{15}$	45^4
$(12^4)^2$	20^{44}
$(70^4)^{15}$	$6^3 \times 7^3$

గమనిక: తరగతిలోని విద్యార్థులందరికీ ఘాతాంక న్యాయాల పట్ల అవగాహన అయ్యేవరకు ఈ కృత్యాన్ని కొనసాగించవచ్చు.

Exercise - 2.2

1. Simplify the following by using Laws of Exponents .

i) $3^7 \times 3^8$

ii) $9^2 \times 9^0 \times 9^3$

iii) $(2^8)^3$

iv) $(a^5)^4$

v) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^8$

vi) $7^5 \div 7^8$

vii) $\frac{(-6)^9}{(-6)^5}$

viii) $(6^4 \times 6^2) \div 6^5$

ix) $\frac{5^3}{2^3}$

x) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

2. Simplify and express each of the following in Exponential form .

i) $\left(\frac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$

ii) $2^0 + 3^0 - 4^0$

iii) $(2^3 \times 2)^2$

iv) $[(5^2)^3 \times 5^4] \div 5^7$

3. Simplify $\left(\frac{x^a}{x^b}\right) \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right) \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)$.

4. Find the value of the following.

i) $(-1)^{1000}$

ii) $(1)^{250}$

iii) $(-1)^{121}$

iv) $(10000)^0$

5. If $7^5 \times 7^{3x} = 7^{20}$ then find the value of 'x'.

6. If $10^y = 10000$ then $5y = ?$

7. If $5^x = 100$ then find the following values.

i) 5^{x+2}

ii) 5^{x-2} .

8. By what number should 3^4 be multiplied so that the product is 243?

9. Arushi computed $(5^2)^4$ as 5^{16} . Has she done it correctly or not? Justify your answer.

10. Is $3^5 \times 4^5$ equal to 12^{25} ? If not why? Justify your answer.



1. ఘాతాంక న్యాయాలనుపయోగించి కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

i) $3^7 \times 3^8$

ii) $9^2 \times 9^0 \times 9^3$

iii) $(2^8)^3$

iv) $(a^5)^4$

v) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^8$

vi) $7^5 \div 7^8$

vii) $\frac{(-6)^9}{(-6)^5}$

viii) $(6^4 \times 6^2) \div 6^5$

ix) $\frac{5^3}{2^3}$

x) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

2. కింది వాటిని సూక్ష్మీకరించి ఘాత రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

i) $\left(\frac{a^5}{a^3}\right) \times a^8$

ii) $2^0 + 3^0 - 4^0$

iii) $(2^3 \times 2)^2$

iv) $[(5^2)^3 \times 5^4] \div 5^7$

3. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right) \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right) \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

4. కింది వాటి విలువ కనుక్కోండి.

i) $(-1)^{1000}$

ii) $(1)^{250}$

iii) $(-1)^{121}$

iv) $(10000)^0$

5. $7^5 \times 7^{3x} = 7^{20}$ అయితే 'x' విలువ కనుక్కోండి.

6. $10^y = 10000$ అయితే $5y = ?$

7. $5^x = 100$ అయితే కింది వాటి విలువలు కనుక్కోండి.

i) 5^{x+2}

ii) 5^{x-2} విలువ కనుక్కోండి.

8. 3^4 ను ఏ సంఖ్యచే గుణించిన లబ్ధము 243 అవుతుంది?

9. ఆరుషి $(5^2)^4$ ను 5^{16} గా లెక్కించింది. ఆమె చేసినది సరియైనదేనా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

10. $3^5 \times 4^5$ అనునది 12^{25} కు సమానమా? కానిచో ఎందుకు కాదు? మీ జవాబును సమర్థించండి.

Collect the annual income of 5 families in your location by observing their ration card and rounded into the nearest thousand / Lakh and express in the exponential form. **One done for you.**

S.No.	Name of the Head of the family	Annual Income (₹)	Rounded into nearest thousand / lakhs (₹)	Exponential form
1	J.Narasimhulu	75,400	75,000	75×10^3

2.3 Expressing large numbers in expanded form and standard form :

We can also use exponents in writing the large numbers in expanded form.

$$\begin{aligned} \text{i) } 47563 &= (4 \times 10,000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + (3 \times 1) \\ &= (4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (3 \times 1) \end{aligned}$$

$$\text{ii) The population of Andhra Pradesh according to 2011 census is about } 8,50,00,000. \\ \text{Expanded form of the population of Andhra Pradesh} = 8,50,00,000 = 85 \times 10^6$$

The large numbers can be expressed conveniently in standard by using exponents.

Observe the following .

$$\begin{aligned} \text{i) } 59 &= 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1 && \text{(decimal is shifted one place to the left)} \\ 590 &= 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2 && \text{(decimal is shifted two places to the left)} \\ 5900 &= 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3 && \text{(decimal is shifted three places to the left)} \\ 59000 &= 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4 && \text{(decimal is shifted four places to the left)} \end{aligned}$$

Based on all the above observations, we can say that as below

In standard form, a number is expressed as product of integer exponent of 10 and a decimal number from 1 to 9.

Example 11 : Write the following into standard form .

- i) 7465
- ii) The height of Mount Everest is 8848 m
- iii) The distance from the Sun to Earth is 149,600,000,000 m

Solution :

$$\begin{aligned} \text{i) } 7465 &= 7.465 \times 1000 && \text{(decimal is shifted three places to the left)} \\ &= 7.465 \times 10^3 \end{aligned}$$



మీ ప్రాంతములోని 5 కుటుంబాల వార్షిక ఆదాయ వివరాలను వారి రేషన్ కార్డును పరిశీలించి దగ్గర వెయ్యి / లక్షలకు సవరించి ఘాత రూపంలో వ్యక్తపరచుము. ఒకటి మీ కోసం చేయబడినవి.

వ.సం	కుటుంబ యజమాని పేరు	వార్షిక ఆదాయము (రూపాయలలో)	దగ్గర వెయ్యి/ లక్షలకు సవరించిన (రూపాయలలో)	ఘాత రూపం
1	జె. నరశింహులు	75,400	75,000	75×10^3

2.3 మిక్కిలి పెద్ద సంఖ్యలను విస్తరణ రూపం మరియు ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్త పరచుట:

పెద్ద సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయడంలో కూడా ఘాతాంకాలను ఉపయోగించవచ్చు.

i) $47563 = (4 \times 10,000) + (7 \times 1000) + (5 \times 100) + (6 \times 10) + (3 \times 1)$
 $= (4 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (3 \times 1)$

ii) 2011జనాభా లెక్కల ప్రకారం ఆంధ్ర ప్రదేశ్ రాష్ట్ర జనాభా సుమారుగా 8,50,00,000
 ఆంధ్ర ప్రదేశ్ రాష్ట్ర జనాభా యొక్క విస్తరణ రూపం = $8,50,00,000 = 85 \times 10^6$

ఘాతాంకాలను ఉపయోగించడం ద్వారా పెద్ద సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో సౌకర్యవంతముగా వ్యక్త పరచవచ్చు.

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

- i) $59 = 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1$ (దశాంశం ఒక స్థానం ఎడమ వైపుకు మార్చబడుతుంది).
- $590 = 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2$ (దశాంశం రెండు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు మార్చబడుతుంది).
- $5900 = 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$ (దశాంశం మూడు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు మార్చబడుతుంది).
- $59000 = 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4$ (దశాంశం నాలుగు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు మార్చబడుతుంది).

పై అన్ని పరిశీలనల నుంచి మనం ఈ క్రింది విధంగా చెప్పగలం.

ఒక సంఖ్యను 1 నుండి 9 వరకు గల దశాంశ భిన్నం మరియు 10 యొక్క పూర్ణాంక ఘాతాల లబ్ధం గా వ్రాయుటను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్త పరచడం అంటారు.

ఉదాహరణ 11 : కింది వాటిని ప్రామాణిక రూపంలో రాయండి.

- i) 7465
- ii) ఎవరెస్ట్ శిఖరం ఎత్తు 8848 మీ
- iii) సూర్యుడు మరియు భూమి మధ్య దూరం 149,600,000,000 మీ

సాధన : i) $7465 = 7.465 \times 1000$ (దశాంశం మూడు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు మార్చబడుతుంది)
 $= 7.465 \times 10^3$

- ii) The height of Mount Everest
 $= 8848 \text{ m}$
 $= 8.848 \times 1000 \text{ m}$ (decimal is shifted three places to the left)
 $= 8.848 \times 10^3 \text{ m}$
- iii) The distance from the Sun to Earth $= 149,600,000,000 \text{ m}$
 $= 1.496 \times 100000000000 \text{ m}$
 $= 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$

Exercise - 2.3



- Write the following numbers into the expanded form .
 i) 23468 ii) 120718 iii) 806190 iv) 3006194
- Write the following numbers into standard form :
 i) 5,00,000 ii) 48,30,000 iii) 3,94,00,00,00,000 iv) 30000000
 v) 180000
- Express the number appearing in the following statements in standard form.
 i) The Universe is estimated to be about 12,000,000,000 years old.
 ii) Earth circumference is about 402000000 km.

Unit Exercise

- Answer the following.
 i) The exponential form 14^9 should read as.....
 ii) When base is 12 and exponent is 17, it's exponential form is.....
 iii) The value of $(14 \times 21)^0$ is.....
- Express the following numbers as a product of powers of prime factors :
 i) 648 ii) 1600 iii) 3600
- Simplify the following using laws of exponents.
 i) $a^4 \times a^{10}$ ii) $18^{18} \div 18^{14}$ iii) $(x^m)^0$ iv) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3$ v) $\left(\frac{2}{3}\right)^p$
- Identify the greater number in each of the following and justify your answer.
 i) 2^{10} or 10^2 ii) 5^4 or 4^5
- If $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^k$ then find the value of 'k'.
- If $5^{2p+1} \div 5^2 = 125$ then find the value of 'p'.

- ii) ఎవరెస్ట్ శిఖరం ఎత్తు = 8848 మీ
 = 8.848×1000 మీ (దశాంశం మూడు స్థానాలు ఎడమ వైపుకు మార్చబడుతుంది)
 = 8.848×10^3 మీ
- iii) సూర్యుడు మరియు భూమి మధ్య దూరం = 149,600,000,000 మీ
 = $1.496 \times 100000000000$ మీ
 = 1.496×10^{11} మీ

అభ్యాసం-2.3

- కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.
 i) 23468 ii) 120718 iii) 806190 iv) 3006194
- కింది సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో రాయండి.
 i) 5,00,000 ii) 48,30,000 iii) 3,94,00,00,00,000 iv) 30000000
 v) 180000
- కింది వాక్యాలలో గల సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్త పరచండి
 i) విశ్వం యొక్క వయస్సు 12,000,000,000 సంవత్సరాలుగా అంచనా వేశారు.
 ii) భూమి చుట్టు కొలత సుమారు 402000000 కి.మీ

యానిట్ అభ్యాసం

- కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.
 i) ఘాత రూపం 14^9 ను చదివే విధానం
 ii) భూమి 12 మరియు ఘాతాంకం 17 అయిన దాని ఘాతాంక రూపం
 iii) $(14 \times 21)^0$ విలువ
- కింది సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధముగా వ్యక్తపరచండి.
 i) 648 ii) 1600 iii) 3600
- కింది వాటిని ఘాతాంక న్యాయాలను ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.
 i) $a^4 \times a^{10}$ ii) $18^{18} \div 18^{14}$ iii) $(x^m)^0$ iv) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3$ v) $\left(\frac{2}{3}\right)^p$
- కింది వాటిలో పెద్ద సంఖ్యను గుర్తించి మీ జవాబును సమర్థించండి.
 i) 2^{10} or 10^2 ii) 5^4 or 4^5
- $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^k$ అయితే 'k' విలువను కనుక్కోండి.
- $5^{2p+1} \div 5^2 = 125$ అయితే 'p' విలువను కనుక్కోండి.

7. Prove that $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^a \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^b \times \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^c = 1$
8. Express the following numbers in the expanded form.
 i) 20068 ii) 120718
9. Express the number appearing in the following statements in standard form :
 i) The Moon is 384467000 metres away from the Earth approximately.
 ii) Mass of the Sun is 1,989,000,000,000,000,000,000,000,000 kg
10. Lasya solved some problems of exponents and powers in the following way. Do you agree with the solution? If not why? Justify your answer.
 i) $x^3 \times x^2 = x^6$ ii) $(6^3)^{10} = 6^{13}$ iii) $\frac{4x^6}{2x^2} = 2x^3$ iv) $\frac{3^5}{9^5} = \frac{1}{3}$
11. Is -2^2 is equal to 4? Justify your answer.
12. Beulah computed $2^5 \times 2^{10} = 2^{50}$. Has she done it correct? Give the reason.
13. Rafi computed $\frac{3^9}{3^3}$ as 3^3 . Has he done correct? Justify your answer.
14. Is $(a^2)^3$ equal to a^8 ? Give the reason.



Points to Remember

1. $a \times a \times a \dots$ 'n' times = a^n

2. Laws of exponents:

For any non-zero integers 'a' and 'b' and integers 'm' and 'n'

i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ii) $(a^m)^n = a^{mn}$

iii) $a^{m-n} = a^{m-n}$ if $m > n$,

$= \frac{1}{a^{n-m}}$ if $m < n$

$= 1$ if $m = n$

iv) $a^m \times b^m = (ab)^m$

v) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

vi) $a^0 = 1$ (where $a \neq 0$)

vii) $(-1)^{\text{even number}} = 1$

$(-1)^{\text{odd number}} = -1$

3. In standard form a number is expressed as the product of largest integer exponent of 10 and any decimal number from 1 to 9.

7. $\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^a \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^b \times \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^c = 1$ అని చూపండి.

8. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

- i) 20068 ii) 120718

9. కింది వాక్యాలలో గల సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

- i) చంద్రుడు భూమికి సుమారు 384467000 మీటర్ల దూరంలో వున్నాడు.
ii) సూర్యుని ద్రవ్యరాశి. 1,989,000,000,000,000,000,000,000,000 కి.గ్రా.

10. ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలలోని సమస్యలను 'లాస్య' కింది విధంగా చేసింది. ఆమె సాధనతో మీరు ఏకీభవిస్తున్నారా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

i) $x^3 \times x^2 = x^6$ ii) $(6^3)^{10} = 6^{13}$ iii) $\frac{4x^6}{2x^2} = 2x^3$ iv) $\frac{3^5}{9^5} = \frac{1}{3}$

11. -2^2 అనునది 4కు సమానమా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

12. బ్యూలా $2^5 \times 2^{10} = 2^{50}$ గా లెక్కించింది. ఆమె చేసినది సరియైనదేనా? కారణం తెలపండి.

13. $\frac{3^9}{3^3}$ ను 3^3 గా లెక్కించాడు. అతడు చేసినది సరియైనదేనా? మీ జవాబును సమర్థించండి

14. $(a^2)^3$ అనునది a^8 కు సమానమా? కారణం తెలపండి.



1. పెద్ద సంఖ్యలను సరళమైన రీతిలో చదవడం. అర్థం చేసుకోవటంలో ఘాతాంకాలు దోహదపడతాయి. రాయడం.

ఉదా : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

$a \times a \times a \dots$ 'n' సార్లు $= a^n$

2. ఘాతాంక న్యాయాలు :

'n' మరియు 'm' లు ఏవైనా రెండు శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్యలు, 'a' మరియు 'b' లు పూర్ణసంఖ్యలైన

i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

iv) $a^m \times b^m = (ab)^m$

ii) $(a^m)^n = a^{mn}$

iii) $a^{m-n} = a^{m-n}$ అయితే $m > n$,

v) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$= \frac{1}{a^{n-m}}$ అయితే $m < n$

vi) $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) ఎక్కడ?

$= 1$ అయితే $m = n$

vii) $(-1)^{\text{సరిసంఖ్య}} = 1$

$(-1)^{\text{చేసిసంఖ్య}} = -1$

3. ఒక సంఖ్యను 1 నుండి 9 మధ్య గల దశాంశ భిన్నంగా రాసి దానికి కావలసిన 10 యొక్క ఘాతాలతో లబ్ధం చేయటాన్ని ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్త పరచడం అంటారు.



Odd one out in numbers

In each of the following questions, there are 4 numbers. Three of them are similar in a certain way but one is not like the other three. One has to identify the similarity and then strike the odd one out as answer option. The number can be odd/ even / consecutive, prime numbers, multiple of some number, single, square or cubes of different numbers, plus/minus of some other number or combinations of any mathematical calculation.

Questions				Answers	Hint
1) a) 12	b) 25	c) 37	d) 49	Ans: C	Prime number
2) a) 13	b) 63	c) 83	d) 43	Ans: B	Not a prime number
3) a) 21	b) 49	c) 56	d) 36	Ans: D	Not divisible by 7
4) a) 112	b) 256	c) 118	d) 214	Ans : B	Square number
5) a) 42	b) 21	c) 84	d) 35	Ans : D	Divisible by 3
6) a) 11	b) 13	c) 15	d) 17	Ans : C	Prime number
7) a) 10	b) 11	c) 15	d) 16	Ans : B	Prime number
8) a) 49	b) 63	c) 77	d) 81	Ans : D	Not divisible by 7
9) a) 28	b) 65	c) 129	d) 215	Ans : A	Even number
10) a) 51	b) 144	c) 64	d) 121	Ans : A	Not square number

Practice Questions :

Find the odd one from the given

- a) 3 b) 9 c) 5 d) 7
- a) 6450 b) 1776 c) 2392 d) 3815
- a) 24 b) 48 c) 42 d) 12
- a) 616 b) 252 c) 311 d) 707
- a) 18 b) 12 c) 30 d) 20
- a) 3730 b) 6820 c) 5568 d) 4604
- a) 2587 b) 7628 c) 8726 d) 2867
- a) 63 b) 29 c) 27 d) 25
- a) 23 b) 37 c) 21 d) 31
- a) 18 b) 9 c) 21 d) 7



సంఖ్యలలో భిన్నమైన దానిని గుర్తించడం

క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి ప్రశ్నలో 4 సంఖ్యలు ఇవ్వబడ్డాయి. అందులో 3 ఒకే విధంగా సంబంధాన్ని కలిగి ఉన్నాయి. కాని ఒకటి మాత్రం మిగిలిన మూడు సంఖ్యలకు భిన్నంగా ఉన్నది. మూడింటి మధ్య సంబంధాన్ని కనుగొని భిన్నంగా ఉన్న సంఖ్యను గుర్తించి సమాధానంగా వ్రాయుము.

సంఖ్యలు బేసి / సరి / వరుస సంఖ్యలు, ప్రధాన సంఖ్యలు, ఎదో ఒక సంఖ్య యొక్క గుణిజాలు వర్గాలు లేదా ఘనాలు, కూడిక లేదా తీసివేతలలో ఏదైనా ఒక సంబంధాన్ని గాని విభిన్న సంబంధాల కలయికగా నైనా ఉండవచ్చు.

ప్రశ్నలు				సమాధానాలు	సూచనలు
1) a) 12	b) 25	c) 37	d) 49	Ans: C	ప్రధాన సంఖ్య
2) a) 13	b) 63	c) 83	d) 43	Ans: B	ప్రధాన సంఖ్య కాదు
3) a) 21	b) 49	c) 56	d) 36	Ans: D	7తో భాగింపబడదు.
4) a) 112	b) 256	c) 118	d) 214	Ans : B	వర్గ సంఖ్య
5) a) 42	b) 21	c) 84	d) 35	Ans : D	3తో భాగింపబడును.
6) a) 11	b) 13	c) 15	d) 17	Ans : C	ప్రధాన సంఖ్య
7) a) 10	b) 11	c) 15	d) 16	Ans : B	ప్రధాన సంఖ్య
8) a) 49	b) 63	c) 77	d) 81	Ans : D	7తో భాగింపబడదు.
9) a) 28	b) 65	c) 129	d) 215	Ans : A	సరిసంఖ్య
10) a) 51	b) 144	c) 64	d) 121	Ans : A	వర్గ సంఖ్య కాదు

సాధానా ప్రశ్నలు :

క్రింద ఇవ్వబడిన వాటిలో భిన్నమైన సంఖ్యను గుర్తించండి.

- a) 3 b) 9 c) 5 d) 7
- a) 6450 b) 1776 c) 2392 d) 3815
- a) 24 b) 48 c) 42 d) 12
- a) 616 b) 252 c) 311 d) 707
- a) 18 b) 12 c) 30 d) 20
- a) 3730 b) 6820 c) 5568 d) 4604
- a) 2587 b) 7628 c) 8726 d) 2867
- a) 63 b) 29 c) 27 d) 25
- a) 23 b) 37 c) 21 d) 31
- a) 18 b) 9 c) 21 d) 7

ALGEBRAIC EXPRESSIONS



$$\begin{array}{ccc}
 x^2y + y^2z & & \\
 3x + 5 & 4m - 7n & \\
 \frac{2c}{d} & 2pqr & xy \\
 a & -5 & -6a^2b \\
 & 3 &
 \end{array}$$

Learning Outcomes

The learner is able to

- ▮ understand the concept of algebraic expressions.
- ▮ identify the coefficient of terms and classify like and unlike terms.
- ▮ represent algebraic expressions in standard form.
- ▮ add and subtract algebraic expressions.
- ▮ find out the value of algebraic expressions at given values.
- ▮ solve real life problems by converting them into algebraic expressions.

Content Items

- 3.0 Introduction
- 3.1 Algebraic Expressions
- 3.2 Types of algebraic expressions
- 3.3 Addition of algebraic expressions
- 3.4 Subtraction of algebraic expressions
- 3.5 Value of algebraic expression.

3.0 Introduction:

We have learnt that, a variable can take various values and its value cannot be fixed. a, b, x, y, z etc., are used to denote variables. More over, a constant has a fixed value.

For example 6, 8, -10 etc., are some constants. We came across simple expressions like $2x - 3, a + 3$ and also how these expressions are useful in formulating and solving problems.

Some real life situations like offers at shopping mall, solving puzzles etc., can be expressed in the form of Algebraic expressions.



In this chapter, we are going to learn how these real life situations can be converted into algebraic expressions, also about coefficients, types of algebraic expressions, addition and subtraction of algebraic expressions etc.

Now, let us review what we have learnt in the previous class :

బీజీయ సమాసాలు



అభ్యసన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు :

- | బీజీయ సమాసాల భావనను అవగాహన చేసుకొంటారు.
- | పదము లోని గుణకాలను గుర్తించగలడు, సజాతి మరియు విజాతి పదాలను వేరుచేయగలరు.
- | బీజీయ సమాసాలను ప్రామాణికరూపంలో వ్యక్తపరచగలరు.
- | బీజీయ సమాసాల సంకలనము మరియు వ్యవకలనము చేయగలరు.
- | ఇచ్చిన విలువకు బీజీయ సమాస విలువను కనుగొనగలరు.
- | రోజువారీ జీవిత సమస్యలను బీజీయసమాసాలుగా మార్చి వాటిని సాధించగలరు.

విషయసూచిక

- 3.0 పరిచయం
- 3.1 బీజీయసమాసాలు
- 3.2 బీజీయసమాసాల రకాలు
- 3.3 బీజీయ సమాసాల సంకలనం
- 3.4 బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనం
- 3.5 బీజీయ సమాసం విలువ



3.0 పరిచయం :

ఒక చరరాశి వివిధ విలువలను తీసుకోగలదు మరియు దాని విలువ స్థిరంగా ఉండదు. a, b, x, y, z మొదలైనవి చరరాశులను సూచించడానికి వాడుతాము. అలాగే స్థిరరాశి విలువ స్థిరంగా వుంటుందని, 6, 8, -10 మొదలైనవి స్థిరాంకాలకు ఉదాహరణలు. $2x - 3, a + 3$ మొదలగునవి సరళమైన బీజీయ సమాసాలు అని, ఇవి సూత్రాల తయారీలో మరియు సమస్య సాధనలో వివిధంగా ఉపయోగపడతాయో కూడా మనం తెలుసుకొని ఉన్నాము.

షాపింగ్ మాల్ లో ఆఫర్లు, పజిల్స్ పరిష్కరించడం మొదలగునటువంటి కొన్ని నిజజీవిత పరిస్థితులను బీజీయ సమాసాల రూపంలో వ్యక్తీకరించవచ్చును.



ఈ అధ్యాయంలో నిజజీవిత పరిస్థితులు బీజీయసమాసాలుగా ఎలా మార్చబడతాయో అలాగే గుణకాలు, బీజీయసమాసాల గురించి, బీజీయ సమాసాల రకాలు మరియు వాటి సంకలనము మరియు వ్యవకలనము మొదలైన వాటి గురించి మనం నేర్చుకుందాం.

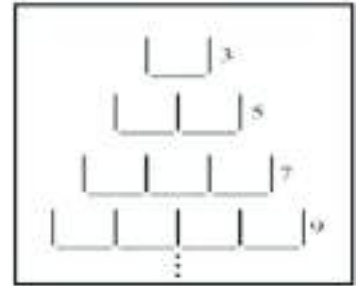
ఇప్పుడు మనం గత తరగతిలో నేర్చుకున్న విషయాలను గుర్తుచేసుకుందాం.

Review Exercise



- 1) Identify constants and variables in the following terms:
 $0, -x, 3t, -5, 5ab, -m, 700, -n, 2pqr, -1, ab, 10, -6z$
- 2) Observe the pattern the side and express the pattern in the form of an algebraic expression.

Row	1	2	3	4	n
No. of sticks in each row	3	5	7	9	?



- 3) Write the following statements as expressions:
- i) x reduced by 5 ii) 8 more than twice of k iii) Half of y
 iv) One fourth of product of b and c v) One less than three times of p
- 4) Write the following expressions as statements:
- i) $s + 3$ ii) $3p + 10$ iii) $5c - 8$ iv) $10z$ v) $\frac{b}{9}$
- 5) Write the following situations into algebraic expressions:
- i) Cost of one pen is double the cost of pencil ii) Age of John is 10 more than age of Yusuf
 iii) Height of Siri is 15 cm less than height of Giri
 iv) Length of a rectangle is 2 more than three times breadth

3.1 Algebraic Expressions :

Two friends Karthik and Surya went to a charitable trust, to distribute food packets to needy people during the Covid lockdown time. Then, the conversation is as follows:

Surya : Hai sir! we want to distribute food packets to the needy people. May I know, how many food packets do you need for this trust sir?

Trust Manager : Very good, welcome boys. We have three more than twice the number of packets are needed for the people here. Can you guess?

Karthik : Oh! we too like puzzles, if number of people here is x , then number of food packets need is $2x + 3$.

Manager : That's correct, let us distribute the food packets.



Like that we can derive an expression for any given situation or condition by using terms. Now let us recap about term and expression.

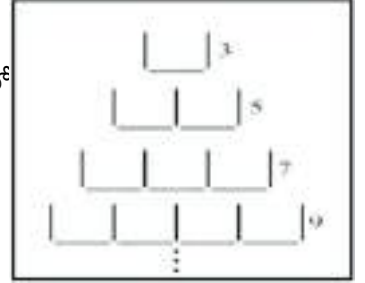


1) దిగువ పేర్కొన్న పదాల్లో స్థిరరాశులు మరియు చరరాశులను గుర్తించండి.

$0, -x, 3t, -5, 5ab, -m, 700, -n, 2pqr, -1, ab, 10, -6z$

2) ప్రక్క అమరికను పరిశీలించండి మరియు అమరికను బీజీయ సమాసరూపంలో వ్యక్తీకరించండి.

వరుస	1	2	3	4	n
ప్రతి వరుసలోని పుల్లల సంఖ్య	3	5	7	9	?



3) దిగువ ఇచ్చిన వాక్యాలను బీజీయసమాసాలుగా రాయండి.

- i) x కన్నా 5 తక్కువ ii) k యొక్క రెట్టింపుకి 8 ఎక్కువ iii) y లో సగము
iv) b మరియు c యొక్క లబ్ధంలో నాలుగోవంతు v) p యొక్క మూడు రెట్లకి ఒకటి తక్కువ

4) క్రింది సమాసాలకు వాక్యాలను రాయండి.

- i) $s + 3$ ii) $3p + 10$ iii) $5c - 8$ iv) $10z$ v) $\frac{b}{9}$

5) క్రింది సందర్భాలకు బీజీయసమాసమును రాయండి.

- i) ఒక పెన్ను ఖరీదు పెన్సిలు ఖరీదుకి రెట్టింపు ii) జాన్ వయస్సు యూసఫ్ వయస్సుకంటే 10 ఎక్కువ
iii) సిరియొక్క ఎత్తు గిరి ఎత్తుకంటే 15 సెం.మీ తక్కువ
iv) దీర్ఘచతురస్రం పొడవు దాని వెడల్పుకు మూడురెట్లు కంటే 2 ఎక్కువ

3.1 బీజీయ సమాసాలు :

కోవిడ్ లాక్డౌన్ సమయంలో అవసరమైన వారికి ఆహార పొట్లాలు పంపిణీ చేయడానికి ఇద్దరు స్నేహితులు కార్టిక్ మరియు సూర్యులు ఒక ఛారిటబుల్ ట్రస్టుకు వెళ్లారు. తరువాత సంభాషణ దిగువ పేర్కొన్నవిధంగా ఉంది.

సూర్య : హామ్ సర్! ఈ ట్రస్టులో అవసరం ఉన్నవారికి ఆహారపొట్లాలను పంపిణీ చేయాలని అనుకుంటున్నాం. మీ ట్రస్టులో ఉన్న వారికి ఎన్ని ఆహారపొట్లాలు ఇవ్వమంటారో చెప్పండి.

ట్రస్ట్ మేనేజర్ : చాలా మంచిది అబ్బాయిలూ, స్వాగతం! ఇక్కడ ఉన్న వ్యక్తుల సంఖ్యకు రెట్టింపుకంటే మూడు ఎక్కువ కావాలి. ఎన్ని పొట్లాలు అవసరమో ఊహించగలరా?

కార్టిక్ : అవునా, మేము కూడా ఫజిల్స్ ఇష్టపడతాం సర్, ఇక్కడ ఉన్నవారి సంఖ్య x అనుకుంటే పంచవలసిన ఆహారపొట్లాల సంఖ్య $2x + 3$ అవుతుంది.

మేనేజర్ : అది సరైన జవాబు. ఇక ఆహారపొట్లాలను పంపిణీ చేద్దాం పదండి.

ఇలా నిజజీవిత సందర్భాలను లేదా నియమాలను మనం బీజీయ పదాలను ఉపయోగించడం ద్వారా బీజీయ సమాసాలుగా వ్యక్తీకరించవచ్చును. పదం మరియు బీజీయ సమాసాలు గురించి మనం ఇప్పుడు గుర్తుచేసుకుందాం.



Term: Constants or variables or combination of both with multiplication or division is a Term.

$6, p, -5a, 11x^2y, 18, \frac{5m}{3}, -9 \dots$ are some examples to terms.

In these, $6, 18, -9 \dots$ are *Numeric terms* and

$-5a, 11x^2y, \frac{5m}{3} \dots$ are *Algebraic terms*.

Expression: An expression is a constant or a variable or combination of these two, using the mathematical operations (+, -, ×, ÷) i.e., terms are added to form expressions.

$8, \frac{5}{3}, d, a + 3, 2 + 3 - 6, 5c - 4, \frac{5}{p}, 2x^2 + 3x - 6, \frac{x}{y}$ are some examples to expressions containing different number of terms.

In these, $8, d, \frac{5}{p}, \frac{x}{y}$ are expressions with single term,

$a + 3, 5c - 4$ are expressions with two terms.

If every term of an expression is a constant term, then that expression is *Numerical expression*.

In the above examples, $8, \frac{5}{3}, 2 + 3 - 6$ are Numerical expressions.

If an expression has atleast one algebraic term, then that expression is *Algebraic expression*.

$d, a + 3, 5c - 4, 2x^2 + 3x - 6, \frac{x}{y}$ are Algebraic expressions.

Example 1 : How many number of terms are there in each of the following expressions?

(i) $a + b$ (ii) $3t^2$ (iii) $9p^3 + 10q - 15$ (iv) $\frac{5m}{3n}$ (v) $4x + 5y - 3z - 1$

Solution : (i) $a + b$ --- 2 terms (ii) $3t^2$ --- 1 term (iii) $9p^3 + 10q - 15$ --- 3 terms

(iv) $\frac{5m}{3n}$ --- 1 term (v) $4x + 5y - 3z - 1$ --- 4 terms

Example 2 : In the following expressions, write the number of terms and identify numerical and algebraic expressions in them.

(i) $8p$ (ii) $5c + s - 7$ (iii) -6 (iv) $(2 + 1) - 6$ (v) $9t + 15$

Solution : (i) $8p$ - 1 term - Algebraic expression
(ii) $5c + s - 7$ - 3 terms - Algebraic expression
(iii) -6 - 1 term - Numerical expression
(iv) $(2 + 1) - 6$ - 2 terms - Numerical expression
(v) $9t + 15$ - 2 terms - Algebraic expression

పదము : స్థిరరాశులు లేదా చరరాశులు లేదా గుణకారం లేదా భాగహారంతో కూడిన రెండింటి కలయిక అనేది ఒక పదం అవుతుంది.

$6, p, -5a, 11x^2 y, 18, \frac{5m}{3}, -9 \dots$ అనే పదాలకు కొన్ని

ఉదాహరణలు.

వీటిలో $6, 18, -9 \dots$ లు **సంఖ్యాపదాలు** మరియు $p, -5a, 11x^2 y, \frac{5m}{3} \dots$ అనేవి **బీజీయ పదాలు**

(చరరాశులను కలిగివున్నాయి)

సమాసము : సమాసము అనునది ఒక స్థిరరాశి లేదా ఒక చరరాశి లేదా $+, -, \times, \div$ అను గణిత పరిక్రియలతో కూడిన స్థిర మరియు చరరాశుల కలయిక అనగా పదాల కలయికే సమాసము అవుతుంది.

$8, \frac{5}{3}, d, a+3, 2+3-6, 5c-4, \frac{5}{p}, 2x^2+3x-6, \frac{x}{y}$ అనునవి వివిధ పదాలను కలిగివున్న సమాసాలకు

కొన్ని ఉదాహరణలు.

ఇందులో $8, d, \frac{5}{p}, \frac{x}{y}$ అనునవి ఒకే పదము కలిగిన సమాసాలు.

$a+3, 5c-4$ అను సమాసములు రెండు పదాలను కలిగివున్నాయి.

ఒక సమాసము యొక్క ప్రతి పదం కూడా ఒక స్థిరపదం అయితే అది **సంఖ్యాసమాసము** అవుతుంది.

పై ఉదాహరణలలో $8, \frac{5}{3}, 2+3-6$ లు సంఖ్యాసమాసాలు అవుతాయి.

ఒక సమాసములో కనీసం ఒకటైనా బీజీయ పదమును కలిగియున్నట్లయితే అది బీజీయ సమాసం అవుతుంది.

$d, a+3, 5c-4, 2x^2+3x-6, \frac{x}{y}$ లు **బీజీయ సమాసాలు** అవుతాయి.

ఉదాహరణ-1 : దిగువ పేర్లొన్న ప్రతి సమాసాలలో ఎన్ని పదాలున్నాయో తెలపండి.

(i) $a+b$ (ii) $3t^2$ (iii) $9p^3+10q-15$ (iv) $\frac{5m}{3n}$ (v) $4x+5y-3z-1$

సాధన :

(i) $a+b$ లో పదాల సంఖ్య = 2, (ii) $3t^2$ లో పదాల సంఖ్య = 1, (iii) $9p^3+10q-15$ లో

పదాల సంఖ్య 3, (iv) $\frac{5m}{3n}$ లో పదాల సంఖ్య = 1, (v) $4x+5y-3z-1$ లో పదాల సంఖ్య = 4

ఉదాహరణ-2 : దిగువ ఇవ్వబడ్డ సమాసాలలో పదాల సంఖ్యను రాయండి. సంఖ్యాసమాసము మరియు బీజీయ సమాసములను గుర్తించండి.

(i) $8p$ (ii) $-3-11$ (iii) $5c+s-7$ (iv) -6 (v) $(2+1)-6$ (vi) $9t+15$

సాధన :

(i) $8p$ - 1 పదము - బీజీయ సమాసము

(ii) $5c+s-7$ - 3 పదములు - బీజీయ సమాసము

(iii) -6 - 1 పదము - సంఖ్యా సమాసము

(iv) $(2+1)-6$ - 2 పదములు - సంఖ్యా సమాసము

(v) $9t+15$ - 2 పదములు - బీజీయ సమాసము



1. How many number of terms are there in each of the following expressions?

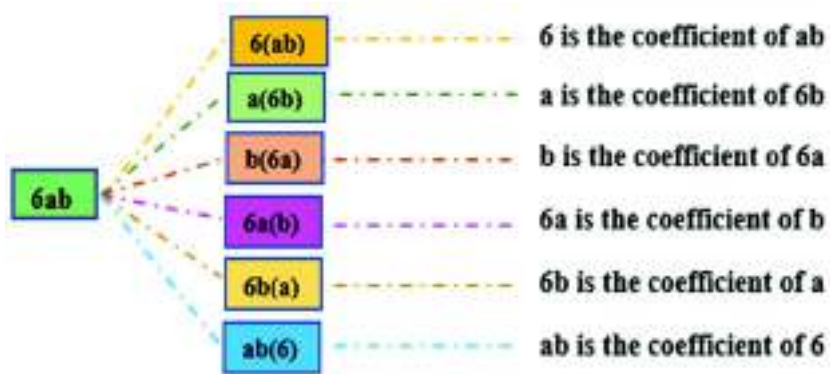
- (i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$ (iv) $5x - 7$ (v) $7x^3 - 2x$

2. Write numeric and algebraic terms in the above expressions.

3. Write the terms in the following expressions.

$$-3x+4, 2x - 3y, \frac{4}{3}a^2 + \frac{5}{2}b, 1.2ab + 5.1b - 3.2a$$

Coefficient : A coefficient may be either a numerical or an algebraic factor or a product of both in a term.



In the term $3xy$, 3 is **numerical coefficient** of xy and xy is **algebraic coefficient** of 3.

Example 3 : Write the coefficients of (i) p in $8pq$ (ii) x in $\frac{xy}{3}$ (iii) abc in $(-abc)$

Solution :

(i) $8pq = p(8q)$ so, coefficient of p in $8pq$ is $8q$

(ii) $\frac{xy}{3} = x\left(\frac{y}{3}\right)$ so, coefficient of x in $\frac{xy}{3}$ is $\left(\frac{y}{3}\right)$

(iii) $(-abc) = -(abc)$ so, coefficient of abc is -1



1. Identify the terms which contain m^2

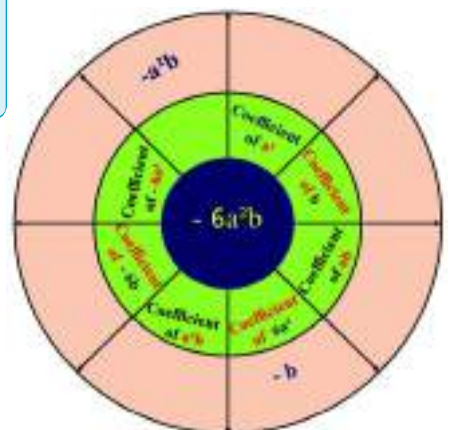
and write the coefficients of m^2

(i) $mn^2 + m^2n$ (ii) $7m^2 - 5m - 3$

(iii) $11 - 5m^2 + n + 8mn$



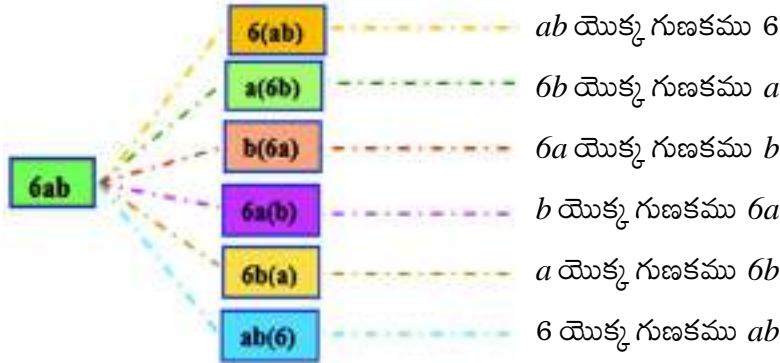
Prepare a colourful wheel as shown beside, fill the empty boxes and display in your class room.





- దిగువ పేర్కొన్న ప్రతి సమాసములలో ఎన్ని పదాలున్నాయో తెలపండి.
 (i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$ (iv) $5x - 7$ (v) $7x^3 - 2x$
- పై సమాసాలలో సంఖ్యాపదాలను మరియు బీజీయ పదాలను గుర్తించి విడిగా రాయండి.
- దిగువ ఇవ్వబడిన సమాసాలలోని పదాలను రాయండి.
 $-3x+4, 2x - 3y, \frac{4}{3}a^2 + \frac{5}{2}b, 1.2ab + 5.1b - 3.2a$

గుణకము : ఒక బీజీయపదంలో ఒక సంఖ్య లేదా ఒక బీజీయ కారణాంకము లేదా ఆ రెండింటి లబ్ధము ఆ పదం యొక్క 'గుణకము' అవుతుంది.



$3xy$ అనే పదంలో 3 అనేది xy యొక్క సంఖ్యా గుణకం మరియు xy అనేది 3 యొక్క బీజీయ గుణకం అవుతుంది.

ఉదాహరణ-3 : ఇచ్చిన పదాలకు గుణకాలను రాయండి. (i) $8pq$ లో p గుణకము (ii) $\frac{xy}{3}$ లో x గుణకము
 (iii) $(-abc)$ లో abc గుణకము.

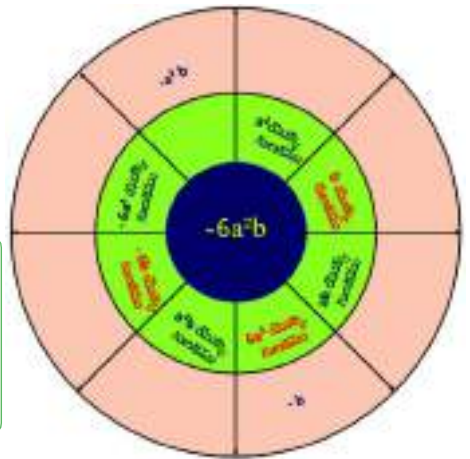
- సాధన :**
- $8pq = p(8q)$ కావున, p యొక్క గుణకము $8q$ అగును.
 - $\frac{xy}{3} = x\left(\frac{y}{3}\right)$ కావున, $\frac{xy}{3}$ లో x యొక్క గుణకము $\left(\frac{y}{3}\right)$ అగును.
 - $(-abc) = -(abc)$ కావున, abc యొక్క గుణకము -1 అగును.



- కింద ఇచ్చిన సమాసాలలో m^2 కలిగి ఉన్న పదాలను గుర్తించండి మరియు m^2 యొక్క గుణకాలను రాయండి.
 (i) $mn^2 + m^2n$
 (ii) $7m^2 - 5m - 3$
 (iii) $11 - 5m^2 + n + 8mn$



ప్రక్కన చూపించిన విధంగా రంగుల చక్రాన్ని తయారుచేయండి. అందులోని ఖాళీ బాక్సులను నింపండి. మరియు మీ తరగతి గదిలో ప్రదర్శించండి.



Exercise - 3.1



- Write numerical and algebraic coefficients of the following terms
 i) $4xy$ ii) $-7a^2 b^3 c$ iii) $\frac{pq}{2r}$ iv) $-6mn$
- Write the number of terms in each of the following expressions and write them:
 (i) $5 - 3t^2$ (ii) $1 + t^2 + t^3$ (iii) $x + 2xy + 3y$ (iv) $100m + 1000n$ (v) $-p^2q^2 + 7pq$
- In $-5ab^2c$ write the coefficients of
 (i) b^2c (ii) $-b^2c$ (iii) $-5abc$ (iv) $5ac$ (v) ab^2 (vi) $-5ab$
- Write term containing x and coefficient of x for the following algebraic expressions
 i) $2x + 5y$ ii) $-x + y + 3$ iii) $6y^2 - 7xy$

3.2 Types of Algebraic Expressions:

Before going to discuss on types of algebraic expressions, let us learn about like and unlike terms. Let us consider the following situation.



3.2.1 Like and unlike terms :

Lasya went to the market along with her grandmother to buy vegetables. After returning home, grandmother asked Lasya, to separate and make groups of same vegetables that is all tomatoes in one bowl, all brinjals in one bowl, all capsicums in one bowl and all carrots in one bowl, to preserve them easily.



The basket with full of vegetables can be taken as an algebraic expression with unlike terms (mixed vegetables). Groups of same kind of vegetables are taken as like terms.

Similarly, we can group same kind of terms in an algebraic expressions whenever necessary.

The terms having the same algebraic factors are like terms and the terms having different algebraic factors are unlike terms.



- క్రింద ఇవ్వబడిన పదాలకు సంఖ్యాగుణకం మరియు బీజీయ గుణకాలను రాయండి.
 - $4xy$
 - $-7a^2 b^3 c$
 - $\frac{pq}{2r}$
 - $-6mn$
- దిగువ ఇవ్వబడ్డ సమాసాలలోని పదాల సంఖ్యను మరియు ఆ పదాలను రాయండి :
 - $5 - 3t^2$
 - $1 + t^2 + t^3$
 - $x + 2xy + 3y$
 - $100m + 1000n$
 - $-p^2q^2 + 7pq$
- $-5ab^2c$ పదములో ఇచ్చిన వాటికి గుణకాలను రాయండి.
 - b^2c
 - $-b^2c$
 - $-5abc$
 - $5ac$
 - ab^2
 - $-5ab$
- కింద ఇవ్వబడిన బీజీయ సమాసాలకు x ను కలిగియున్న పదం మరియు x గుణకం రాయండి.
 - $2x + 5y$
 - $-x + y + 3$
 - $6y^2 - 7xy$

3.2 బీజీయ సమాసాల రకాలు

బీజీయ సమాసాల రకాల గురించి చర్చించడానికి ముందుగా, మనం సజాతి మరియు విజాతి పదాల గురించి తెలుసుకుందాం. క్రింది సందర్భమును తీసుకుందాం.



3.2.1 సజాతి మరియు విజాతి పదాలు :

లాస్య కూరగాయలు కొనేందుకు తన అమ్మమ్మతో కలిసి రైతుబజారుకు వెళ్ళింది. ఇంటికి తిరిగివచ్చిన తర్వాత అమ్మమ్మగారు లాస్యను అన్నిరకాల కూరగాయలను వేరు చేసి సమూహాలుగా అనగా వంకాయలు అన్నీ ఒక గిన్నెలో, కాఫ్ఫికంలు అన్నీ ఒక గిన్నెలో, క్యారెట్లు అన్నీ ఒక గిన్నెలో వేరు చేయమని అడిగారు.



మిశ్రమ కూరగాయలతో వున్న బుట్టను ఒక బీజీయ సమాసమువలె తీసుకోవచ్చును. ఒకేరకమైన కూరగాయల సమూహాన్ని సజాతి పదాలుగా తీసుకోవచ్చును. అదేవిధంగా అవసరమైనప్పుడు మనం బీజీయ సమాసమును సజాతి మరియు విజాతి పదాలుగా వేరుచేసి రాయవచ్చును.

ఒకే బీజీయ కారణంకాలు కలిగిన పదాలను సజాతి పదాలని అంటారు. వేరు వేరు బీజీయ కారణంకాలు కలిగిన పదాలను విజాతి పదాలని అంటారు.

Examples:

- The terms $2x$, $3x$ and $4x$ are like terms, as they have same algebraic factor ' x '.
- The terms $6ab$, $-ab$ and $7ba$ have same algebraic factor ' ab '.
So, they are like terms.
- The terms $5t$ and $8s$ are unlike terms, as they have different algebraic factors t and s .
- On the other hand, the terms $2p^2q$ and $-q^2p$ are unlike terms, as they contain algebraic factors with different exponents.



$ab = ba$ Why?

Let us follow some simple steps to decide whether the given terms are like or unlike terms:

- Ignore the numerical coefficients and concentrate on algebraic coefficients of terms.
- Check the variables in the terms. They must be equal.
- Check the exponents of each variables in the terms, they must be the same.

Example-4 : Identify like terms among the following and group them:

$$10ab, 7a, 8b, -a^2b^2, -7ba, -105b, 9b^2a^2, -5a^2, 90a.$$

Solution : $(7a, 90a)$ are like terms because they contain same algebraic factor ' a '.

$(10ab, -7ba)$ are like terms as they have same algebraic factor ' ab '.

$(8b, -105b)$ are like terms because they contain same algebraic factor ' b '.

$(-a^2b^2, 9b^2a^2)$ are like terms because they contain same algebraic factor ' a^2b^2 '.



Check Your
Progress

1. Write like terms from the following:

$$-xy^2, -4yx, 8x, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$$

2. Write 3 like terms for (i) $3x^2y$ (ii) $-ab^2c$

3.2.2 Types of Algebraic Expressions : We know, how to count number of terms in an algebraic expression. Now we will learn how algebraic expressions are named according to number of terms containing in it.

Monomial: An expression with only one term is called Monomial.

$$5x^2y, \frac{11}{6}c, -3t, 8p \dots \text{ are some examples to Monomials.}$$

Binomial: An expression which contains two unlike terms is called a Binomial.

$$x + y, p^2 - q^2, \frac{a}{2} + \frac{b}{7} \text{ are some examples to Binomials.}$$

Trinomial: An expression which contains three unlike terms is called a Trinomial.


$$11p - 3q - 5, \frac{m}{3} + n \text{ are some examples to Trinomials.}$$

Polynomial : An algebraic expression in which the exponent of variable is a non-negative integer is called a Polynomial. $x^2y, pq+9, a+b+c+d+e \dots$ are some examples to polynomials.

$x^{-3}+5, a + \frac{-3}{b^4}$ are algebraic expressions but not polynomials. Because exponents of variables are negative and rational numbers.

ఉదాహరణలు

- $2x, 3x$ మరియు $4x$ అనే పదాలు ఒకే బీజీయ కారణాంకం ' x ' కలిగిఉన్నాయి కనుక సజాతి పదాలు అవుతాయి.
- $6ab, -ab$ మరియు $7ba$ అనే పదాలు ఒకే బీజీయ కారణాంకం ' ab ' ని కలిగి ఉన్నాయి కాబట్టి అవి సజాతి పదాలు.
- $5t$ మరియు $8s$ అనే పదాలు సజాతి పదాలు కావు. ఎందుకంటే t మరియు s అనేవి విభిన్న బీజీయ కారణాంకాలు.
- $2p^2q$ మరియు $-q^2p$ అనే పదాలు విభిన్న ఘాతాంకాలతో బీజీయ కారణాంకాలను కలిగిఉన్నాయి కనుక, అవి విజాతిపదాలు అవుతాయి.



మీకు తెలుసా!
 $ab = ba$ ఎందుకు?

ఇచ్చిన పదాలు సజాతి లేదా విజాతి పదాల్లో చెప్పడానికి ఈ కింది సూచనలను అనుసరిద్దాం :

- సంఖ్యా గుణకాలను పట్టించుకోవద్దు. మరియు పదాల బీజీయ గుణకాలపై దృష్టి కేంద్రీకరించండి.
- ఇచ్చిన పదాలలో చరరాశులను పరిశీలించండి. అవి సమానంగా ఉండాలి.
- ఇచ్చిన పదాలలో ప్రతి చరరాశి యొక్క ఘాతాంకాలను పరిశీలించండి. అవి తప్పనిసరిగా సమానంగా వుండాలి.

ఉదాహరణ-4 : దిగువ పేర్కొన్న పదాలలో సజాతిపదాలను గుర్తించి, సమాహాలుగా రాయండి.

$$10ab, 7a, 8b, -a^2b^2, -7ba, -105b, 9b^2a^2, -5a^2, 90a$$

- సాధన :** $(7a, 90a)$ ఒకే బీజీయ కారణాంకాలను ' a ' కలిగి ఉండడం వలన ఇవి సజాతి పదాలు అవుతాయి.
 $(10ab, -7ba)$ ఒకే బీజీయ కారణాంకాలను ' ab ' కలిగి ఉండటం వల్ల ఇవి సజాతి పదాలు అవుతాయి.
 $(8b, -105b)$ ఒకే బీజీయ కారణాంకము ' b ' ను కలిగి ఉండటం వల్ల ఇవి సజాతి పదాలు అవుతాయి.
 $(-a^2b^2, 9b^2a^2)$ ఒకే బీజీయ కారణాంకము ' a^2b^2 ' ను కలిగిఉండటం వల్ల ఇవి సజాతి పదాలు అవుతాయి.



1. దిగువ పేర్కొన్న పదాలలో సజాతి పదాలను రాయండి : $-xy^2, -4yx, 8x, 2xy^2, 7y, -11x^2, -100x, -11yx, 20x^2y, -6x^2, y, 2xy, 3x$
2. (i) $3x^2y$ (ii) $-ab^2c$ అను పదాలకు మూడు సజాతి పదాలను రాయండి.

3.2.2 బీజీయ సమాసాల రకాలు : ఒక బీజీయ సమాసములో పదాల సంఖ్యను ఎలా లెక్కించాలో మనకు తెలుసు. బీజీయ సమాసములో ఉన్న పదాల సంఖ్యనుబట్టి ఏమని పేరుపెట్టవచ్చో మనం ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

ఏకపది : ఒకే ఒక పదం కలిగిన బీజీయ సమాసాన్ని ఏకపది (ఏకపద బీజీయ సమాసము) అంటారు.

$$5x^2y, \frac{11}{6}c, -3t, 8p... \text{ అనేవి ఏకపదికి కొన్ని ఉదాహరణలు.}$$

ద్విపది : రెండు విజాతి పదాలను కలిగివున్న బీజీయ సమాసాన్ని ద్విపది అంటారు.

$$x + y, p^2 - q^2, \frac{a}{2} + \frac{b}{7} \text{ అనేవి ద్విపదికి కొన్ని ఉదాహరణలు.}$$

త్రిపది : మూడు విజాతి పదాలను కలిగివున్న బీజీయ సమాసాన్ని త్రిపది అంటారు.

$$11p - 3q - 5, 1 + \frac{m}{3} + n \text{ అనేవి త్రిపదికి కొన్ని ఉదాహరణలు.}$$

బహుపది : ఒక బీజీయ సమాసములో చరరాశి యొక్క ఘాతాంకము ఋణోత్తర పూర్ణసంఖ్య అయినపుడు దానిని బహుపది అంటారు. $x^2y, pq+9, a + b + c + d + e \dots$ అనునవి బహుపదికి కొన్ని ఉదాహరణలు.

$$x^3+5, a + \frac{-3}{b^4} \text{ లు బీజీయ సమాసములు కానీ బహుపదులు కావు. ఎందుకనగా చరరాశి ఘాతాంకములు వరుసగా ఋణసంఖ్యలు మరియు భిన్నాలు.}$$

Example 5 : State with reasons, classify the following expressions into monomials, binomials, trinomials.
 $a + 4b$, $3x^2y$, $px^2 + qx + 2$, qz^2 , $x^2 + 2y$, $7xyz$, $7x^2 + 9y^3 - 10z^4$, $3l^2 - m^2$, x , $-abc$

Solution :

Expressions	Type of the Expression	Reason
x , $7xyz$ $3x^2y$, qz^2 , $-abc$	Monomial	One term
$a + 4b$ $x^2 + 2y$ $3l^2 - m^2$	Binomial	Two unlike terms
$px^2 + qx + 2$ $7x^2 + 9y^3 - 10z^4$	Trinomial	Three unlike terms



- Jasmin says that $3xyz$ is a trinomial. Is she right? Give reason.
- Give two examples each for Monomial and Binomial algebraic expression.

Exercise - 3.2

- State True or False and give reasons for your answer.**
 - $7x^2$ and $2x$ are unlike terms.
 - pq^2 and $-4pq^2$ are like terms.
 - xy , $-12x^2y$ and $5xy^2$ are like terms.
- Write like terms in the following :**
 - a^2 , b^2 , $2a^2$, c^2
 - $5x$, yz , $3xy$, $\frac{1}{9}yz$
 - $4m^2n$, n^2p , $-m^2n$, m^2n^2
 - acb^2 , $2c^2ab$, $5b^2ac$, $3cab^2$
- Write number of terms and name of the expression for the following algebraic expressions.**
 - $p^2q + q^2p$
 - 2020
 - $3ab - \frac{a}{2} + \frac{b}{5}$
- Classify the following into monomials, binomials and trinomials:
 - $8a + 7b^2$
 - $15xyz$
 - $p + q - 2r$
 - $l^2m^2n^2$
 - cab^2
 - $3t - 5s + 2u$
 - 1000
 - $\frac{cd}{2} + ab$
 - $5ab - 9a$
 - $2p^2q^2 + 4qr^3$

3.3 Addition of Algebraic Expressions:

There are a number of real life situations in which we need to use expressions and do arithmetic operations on them. Let us learn how to add like and unlike terms.

Consider the following situation.

ఉదాహరణ-5 : దిగువ బీజీయ సమాసాలను ఏకపద, ద్విపద, త్రిపదులుగా వర్గీకరించండి. కారణాలను పేర్కొనండి.
 $a + 4b$, $3x^2y$, $px^2 + qx + 2$, qz^2 , $x^2 + 2y$, $7xyz$, $7x^2 + 9y^3 - 10z^4$, $3l^2 - m^2$, x , $-abc$

సాధన :

బీజీయ సమాసము	బీజీయ సమాసాల రకం	కారణము
x , $7xyz$ $3x^2y$, qz^2 , $-abc$	ఏకపది	ఒక పదం
$a + 4b$ $x^2 + 2y$ $3l^2 - m^2$	ద్విపది	రెండు విజాతి పదాలు
$px^2 + qx + 2$ $7x^2 + 9y^3 - 10z^4$	త్రిపది	మూడు విజాతి పదాలు



- జాస్మిన్ $3xyz$ అనునది త్రిపది అని చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది సరైనదా? కారణం ఇవ్వండి.
- ఏకపది, ద్విపదులకు ఏవేని రెండేసి ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

అభ్యాసము-3.2

- దిగువ ఇవ్వబడినవి సత్యమో, అసత్యమో పేర్కొని కారణాలను తెలపండి.
 - $7x^2$ మరియు $2x$ లు విజాతి పదాలు
 - pq^2 మరియు $-4pq^2$ లు సజాతి పదాలు
 - xy , $-12x^2y$ మరియు $5xy^2$ లు సజాతి పదాలు
- కింది వాటిలో సజాతి పదాలను రాయండి.
 - a^2 , b^2 , $2a^2$, c^2
 - $5x$, yz , $3xy$, $\frac{1}{9}yz$
 - $4m^2n$, n^2p , $-m^2n$, m^2n^2
 - acb^2 , abc , $2c^2ab$, $5b^2ac$, $-a^2bc$, $3cab^2$
- క్రింద ఇచ్చిన సమాసాలకు పదాలసంఖ్య మరియు ఏరకమైన సమాసమో రాయండి.
 - $p^2q + q^2p$
 - 2020
 - $3ab - \frac{a}{2} + \frac{b}{5}$
- దిగువ బీజీయ సమాసాలను ఏకపది, ద్విపది మరియు త్రిపదులుగా వర్గీకరించండి.
 - $8a + 7b^2$
 - $15xyz$
 - $p + q - 2r$
 - $l^2m^2n^2$
 - cab^2
 - $3t - 5s + 2u$
 - 1000
 - $\frac{cd}{2} + ab$
 - $5ab - 9a$
 - $2p^2q^2 + 4qr^3$

3.3 బీజీయ సమాసాల సంకలనము :

మనము నిత్యజీవితంలోని చాలా సందర్భాలలో బీజీయ సమాసాలను మరియు వాటిపై గణిత పరిక్రియలనూ ఉపయోగిస్తాము. ఇప్పుడు మనము సజాతి మరియు విజాతి పదాల సంకలనమును నేర్చుకుందాము.

ఒక సందర్భాన్ని పరిశీలిద్దాం.

Number of pencils with Gouse is equal to 4 times the pencils with Chandu. What is the total number of pencils both have together?



To find answers to such questions, we have to know how to add like terms. Let us learn.

Number of pencils with Chandu is not given, we shall take the number as 'x'.

Then the number of pencils with Gouse is 4 times of Chandu = $4 \times x = 4x$

To find the total number of pencils, we have to add x and $4x$

So, the total number of pencils = $x + 4x = (1 + 4)x = 5x$

Example 6 : Find the sum of the following like terms:

- (i) $3a, 9a$ (ii) $5p^2q, 2p^2q$ (iii) $6m, -15m, 2m$

Solution :

(i) Sum of $3a, 9a = 3a + 9a = (3 + 9)a = 12a$

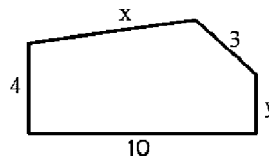
(ii) Sum of $5p^2q, 2p^2q = 5p^2q + 2p^2q = (5 + 2)p^2q = 7p^2q$

(iii) Sum of $6m, -15m, 2m = 6m + (-15m) + 2m$
 $= 6m - 15m + 2m$
 $= (6 - 15 + 2)m$
 $= -7m$

Let us consider two unlike terms $3a$ and $2b$. The sum of these two terms is written as $3a + 2b$ only. We can't simplify further because a, b are different variables.

Example 7 : Write the perimeter of the given figure.

Solution : The perimeter of the figure = $10 + 4 + x + 3 + y$
 $= x + y + (10 + 4 + 3)$
 $= x + y + 17$



Add the following like terms (i) $12ab, 9ab, ab$ (ii) $10x^2, -3x^2, 5x^2$
 (iii) $-y^2, 5y^2, 8y^2, -14y^2$ (iv) $10mn, 6mn, -2mn, -7mn$

Simplification of Algebraic Expressions: Consider the expression $3a^2 - 2ab + 5b^2 + 3ab - b^2 - 4a^2 + 6ab$. Here we can see that there are some like terms in the expression. They are $3a^2, -4a^2; -2ab, 3ab, 6ab; 5b^2, -b^2$. On adding these like terms, we get an algebraic expression in its simplest form.

Let us simplify the above expressions:

- 1 Write down the expression: $3a^2 - 2ab + 5b^2 + 3ab - b^2 - 4a^2 + 6ab$
- 1 Group the like terms together: $3a^2 - 4a^2 - 2ab + 3ab + 6ab + 5b^2 - b^2$
- 1 Adding the like terms: $(3 - 4)a^2 + (-2 + 3 + 6)ab + (5 - 1)b^2 = -a^2 + 7ab + 4b^2$

So, if no two terms of an algebraic expression are alike then, it is said to be in simplified form.

The sum of two or more like terms is the sum of the numerical coefficients of the given terms.

గౌస్ వద్ద పెన్సిళ్ళు, చందూ వద్ద గల పెన్సిళ్ళ సంఖ్యకు నాలుగురెట్లు కలవు. అయితే, ఇద్దరివద్ద గల మొత్తం పెన్సిళ్ళ సంఖ్య ఎంత?

ఇలాంటి ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెలసుకోవాలంటే బీజీయ సమాసాలను ఎలా సంకలనము చేయాలో తెలుసుకోవాలి.

చందు వద్ద పెన్సిళ్ళ సంఖ్య ఇవ్వబడలేదు. మనం ఆ సంఖ్యను 'x' గా తీసుకుంటాం. గౌస్ వద్ద పెన్సిళ్ళు, చందూ వద్ద గల పెన్సిళ్ళ సంఖ్యకు నాలుగురెట్లు కలవు కనుక, గౌస్ వద్ద పెన్సిళ్ళు = $4 \times x = 4x$

మొత్తం పెన్సిళ్ళ సంఖ్యను కనుగొనటానికి x మరియు 4x ను కూడాలి.

కావున మొత్తం పెన్సిళ్ళ సంఖ్య = $x + 4x = (1 + 4)x = 5x$

ఉదాహరణ-6 : కింది సజాతిపదాల మొత్తాన్ని కనుక్కోండి.

- (i) $3a, 9a$ (ii) $5p^2q, 2p^2q$ (iii) $6m, -15m, 2m$

సాధన :

(i) $3a, 9a$ ల మొత్తము = $3a + 9a = (3 + 9)a = 12a$

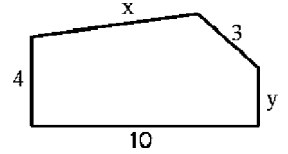
(ii) $5p^2q, 2p^2q$ ల మొత్తము = $5p^2q + 2p^2q$
 $= (5 + 2)p^2q = 7p^2q$

(iii) $6m, -15m, 2m$ ల మొత్తము = $6m + (-15m) + 2m$
 $= 6m - 15m + 2m$
 $= (6 - 15 + 2)m = -7m$

ఏవేని రెండు విజాతిపదాలు $3a, 2b$ లను తీసుకుంటాం. వీటి మొత్తమును $3a + 2b$ లు మాత్రమే రాస్తాము. ఇంకా సూక్ష్మీకరించలేము. ఎందుకంటే a, b లు వేర్వేరు చరరాశులు.

ఉదాహరణ-7 : పక్కన ఇవ్వబడిన పటము యొక్క చుట్టుకొలత కనుగొనుము.

సాధన : పటము యొక్క చుట్టుకొలత, $P = 10 + 4 + x + 3 + y$
 $= x + y + (10 + 4 + 3)$
 $= x + y + 17$



కింది సజాతిపదాల మొత్తాన్ని కనుగొనండి. (i) $12ab, 9ab, ab$, (ii) $10x^2, -3x^2, 5x^2$
 (iii) $-y^2, 5y^2, 8y^2, -14y^2$ (iv) $10mn, 6mn, -2mn, -7mn$

బీజీయ సమాసాల సూక్ష్మీకరణ : $3a^2 - 2ab + 5b^2 + 3ab - b^2 - 4a^2 + 6ab$ అను బీజీయ సమాసాన్ని తీసుకుందాము. ఇందులో $3a^2, -4a^2; -2ab, 3ab, 6ab; 5b^2, -b^2$ లు సజాతి పదాలు. వీటిని కూడడం వలన బీజీయ సమాసాన్ని సూక్ష్మరూపంలో పొందవచ్చును.

పై బీజీయ సమాసాన్ని మనం సూక్ష్మీకరిద్దాం.

- 1 మొదట ఇచ్చిన సమాసాన్ని రాయండి : $3a^2 - 2ab + 5b^2 + 3ab - b^2 - 4a^2 + 6ab$
- 1 సజాతి పదాలను ఒక దగ్గరికి చేర్చండి : $3a^2 - 4a^2 - 2ab + 3ab + 6ab + 5b^2 - b^2$
- 1 సజాతి పదాలను కూడండి : $(3 - 4)a^2 + (-2 + 3 + 6)ab + (5 - 1)b^2 = -a^2 + 7ab + 4b^2$

ఒక బీజీయ సమాసములో ఏ రెండు పదాలు సజాతిపదాలు కానప్పుడు, అది సూక్ష్మరూపంలో ఉంది అని అంటాము.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పదాల యొక్క కూడిక అనేది ఇవ్వబడ్డ పదాల యొక్క సంఖ్య గుణకాల మొత్తానికి సమానము.



Reshma simplified the expression $4p + 6p + p$ like this. $4p + 6p + p = 10p$. Is she correct ?

Standard form of Algebraic Expression:

Consider the expression $3x + 5x^2 - 9$.

- ▮ The exponents of first, second and third terms are 1, 2 and 0 respectively.
- ▮ Here, the exponents of terms are not in the descending order.
- ▮ By re-arranging the terms in such a way that their exponents are in descending order (2, 1, 0), we get the expression $5x^2 + 3x - 9$.
- ▮ Now the expression is said to be in standard form.

In an expression, if the terms are arranged in such a way that the exponents of the terms are in descending order then the expression is said to be in **standard form**.

Let us consider $3c + 6a - 2b$.

- ▮ Exponents of all the terms in this expression are same. This type of expressions are also said to be in standard form.
- ▮ If we write it in alphabetical order as $6a - 2b + 3c$ it looks more beautiful.



Check Your Progress

Write the standard form of the following expressions:

- (i) $-5l + 2l^2 + 4$ (ii) $4b^2 + 5 - 3b$ (iii) $z - y - x$

Addition of Algebraic Expressions:

Addition of algebraic expressions can be done in many ways. Let us discuss two methods in this chapter.

- (i) Row or Horizontal Method (ii) Column or Vertical Method

Let us consider any two binomials $8a + 3$ and $5a + 4$. The following table shows the adding of expressions in two methods:

Row or Horizontal Method	Column or Vertical Method
The sum = $(8a + 3) + (5a + 4)$ $= (8a + 5a) + (3 + 4)$ (rearranging the like terms) $= 13a + 7$ So, the sum of $8a + 3$ and $5a + 4$ is $= 13a + 7$	Write the expressions below the other such that the like terms come in the same column. $8a + 3$ $5a + 4$ $\underline{(8 + 5)a + (3 + 4)} = 13a + 7$

Example 8 : Simplify $6a^2 + 3ab + 5b^2 - 2ab - b^2 + 2a^2 + 4ab + 2b^2 - a^2$

Solution :

$$\begin{aligned}
 & 6a^2 + 3ab + 5b^2 - 2ab - b^2 + 2a^2 + 4ab + 2b^2 - a^2 \\
 &= (6a^2 + 2a^2 - a^2) + (3ab - 2ab + 4ab) + (5b^2 - b^2 + 2b^2) \\
 &= [(6 + 2 - 1)a^2] + [(3 - 2 + 4)ab] + [(5 - 1 + 2)b^2] \\
 &= 7a^2 + 5ab + 6b^2
 \end{aligned}$$



రేఖా $4p + 6p + p$ అను సమాసాన్ని కింది విధముగా సూక్ష్మీకరించింది.
 $4p + 6p + p = 10p$ ఆమె చేసింది సరైనదేనా? సమర్థించుము.

బీజీయ సమాసాల యొక్క ప్రామాణిక రూపం :

$3x + 5x^2 - 9$ సమాసాన్ని తీసుకుందాము.

- | మొదటి, రెండవ మరియు మూడవ పదాల యొక్క ఘాతాంకాలు వరుసగా 1, 2 మరియు 0.
- | ఇక్కడ పదాల యొక్క ఘాతాంకాలు అవరోహణ క్రమంలో లేవు.
- | వాటి యొక్క ఘాతాంకాలు అవరోహణ క్రమంలో (2, 1, 0) ఉండేవిధంగా పదాలను తిరిగి అమర్చడం ద్వారా, మనం $5x^2 + 3x - 9$ అనే సమాసాన్ని పొందుతాం.
- | ఇప్పుడు ఆ సమాసము ప్రామాణిక రూపంలో ఉందని అంటాము.

ఒక సమాసములో ఒకవేళ పదాల యొక్క ఘాతాంకాలు అవరోహణ క్రమంలో ఉండేవిధంగా పదాలను అమర్చినట్లయితే, అప్పుడు సమాసము ప్రామాణిక రూపంలో ఉంటుందని చెప్పబడుతుంది.

ఇప్పుడు $3c + 6a - 2b$ సమాసాన్ని తీసుకుందాము.

- | సమాసములోని అన్ని పదాల యొక్క ఘాతాంకాలు ఒకేవిధంగా ఉన్నాయి. ఈ సమాసము ఇప్పటికే ప్రామాణిక రూపంలో ఉంది.
- | $6a - 2b + 3c$ అని అక్షరక్రమంలో రాస్తే అది మరింత అందంగా కనిపిస్తుంది.



క్రింది సమాసాల యొక్క ప్రామాణిక రూపాన్ని రాయండి :
 (i) $-5l + 2l^2 + 4$ (ii) $4b^2 + 5 - 3b$ (iii) $z - y - x$

బీజీయ సమాసాల సంకలనము :

బీజీయ సమాసాలను అనేక పద్ధతులలో సంకలనము చేయవచ్చును. ఈ అధ్యాయంలో రెండు పద్ధతులను చర్చిద్దాం. అవి (i) అడ్డువరుస లేదా పంక్తి పద్ధతి (ii) నిలువు వరుస లేదా దొంతి పద్ధతి

$8a + 3$ మరియు $5a + 4$ అను ద్విపదులను తీసుకుందాము. కింది పట్టికలో తెలుపబడినట్లు రెండు పద్ధతులలో కూడటం నేర్చుకుందాము.

అడ్డువరుస లేదా పంక్తి పద్ధతి	నిలువు వరుస లేదా దొంతి పద్ధతి
$\begin{aligned} \text{మొత్తం} &= (8a + 3) + (5a + 4) \\ &= (8a + 5a) + (3 + 4) \text{ (పదాలను సర్దగా)} \\ &= 13a + 7 \\ \text{కావున } 8a + 3 \text{ మరియు } 5a + 4 \text{ ల మొత్తం} &= 13a + 7 \end{aligned}$	<p>ఇచ్చిన సమాసాలను ప్రామాణిక రూపంలో మార్చిన తర్వాత, సజాతి పదాలు ఒకే వరుసలో వచ్చినట్లు ఒకదాని కింద ఒకటి రాయవలెను.</p> $\begin{array}{r} 8a + 3 \\ 5a + 4 \\ \hline (8 + 5)a + (3 + 4) = 13a + 7 \end{array}$

ఉదాహరణ-8 : $6a^2 + 3ab + 5b^2 - 2ab - b^2 + 2a^2 + 4ab + 2b^2 - a^2$ సూక్ష్మీకరించండి.

సాధన :

$$\begin{aligned} &6a^2 + 3ab + 5b^2 - 2ab - b^2 + 2a^2 + 4ab + 2b^2 - a^2 \\ &= (6a^2 + 2a^2 - a^2) + (3ab - 2ab + 4ab) + (5b^2 - b^2 + 2b^2) \\ &= [(6 + 2 - 1)a^2] + [(3 - 2 + 4)ab] + [(5 - 1 + 2)b^2] \\ &= 7a^2 + 5ab + 6b^2 \end{aligned}$$

Example 9 : Add $2x^2 - 3x + 5$ and $9 + 6x^2$ in vertical method.

Solution :

S.No.	Steps	Process
1	Write the expressions in standard form if necessary.	$2x^2 - 3x + 5 = 2x^2 - 3x + 5$ $9 + 6x^2 = 6x^2 + 9$
2	Write the expressions below the other such that the like terms come in the same column.	$2x^2 - 3x + 5$ $6x^2 \quad + 9$ <hr/> <hr/>
3	Add the like terms column wise and write the result below the concerned column.	$2x^2 - 3x + 5$ $6x^2 \quad + 9$ <hr/> $8x^2 - 3x + 14$



Add the following expressions in both Row and Column methods:

- (i) $x - 2y$, $3x + 4y$ (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn$, $3n^2 + 5m^2 - 2mn$
(iii) $3a - 4b$, $5c - 7a + 2b$



Think of at least two situations in each of which you need to form two algebraic expressions and add them.

3.4 Subtraction of Algebraic Expressions:

Additive inverse of an expression: We already come across additive inverse of an integer. For example $25 + (-25) = 0$, so 25 and (-25) are additive inverse to each other.

Like that for every algebraic expression there exists another algebraic expression such that their sum is zero. These two expressions are called additive inverse of each other.

For ' $3x$ ' there exists ' $-3x$ ' such that $3x + (-3x) = 0$. Therefore, ' $3x$ ' and ' $-3x$ ' are additive inverse of each other.

Example 10 : Find the additive inverse of the following expressions:

- (i) 35 (ii) $-5a$ (iii) $3p - 7$ (iv) $6x^2 - 4x + 5$

Solution : Additive inverse of 35 = -35

Additive inverse of $-5a = -(-5a) = 5a$

Additive inverse of $3p - 7 = -(3p - 7) = -3p + 7$

Additive inverse of $6x^2 - 4x + 5 = -(6x^2 - 4x + 5) = -6x^2 + 4x - 5$

Subtraction of Algebraic Expressions containing like terms:

Let us consider one more situation, Sravya and Cherry went to a store. Sravya bought 7 books and Cherry bought 2 books. All the books are of same cost. How much money did Sravya spend more than Cherry?

ఉదాహరణ-9: $2x^2 - 3x + 5$ మరియు $9 + 6x^2$ లను నిలువు వరుస పద్ధతిలో కూడండి.

సాధన :

వ.సం.	సోపానాలు	విధానము
1	ఒకవేళ అవసరం అయితే ఇచ్చిన సమాసాలను ప్రామాణిక రూపంలో రాయండి.	$2x^2 - 3x + 5 = 2x^2 - 3x + 5$ $9 + 6x^2 = 6x^2 + 9$
2	సజాతి పదాలు ఒకే వరుసలో వచ్చినట్లు ఒకదాని కింద ఒకటి రాయవలెను.	$2x^2 - 3x + 5$ $6x^2 \quad + 9$
3	ఒకే వరుసలో ఉన్న సజాతి పదాలను కూడి ఫలితాన్ని దాని కింద అదే నిలువు వరుసలో రాయుము.	$2x^2 - 3x + 5$ $6x^2 \quad + 9$ <hr/> $8x^2 - 3x + 14$



కింద ఇచ్చిన సమాసాలను అడ్డువరుస మరియు నిలువు వరుసల పద్ధతిలో కూడండి.
(i) $x - 2y, 3x + 4y$ (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn, 3n^2 + 5m^2 - 2mn$
(iii) $3a - 4b, 5c - 7a + 2b$



ఏవేని కనీసం రెండు సందర్భాలకు బీజీయ సమాసాలను ఏర్పరచి, వాటిని సంకలనము చేయండి.

3.4 బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనము :

సమాసము యొక్క సంకలన విలోమము: ఒక పూర్ణసంఖ్య యొక్క సంకలన విలోమమును మనము ముందుగానే తెలుసుకొని వున్నాము. ఉదాహరణకి $25 + (-25) = 0$, కావున, 25 మరియు (-25) లు ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అవుతాయి.

ప్రతి బీజీయ సమాసానికి కూడా అదేవిధంగా, వాటి మొత్తం సున్నా అయ్యేట్లుగా మరో బీజీయ సమాసము ఉంటుంది. ఈ రెండు సమాసాలను ఒకదానితో మరొకటి సంకలన విలోమం అని అంటారు.

'3x' అను సమాసానికి $3x + (-3x) = 0$ అగునట్లు '-3x' వుంటుంది. కావున '3x' మరియు '-3x' లు ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అవుతాయి.

ఉదాహరణ-10: దిగువ సమాసాల యొక్క సంకలన విలోమాన్ని కనుగొనండి.

- (i) 35 (ii) $-5a$ (iii) $3p - 7$ (iv) $6x^2 - 4x + 5$

సాధన :

35 యొక్క సంకలన విలోమం = -35
 $-5a$ యొక్క సంకలన విలోమం = $-(-5a) = 5a$
 $3p - 7$ యొక్క సంకలన విలోమం = $-(3p - 7) = -3p + 7$
 $6x^2 - 4x + 5$ యొక్క సంకలన విలోమం = $-(6x^2 - 4x + 5) = -6x^2 + 4x - 5$

సజాతి పదాలు కలిగివున్న బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనము : మరొక సందర్భాన్ని చూద్దాం. శ్రావ్య మరియు చెర్రీలు ఒక దుకాణానికి వెళ్ళారు. శ్రావ్య 7 పుస్తకాలు కొన్నది. చెర్రీ 2 పుస్తకాలు కొన్నాడు. పుస్తకాలన్నీ ఒకే ధరవి అయితే శ్రావ్య చెర్రీకంటే ఎంత ఎక్కువ డబ్బు చెల్లించాలి?

To find answer for such type of situations, we have to know how to subtract like terms.

Since the cost of each book is not given, we shall take it as y . Therefore, Sravya spends $7 \times y = ₹ 7y$; Cherry spends $2 \times y = ₹ 2y$. To find how much more Sravya spends, we have to subtract $2y$ from $7y$.



Therefore, the amount spent more = $7y - 2y = (7 - 2)y = ₹ 5y$

The subtraction of two or more like terms is the difference between the numerical coefficients of the given like terms.

Example 11 : Subtract $2p^2 - 3$ from $9p^2 - 8$.

Solution :

$$9p^2 - 8 - (2p^2 - 3) = 9p^2 - 8 - 2p^2 + 3$$

$$= (9 - 2)p^2 - 8 + 3 = 7p^2 - 5$$



Check Your Progress

Subtract the first term from second term: (i) $2xy, 7xy$ (ii) $4a^2, 10a^2$
 (iii) $15p, 3p$ (iv) $6m^2n, -20m^2n$ (v) $a^2b^2, -a^2b^2$

Subtraction of Algebraic Expressions containing like and unlike terms:

Subtracting a term is same as adding its additive inverse, that means subtracting $10b$ from $3a$ is the same as adding $-10b$ (which is additive inverse of $10b$) to $3a$. That is $3a + (-10b) = 3a - 10b$.

There are different methods to subtract algebraic expressions. Let us learn subtraction of expressions in two methods, row or horizontal method and column or vertical method.

Row or Horizontal Method : Let us learn this method by some examples.

Example 12 : Subtract $3a + 4b - 2c$ from $6a - 2b + 3c$ in row method.

Solution : Let $A = 6a - 2b + 3c$, $B = 3a + 4b - 2c$

Subtracting $3a + 4b - 2c$ from $6a - 2b + 3c$ is equal to

adding additive inverse of $3a + 4b - 2c$ to $6a - 2b + 3c$ i.e., $A - B = A + (-B)$

additive inverse of $(3a + 4b - 2c) = -(3a + 4b - 2c) = -3a - 4b + 2c$

$$A - B = A + (-B) = 6a - 2b + 3c + (-3a - 4b + 2c)$$

$$= 6a - 2b + 3c - 3a - 4b + 2c$$

$$= (6 - 3)a - (2 + 4)b + (3 + 2)c$$

Thus, the required answer = $3a - 6b + 5c$



What is the difference of $8t$ and $3s$?

ఇలాంటి సందర్భానికి సమాధానం కావాలి అంటే మనం సజాతి పదాల వ్యవకలనము చేయడం ఎలా అనేది తెలుసుకోవాలి.

పై సందర్భంలో పుస్తకం వెల ఇవ్వలేదు. కాబట్టి y అనుకుందాము. శ్రావ్య చెల్లించిన డబ్బు = $7y$, చెర్రీ చెల్లించిన డబ్బు = $2y$. శ్రావ్య ఎంత ఎక్కువ డబ్బు చెల్లించాలో తెలుసుకొనుటకు $7y$ నుంచి $2y$ తీసివేయాలి.



$$\text{కాబట్టి శ్రావ్య చెర్రీకంటే ఎక్కువగా చెల్లించాల్సిన డబ్బు} = 7y - 2y = (7 - 2)y = 5y$$

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సజాతి పదాల యొక్క తీసివేత అనేది ఇవ్వబడ్డ పదాల యొక్క సంఖ్యా గుణకాల మధ్య ఉండే తేడాకు సమానము.

ఉదాహరణ-11 : $9p^2 - 8$ నుండి $2p^2 - 3$ ను తీసివేయుము.

సాధన :

$$9p^2 - 8 - (2p^2 - 3) = 9p^2 - 8 - 2p^2 + 3$$

$$= (9 - 2)p^2 - 8 + 3 = 7p^2 - 5$$



కింద ఇచ్చిన పదాలలో రెండవ పదం నుంచి మొదటి పదాన్ని తీసివేయండి : (i) $2xy, 7xy$
(ii) $4a^2, 10a^2$ (iii) $15p, 3p$ (iv) $6m^2n, -20m^2n$ (v) $a^2b^2, -a^2b^2$

సజాతి మరియు విజాతి పదాలు కలిగిన బీజీయం సమాసాల వ్యవకలనము :

ఒక పదాన్ని లేదా ఒక బీజీయం సమాసాన్ని మరొక పదము లేదా బీజీయం సమాసాన్నుంచి తీసివేయడం అనేది దాని $3a$ నుంచి $10b$ ని తీసివేయడం అనేది $3a$ కి $10b$ యొక్క సంకలన విలోమాన్ని $(-10b)$ కూడటం అనగా $3a + (-10b) = 3a - 10b$ అవుతుంది.

బీజీయం సమాసాలను అనేక పద్ధతులలో వ్యవకలనం చేయవచ్చును. బీజీయం సమాసాల వ్యవకలనంను రెండు పద్ధతులలో నేర్చుకుందాం, అవి అడ్డువరుస లేదా పంక్తి పద్ధతి మరియు నిలువవరుస లేదా దొంతిపద్ధతి.

అడ్డువరుస లేదా పంక్తి పద్ధతి : ఈ విధానాన్ని కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణ 12 : $6a - 2b + 3c$ నుంచి $3a + 4b - 2c$ ని అడ్డువరుస పద్ధతిలో తీసివేయుము.

సాధన : $A = 6a - 2b + 3c$, $B = 3a + 4b - 2c$ అనుకొనుము. $6a - 2b + 3c$ నుంచి $3a + 4b - 2c$ ని తీసివేయడము అనేది $6a - 2b + 3c$ కి $3a + 4b - 2c$ యొక్క సంకలన విలోమాన్ని కూడుటకు సమానము. అనగా

$$A - B = A + (-B)$$

$$(6a + 4b - 2c) \text{ యొక్క సంకలన విలోమం} = -(3a + 4b - 2c) = -3a - 4b + 2c$$

$$A - B = A + (-B) = 6a - 2b + 3c + (-3a - 4b + 2c)$$

$$= 6a - 2b + 3c - 3a - 4b + 2c$$

$$= (6 - 3)a - (2 + 4)b + (3 + 2)c$$

$$\text{అయిన, కావలసిన ఫలితము} = 3a - 6b + 5c$$

ఆలోచించండి!
 $8t$ మరియు $3s$ ల భేదము

Example 13 : Subtract $3m^3 + 4$ from $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$ in step wise method.

Solution : Let us solve this in stepwise.

Step 1: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4)$

Step 2: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4$

Step 3: $6m^3 - 3m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 4$ (rearranging like terms)

Step 4: $(6 - 3)m^3 + 4m^2 + 7m - 7$ (distributive law)

Thus, the required answer = $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

Column or vertical Method : Here is an example to learn subtracting the expressions in vertical or column method:

Example 14 : Subtract $4m^2 - 7n^2 + 5mn$ from $3n^2 + 5m^2 - 2mn$

(For easy understanding, same colours are taken to like terms)

Solution :

Step No.	Steps	Process
1	Write both expressions in standard form, if necessary.	$3n^2 + 5m^2 - 2mn = 5m^2 + 3n^2 - 2mn$ $4m^2 - 7n^2 + 5mn = 4m^2 - 7n^2 + 5mn$
2	Write the expressions one below the other such that the expression to be subtracted comes in the second row and the like terms come one below the other.	$5m^2 + 3n^2 - 2mn$ $4m^2 - 7n^2 + 5mn$
3	Change the sign of every term of the expression in the second row to get the additive inverse of that expression.	$5m^2 + 3n^2 - 2mn$ $4m^2 - 7n^2 + 5mn$ $(-) \quad (+) \quad (-)$
4	Add the like terms, column-wise and write the result below the concerned column.	$(5 - 4)m^2 + (3 + 7)n^2 - (2 - 5)mn$ $= m^2 + 10n^2 - 7mn$



Add and Subtract the following expressions in both Horizontal and Vertical method $x - 4y + z$, $6z - 2x + 2y$.

Exercise - 3.3

- Write standard form and additive inverse of the following expressions.
 - $-6a$
 - $2 + 7c^2$
 - $6x^2 + 4x - 5$
 - $3c + 7a - 9b$
- Write the following expressions in standard form:
 - $6x + x^2 - 5$
 - $3 - 4a^2 - 5a$
 - $-m + 6 + 3m^2$
 - $c^3 + 1 + c + 2c^2$
 - $9 - p^2$
- Add the following algebraic expressions using both horizontal and vertical methods. Did you get the same answer with both the methods? Verify.
 - $2x^2 - 6x + 3$; $4x^2 + 9x + 5$
 - $a^2 + 6ab + 8$; $-3a^2 - ab - 2$
 - $-p^2 + 2p - 10$; $4 - 5p - 2p^2$

ఉదాహరణ-13 : $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$ నుంచి $3m^3 + 4$ ని దశలవారీ పద్ధతి (సోపాన పద్ధతి) లో తీసివేయుము.

సాధన : ఈ సమస్యని దశలవారీగా సాధిద్దాం

సోపానము 1: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4)$

సోపానము 2: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4$

సోపానము 3: $6m^3 - 3m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 4$ (సజాతీయ పదాలను ఒకచోట వ్రాయుగా)

సోపానము 4: $(6 - 3)m^3 + 4m^2 + 7m - 7$ (విభాగ న్యాయము)

కావలసిన ఫలితము = $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

నిలువ వరుస లేదా దొంతి పద్ధతి : నిలువు వరుస లేదా దొంతి పద్ధతిలో బీజీయ సమాసాలను తీసివేయు విధానమును ఒక ఉదాహరణ ద్వారా నేర్చుకుందాము.

ఉదాహరణ-14 : $3n^2 + 5m^2 - 2mn$ నుంచి $4m^2 - 7n^2 + 5mn$ ను తీసివేయుము

(సులభంగా అర్థము చేసుకోవడానికి ఒకే రకమైన సజాతి పదాలకు ఒకే రంగులను ఇవ్వడం జరిగింది)

సాధన :

వ.సం.	సోపానాలు	విధానము
1	ఒకవేళ అవసరం అయితే, ఇచ్చిన సమాసాలను ప్రామాణికరూపంలో రాయండి.	$3n^2 + 5m^2 - 2mn = 5m^2 + 3n^2 - 2mn$ $4m^2 - 7n^2 + 5mn = 4m^2 - 7n^2 + 5mn$
2	సజాతి పదాలు ఒకే వరుసలో వచ్చునట్లు ఒకదాని కింద ఒకటి రాయండి.	$5m^2 + 3n^2 - 2mn$ $4m^2 - 7n^2 + 5mn$
3	రెండవ అడ్డువరుసలోని బీజీయ సమాసము యొక్క సంకలన విలోమము పొందడానికి ప్రతి పదము యొక్క గుర్తును మార్చండి.	$5m^2 + 3n^2 - 2mn$ $4m^2 - 7n^2 + 5mn$ $(-)\quad (+)\quad (-)$
4	ఒకే వరుసలో ఉన్న సజాతి పదాలను కూడి ఫలితాన్ని దానికింద అదే నిలువు వరుసలో రాయండి.	$(5 - 4)m^2 + (3 + 7)n^2 - (2 - 5)mn$ $= m^2 + 10n^2 - 7mn$



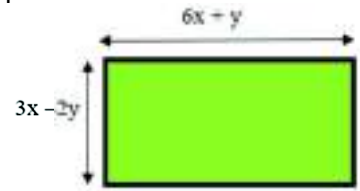
అడ్డువరుస మరియు నిలువు వరుసల పద్ధతిలో కింద పేర్కొన్న బీజీయ సమాసాల కూడిక మరియు తీసివేతలను కనుగొనండి : $x - 4y + z$, $6z - 2x + 2y$.

అభ్యాసము - 3.3

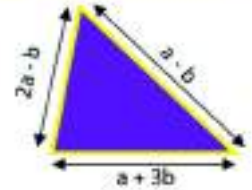
- కింది సమాసాల ప్రామాణిక రూపం మరియు సంకలన విలోమం రాయండి.
(i) $-6a$ (ii) $2 + 7c^2$ (iii) $6x^2 + 4x - 5$ (iv) $3c + 7a - 9b$
- దిగువ ఇవ్వబడిన సమాసాల యొక్క ప్రామాణిక రూపాన్ని రాయండి.
(i) $6x + x^2 - 5$ (ii) $3 - 4a^2 - 5a$ (iii) $-m + 6 + 3m^2$ (iv) $c^3 + 1 + c + 2c^2$ (v) $9 - p^2$
- కింద ఇచ్చిన సమాసాలను అడ్డువరుస మరియు నిలువు వరుసల పద్ధతిలో కూడండి. రెండు పద్ధతుల్లో ఒకే జవాబు వస్తుందా? సరిచూడుము.
(i) $2x^2 - 6x + 3$; $4x^2 + 9x + 5$ (ii) $a^2 + 6ab + 8$; $-3a^2 - ab - 2$ (iii) $-p^2 + 2p - 10$; $4 - 5p - 2p^2$

4. Subtract the second expression from the first expression:
 (i) $2x + y$, $x - y$ (ii) $a + 2b + c$, $-a - b - 3c$ (iii) $2l^2 - 3lm + 5m^2$, $3l^2 - 4lm + 6m^2$
 (iv) $7 - x - 3x^2$, $2x^2 - 5x - 3$ (v) $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$, $2m^3 + 4$

5. Find the perimeter of the beside rectangle whose length is $6x + y$ and breadth is $3x - 2y$



6. Find the perimeter of triangle whose sides are $a + 3b$, $a - b$ and $2a - b$



7. Subtract the sum of $x^2 - 5xy + 2y^2$ and $y^2 - 2xy - 3x^2$ from the sum of $6x^2 - 8xy - y^2$ and $2xy - 2y^2 - x^2$.
 8. What should be added to $1 + 2p - 3p^2$ to get $p^2 - p - 1$?
 9. What should be taken away from $3a^2 - 4b^2 + 5ab + 20$ to get $-a^2 - b^2 + 6ab + 3$?
 10. If $A = 4x^2 + y^2 - 6xy$; $B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy$; $C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$ then,
 find (i) $A + B + C$ (ii) $(A - B) - C$

3.5 Value of an Algebraic Expression:

There are number of situations in which we need to find the value of an expression. The value obtained by substituting particular value for variable is called '*the value of expression*' at that value. In Geometry and every day mathematics, we need to find the value of expression.

In a school, if a physical education teacher wants to select 10 students for kabaddi game, for which he can choose any number of girls and boys.

Let the number of girls be p , then number of boys, $10 - p$.

If 6 girls are interested to participate, then the number of boys required is $10 - 6 = 4$.

If only 3 girls are interested to participate, then the number of boys required is $10 - 3 = 7$.

Here we observe that the number of boys is changing in accordance with the number of girls.

So, we can say that 4 is the value of expression $10 - p$ when $p = 6$.

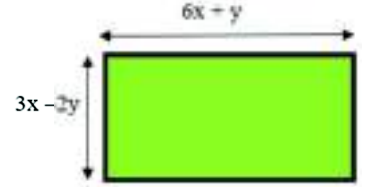
Similarly, 7 is the value of expression $10 - p$ when $p = 3$.



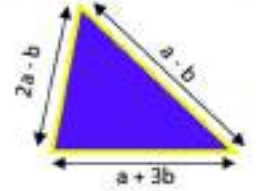
The numerical value of an algebraic expression is the number obtained by replacing the unknown values with the numerical value given and perform the operations.

4. మొదటి సమాసము నుంచి రెండవ సమాసాన్ని తీసివేయుము :
- (i) $2x + y, x - y$ (ii) $a + 2b + c, -a - b - 3c$ (iii) $2l^2 - 3lm + 5m^2, 3l^2 - 4lm + 6m^2$
 (iv) $7 - x - 3x^2, 2x^2 - 5x - 3$ (v) $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3, 2m^3 + 4$

5. పొడవు $6x + y$, వెడల్పు $3x - 2y$ గా గల దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి ?



6. $a + 3b, a - b, 2a - b$ భుజాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.



7. $6x^2 - 8xy - y^2$ మరియు $2xy - 2y^2 - x^2$ ల మొత్తం నుంచి, $x^2 - 5xy + 2y^2$ మరియు $y^2 - 2xy - 3x^2$ ల మొత్తమును తీసివేయండి.
8. $1 + 2p - 3p^2$ కు ఎంత కలిపితే $p^2 - p - 1$ వస్తుంది ?
9. $3a^2 - 4b^2 + 5ab + 20$ నుంచి ఎంత తీసివేస్తే $-a^2 - b^2 + 6ab + 3$ వస్తుంది ?
10. $A = 4x^2 + y^2 - 6xy$; $B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy$; $C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$ అయిన
 (i) $A + B + C$ (ii) $(A - B) - C$ లను కనుగొనుము.

3.5 బీజీయ సమాసము విలువ :

సమాసము యొక్క విలువను కనుగొనవలసిన సందర్భాలు మనము ఎదుర్కొని వుంటాము. సమాసంలో చరరాశి బదులు ఒక విలువను ప్రతిక్షేపించినపుడు వచ్చు విలువను ఆ విలువ వద్ద 'సమాసము యొక్క విలువ' అంటారు. రేఖాగణితము మరియు నిత్యజీవిత గణితములో సమాసము యొక్క విలువను కనుగొనవలసిన అవసరముంటుంది.



ఒక పాఠశాలలో, ఒక వ్యాయామ ఉపాధ్యాయుడు కబడ్డీ ఆట కొరకు 10 మంది విద్యార్థులను ఎంచుకోవాలని అనుకున్నారు. దీనికొరకు అతడు ఎంతమంది బాలికలు మరియు బాలురనైనా ఎంచుకోవచ్చును.

బాలికల సంఖ్య p అయితే, అబ్బాయిల సంఖ్య $10 - p$.

ఒకవేళ 6 మంది బాలికలు పాల్గొనేందుకు ఆసక్తి కనబరిస్తే, అప్పుడు అవసరమైన బాలుర సంఖ్య $10 - 6 = 4$.

ఒకవేళ కేవలం ముగ్గురు బాలికలు మాత్రమే పాల్గొనేందుకు ఆసక్తి కనబరిస్తే, అప్పుడు అవసరమైన బాలుర సంఖ్య $10 - 3 = 7$.

ఇక్కడ బాలికల సంఖ్యకు అనుగుణంగా అబ్బాయిల సంఖ్య మారుతున్నట్లు మనం గమనించాం.

కనుక $p = 6$ అయినప్పుడు $10 - p$ అనే సమాసము యొక్క విలువ 4 అని మనం చెప్పవచ్చు.

అదేవిధంగా $p = 3$ వద్ద $10 - p$ అనే సమాసము యొక్క విలువ 7 అవుతుంది.

ఒక బీజీయ సమాసములోని చరరాశిని ఇచ్చిన విలువతో ప్రతిక్షేపించడము వలన వచ్చు సంఖ్యావిలువ ఆ సమాసము యొక్క విలువ అవుతుంది.

Example 15 : Find the value of the following expressions, when $x = 3$

- (i) $x + 6$ (ii) $8x - 1$ (iii) $14 - 5x$

Solution :

- (i) When $x = 3$, value of $x + 6$ (substituting 3 in the place of x) is $(3) + 6 = 9$
 (ii) When $x = 3$, The value of $8x - 1 = 8(3) - 1 = 24 - 1 = 23$
 (iii) When $x = 3$, the value of $14 - 5x = 14 - 5(3) = 14 - 15 = -1$



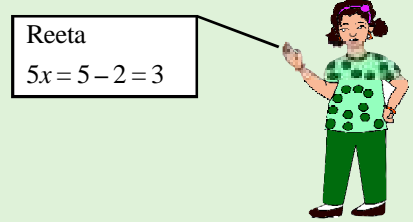
- Write an expression whose value is -15 when $x = -5$
- Write an expression whose value is 15 when $x = 2$



While finding the value of an algebraic expression $5x$ when $x = -2$, two students solved as follows:



Chaitanya
 $5x = 5(-2) = -10$



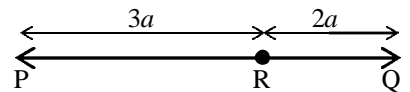
Reeta
 $5x = 5 - 2 = 3$

Can you guess who has done it correctly? Justify!

Exercise - 3.4

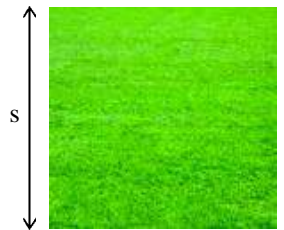
- Find the value of the expression $2x^2 - 4x + 5$ when (i) $x = 1$ (ii) $x = -2$ (iii) $x = 0$.
- Find the value of expressions when $m = 2, n = -1$ (i) $2m + 2n$ (ii) $3m - n$ (iii) $mn - 2$.
- Simplify and find the value of the expression $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ when $x = -2$

4. Find the length of the line segment PQ when $a = 3$ cm.



5. The area of a square field of side s meters, is s^2 sq. m. Find the area of square field, when

- (i) $s = 5$ m (ii) $s = 12$ m (iii) $s = 6.5$ m



6. The area of triangle is given by $\frac{1}{2}bh$ and if $b = 12$ cm, $h = 8$ cm, then find the area of triangle.
7. Simple interest is given by $I = \frac{PTR}{100}$, If $P = ₹ 900, T = 2$ years, and $R = 5\%$, then find the Simple interest.

ఉదాహరణ 15 : $x = 3$ వద్ద ఇచ్చిన సమాసాల విలువను కనుగొనుము.

- (i) $x + 6$ (ii) $8x - 1$ (iii) $14 - 5x$

సాధన :

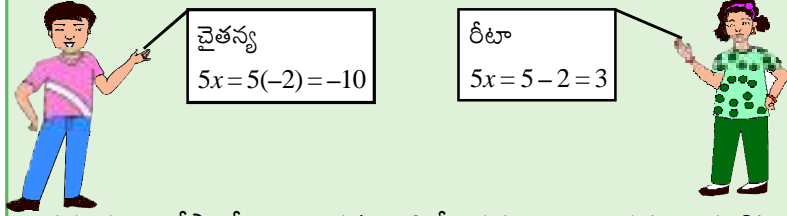
- (i) $x = 3$ వద్ద, $x + 6$ (x కి బదులుగా 3 ని ప్రతిక్షేపించిన) $= (3) + 6 = 9$
(ii) $x = 3$ వద్ద $8x - 1$ యొక్క విలువ $= 8(3) - 1 = 24 - 1 = 23$
(iii) $x = 3$ వద్ద, $14 - 5x$ యొక్క విలువ $= 14 - 5(3) = 14 - 15 = -1$



- $x = -5$ అయినప్పుడు సమాసము విలువ -15 అయ్యేటట్లు ఒక బీజీయ సమాసాన్ని రాయండి.
- $x = 2$ అయినప్పుడు సమాసము విలువ 15 అయ్యేటట్లు ఒక బీజీయ సమాసాన్ని రాయండి.



$x = -2$ అయినప్పుడు $5x$ అనే బీజీయ సమాసము యొక్క విలువను కనుగొనేటప్పుడు ఇద్దరు విద్యార్థులు దిగువ పేర్కొన్నవిధంగా సమాధానం ఇచ్చారు.

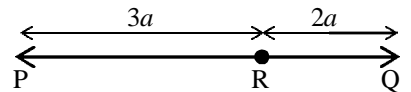


ఎవరు సరిగ్గా చేసారో ఊహించగలరా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి!

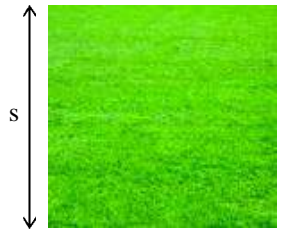
అభ్యాసము-3.4

- (i) $x = 1$ (ii) $x = -2$ (iii) $x = 0$ వద్ద బీజీయసమాసము $2x^2 - 4x + 5$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.
- $m = 2, n = -1$ వద్ద (i) $2m + 2n$ (ii) $3m - n$ (iii) $mn - 2$ బీజీయ సమాసాల విలువను కనుగొనుము.
- $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ ను సూక్ష్మీకరించండి. $x = -2$ అయినప్పుడు దాని విలువను కనుగొనండి.

4. PQ రేఖాఖండము యొక్క పొడవును $a = 3$ సెం.మీ. వద్ద కనుగొనుము.



5. s మీటర్ల భుజము గల చతురస్ర పొలము యొక్క వైశాల్యము s^2 చ.మీ. అయిన
(i) $s = 5$ మీ, (ii) $s = 12$ మీ, (iii) $s = 6.5$ మీ వద్ద చతురస్ర పొలము యొక్క వైశాల్యము కనుగొనండి.



6. ఒక త్రిభుజ వైశాల్యము $\frac{1}{2}bh$ మరియు $b = 12$ సెం.మీ, $h = 8$ సెం.మీ అయిన త్రిభుజ వైశాల్యము కనుగొనండి?
7. బారువడ్డీ $I = \frac{PTR}{100}$, $P = 900$, $T = 2$ సం.లు మరియు $R = 5\%$ అయిన బారువడ్డీని కనుగొనండి.

8. Find the errors and correct them in the following:

The value of following when $a = -3$.

(i) $3 - a = 3 - 3 = 0$

(ii) $a^2 + 3a = (-3)^2 + 3(-3) = 9 + 0 = 9$

(iii) $a^2 - a - 6 = (-3)^2 - (-3) - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$

(iv) $a^2 + 4a + 4 = (-3)^2 + 4(-3) + 4 = 9 + 1 + 4 = 14$

(v) $a^3 - a^2 - 3 = (-3)^3 - (-3)^2 - 3 = -9 + 6 - 3 = -6$



1. Fill in the blanks:

(i) The constant term in the expression $a + b + 1$ is

(ii) The variable in the expression $3x - 8$ is

(iii) The algebraic term in the expression $2d - 5$ is

(iv) The number of terms in the expression $p^2 - 3pq + q$ is

(v) The numerical coefficient of the term $-ab$ is

2. Write below terms are True or False:

(i) $\frac{3x}{9y}$ is a binomial.

(ii) The coefficient of b in $-6abc$ is $-6a$.

(iii) $5pq$ and $-9qp$ are like terms.

(iv) The sum of $a + b$ and $2a + 7$ is $3a + 7b$.

(v) When $x = -2$, then the value of $x + 2$ is 0.

3. Identify like terms among the following: $3a, 6b, 5c, -8a, 7c, 9c, -a, \frac{2}{3}b, \frac{7c}{9}, \frac{a}{2}$

4. Arjun and his friend George went to a stationary shop. Arjun bought 3 pens and 2 pencils where as George bought one pen and 4 pencils. If the price of each pen and pencil is ` x and ` y rupees respectively, then find the total bill amount in x and y ?

5. Find the errors and correct the following:

(i) $7x + 4y = 11xy$ (ii) $8a^2 + 6ac = 14a^3c$ (iii) $6pq^2 - 9pq^2 = 3pq^2$

(iv) $15mn - mn = 15$ (v) $7 - 3a = 4a$

6. Add the expressions (i) $9a + 4, 2 - 3a$ (ii) $2m - 7n, 3n + 8m, m + n$

7. Subtract (i) $-y$ from y (ii) $18pq$ from $25pq$ (iii) $6t + 5$ from $1 - 9t$

8. $a = -3$ వద్ద కింది బీజీయ సమాసాల విలువ ఇవ్వబడింది. వాటిలో దోషాలను కనుగొని సరిచేయండి.

(i) $3 - a = 3 - 3 = 0$

(ii) $a^2 + 3a = (-3)^2 + 3(-3) = 9 + 0 = 9$

(iii) $a^2 - a - 6 = (-3)^2 - (-3) - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$

(iv) $a^2 + 4a + 4 = (-3)^2 + 4(-3) + 4 = 9 + 1 + 4 = 14$

(v) $a^3 - a^2 - 3 = (-3)^3 - (-3)^2 - 3 = -9 + 6 - 3 = -6$



1. ఖాళీలను నింపండి :

(i) $a + b + 1$ సమాసములో స్థిరపదం

(ii) $3x - 8$ సమాసములో చరరాశి

(iii) $2d - 5$ సమాసములో బీజీయపదము

(iv) $p^2 - 3pq + q$ సమాసములో పదాల సంఖ్య

(v) $-ab$ పదం యొక్క సంఖ్యా గుణకం

2. కింద ఇవ్వబడిన వాక్యాలు సత్యమో లేదా అసత్యమో వ్రాయండి.

(i) $\frac{3x}{9y}$ అనేది ఒక ద్విపది.

(ii) $-6abc$ లో b యొక్క గుణకము $-6a$.

(iii) $5pq$ మరియు $-9qp$ లు సజాతిపదాలు.

(iv) $a + b$ మరియు $2a + 7$ యొక్క మొత్తం $3a + 7b$.

(v) $x = -2$ అయిన $x + 2$ యొక్క విలువ 0.

3. కింద ఇవ్వబడిన పదాలలో సజాతిపదాలను గుర్తించండి. $3a, 6b, 5c, -8a, 7c, 9c, -a, \frac{2}{3}b, \frac{7c}{9}, \frac{a}{2}$

4. అర్జున్ అతని స్నేహితుడు జార్జ్ ఒక స్టేషనరీ షాపుకు వెళ్ళారు. అర్జున్ 3 పెన్నులు మరియు 2 పెన్సిళ్లు కొనుగోలు చేశారు. జార్జ్ ఒక పెన్ను మరియు 4 పెన్సిళ్ళు కొనుగోలు చేశాడు. ఒకవేళ ప్రతి పెన్ మరియు పెన్సిల్ ధర వరుసగా x మరియు y రూపాయలు అయితే అప్పుడు బిల్లు మొత్తాన్ని x మరియు y లలో కనుగొనండి.

5. కింద ఇవ్వబడిన వాటిల్లో దోషాలను కనుగొనండి మరియు సరిచేయండి.

(i) $7x + 4y = 11xy$ (ii) $8a^2 + 6ac = 14a^3c$ (iii) $6pq^2 - 9pq^2 = 3pq^2$

(iv) $15mn - mn = 15$ (v) $7 - 3a = 4a$

6. (i) $9a + 4, 2 - 3a$ (ii) $2m - 7n, 3n + 8m, m + n$ సమాసాలను కూడండి.

7. (i) y నుండి $-y$ (ii) $25pq$ నుండి $18pq$ (iii) $1 - 9t$ నుండి $6t + 5$ తీసివేయండి.

8. Simplify the following:
- $t + 2 + t + 3 + t + 6 - t - 6 + t$
 - $(a + b + c) + (2a + 3b - c) - (4a + b - 2c)$
 - $x + (y + 1) + (x + 2) + (y + 3) + (x + 4) + (y + 5)$
9. The perimeter of a triangle is $8x^2 + 7x - 9$ and two of its sides are $x^2 - 3x + 4$, $2x^2 + x - 9$ respectively, then find third side.
10. The perimeter of a rectangle is $2a^3 - 4a^2 - 12a + 10$, if length is $3a^2 - 4$, find its breadth.

 **Points to Remember**

- A variable can take various values and its value cannot be fixed. Example: a, b, x, y, z etc., on the other hand a constant has a fixed value. For example 6, 8, -10. etc., are some constants.
- If every term of an expression is a constant term, then the expression is called a numerical expression.
- If an expression has at least one algebraic term, then the expression is called an algebraic expression.
- The terms having the same algebraic factors are like terms and the terms having different algebraic factors are unlike terms.
- An algebraic expression containing one term is called a monomial. An algebraic expression containing two unlike terms is called a binomial. An algebraic expression containing three unlike terms is called a trinomial.
- An algebraic expression in which the exponent of the variable is a non-negative integer is called polynomial.
- In an expression, if the terms are arranged in a manner such that the exponents of the variables are in descending order then the expression is said to be in standard form.
- If no two terms of an algebraic expression are alike then, it is said to be in simplified form.
- The sum of two or more like terms is the sum of the numerical coefficients of all the like terms.
- The difference between two or more like terms is the difference between the numerical coefficients of the like terms.
- The value of an expression depends on the different values taken by the variable from which the expression is formed.



Coding and decoding :

Coding - Decoding is all about sending some information in a coded form such that only the desired person can decode that information. Now a days coding and decoding plays a vital role in all competitive examinations. We can get various types of questions from coding and decoding as a logic of coding the information or refining it. There are infinite methods of coding and decoding. We can check it in different ways.

8. దిగువ వాటిని సూక్ష్మీకరించండి.

(i) $t + 2 + t + 3 + t + 6 - t - 6 + t$

(ii) $(a + b + c) + (2a + 3b - c) - (4a + b - 2c)$

(iii) $x + (y + 1) + (x + 2) + (y + 3) + (x + 4) + (y + 5)$

9. ఒక త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత $8x^2 + 7x - 9$ మరియు దానియొక్క రెండు భుజాలు వరుసగా $x^2 - 3x + 4$, $2x^2 + x - 9$ అయిన మూడో భుజం కనుగొనండి.

10. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత $2a^3 - 4a^2 - 12a + 10$, దాని పొడవు $3a^2 - 4$ అయితే దానియొక్క వెడల్పును కనుగొనండి.



1. ఒక చరరాశి వివిధ విలువలను తీసుకోగలదని మరియు దాని విలువ స్థిరంగా వుండదని మనం తెలుసుకున్నాం. ఉదాహరణ a, b, x, y, z మొదలైనవి అదేవిధంగా స్థిరరాశులు స్థిర విలువను కలిగిఉంటాయి. ఉదాహరణకు 6, 8, -10 మొదలైనవి కొన్ని స్థిరాంకాలు.
2. ఒక సమాసము యొక్క ప్రతి పదం కూడా ఒక స్థిరపదం అయితే, ఆ సమాసాన్ని సంఖ్యాసమాసము అని అంటారు.
3. ఒక సమాసములో కనీసం ఒక బీజీయ పదం ఉన్నట్లయితే అప్పుడు ఆ సమాసాన్ని బీజీయసమాసము అని అంటారు.
4. ఒకే బీజీయ కారణాంకాలు కలిగిన పదాలను సజాతి పదాలని అంటారు. వేరు వేరు బీజీయ కారణాంకాలు కలిగిన పదాలను విజాతి పదాలని అంటారు.
5. ఒకే ఒక పదాన్ని కలిగిఉన్న బీజీయసమాసాన్ని ఏకపద సమాసము లేదా ఏకపది అని అంటారు. రెండుపదాలు ఉండే బీజీయ సమాసాన్ని ద్విపది అని అంటారు. మూడు పదాలు ఉండే బీజీయ సమాసాన్ని త్రిపది అని అంటారు.
6. ఒక బీజీయ సమాసములో చరరాశి యొక్క ఘాతాంకము, ఋణేతర పూర్ణసంఖ్య అయినప్పుడు దానిని బహుపది అంటారు.
7. ఒక సమాసములో, పదాల లోని చరరాశుల ఘాతాలు అవరోహణ క్రమంలో ఉండేవిధంగా పదాలను అమర్చినట్లయితే, ఆ సమాసము ప్రామాణిక రూపంలో ఉంటుందని చెప్పబడుతుంది.
8. ఒక బీజీయ సమాసములో ఏ రెండు పదాలు సజాతిపదాలు కానప్పుడు, అది సూక్ష్మరూపంలో ఉంది అని అంటాము.
9. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సమాసాల మొత్తం, అందులోని అన్ని పదాల యొక్క సంఖ్యాగుణకాల యొక్క మొత్తమునకు సమాసము.
10. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సమాసాల భేదం, అందులోని అన్ని పదాల సంఖ్యా గుణకాల భేదానికి సమాసము.
11. సమాసము యొక్క విలువ, అందులోఉన్న చరరాశులకు తీసుకోబడ్డ విభిన్న విలువలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.



కోడింగ్ మరియు డీకోడింగ్

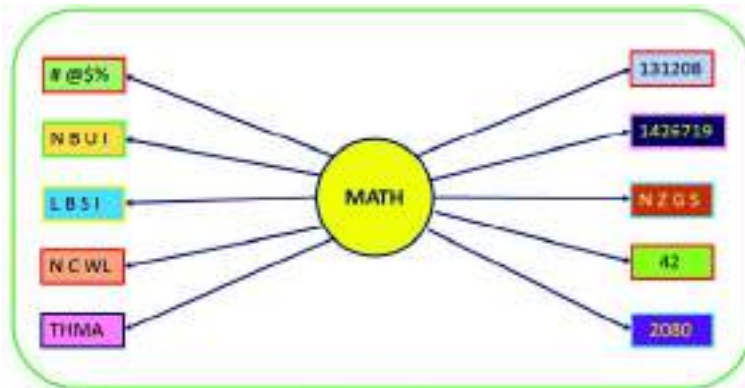
కోడింగ్ - డీకోడింగ్ అనేది కోడింగ్ రూపంలో కొంత సమాచారాన్ని పంపడానికి సంబంధించినది. తద్వారా అవసరమైన వ్యక్తి మాత్రమే ఆ సమాచారాన్ని డీకోడ్ చేయగలడు. ప్రస్తుతం అన్ని పోటీ పరీక్షల్లో కోడింగ్, డీకోడింగ్ కీలకపాత్ర పోషిస్తున్నాయి. సమాచారాన్ని కోడింగ్ లేదా విభిన్నమైన లాజిక్ తో వుంచడం ద్వారా కోడింగ్ మరియు డీకోడింగ్ నుంచి మనం వివిధ రకాల ప్రశ్నలను పొందవచ్చు. కోడింగ్ మరియు డీకోడింగ్ కు చాలా పద్ధతులున్నాయి. మనం దానిని విభిన్న మార్గాల్లో సరిచూడవచ్చును.

Let us discuss some methods like symbolic logic, shifting of letters in different patterns, position of letters in alphabetical order.

First we have to prepare one table by assigning numbers to letters in Alphabetical order in both forward and reverse direction. This will help us in decoding of some problems.

Alphabetical number table:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1



Let us see some examples on coding and decoding from the below table:

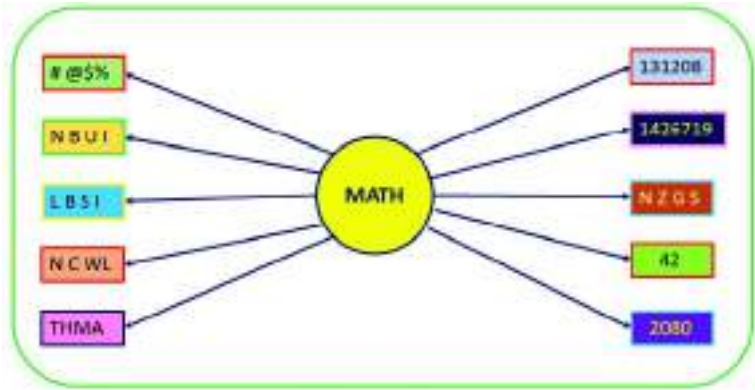
Sl.No.	Method	Example	Explanation
1	Symbolic Logic	In a certain code MATH is written as #@\$% , and PAT is written as &@\$, then how will be PATH is written in that code?	By comparing each letter with symbol, by writing one below the other, MATH, PAT ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ # @ \$ % & @ \$ from this, PATH = & @ \$%
2	Shifting of letters Forward direction (+1)	MATH : NBUI , then ROCK : ?	In this method, each letter in a word is shifted to 1 position forward in alphabetical order. M A T H +1 +1 +1 +1 N B U I then, ROCK = SPDL
3	Shifting of letters Forward and Backward direction (-1,+1,-1,+1)	MATH : LBSI , then WIND : ?	In this method, each letter in a word is shifted to 1 position backward in alphabetical order. M A T H -1 +1 -1 +1 then, L B S I W I N D = V J M E

గుర్తుల లాజిక్, విభిన్న అమరికల్లో ఆంగ్ల అక్షరాలను మార్చడం, అక్షరాల యొక్క స్థానాల క్రమము, అక్షరాల యొక్క స్థానాలకు కేటాయించిన సంఖ్యా విలువలు వంటి కొన్ని విధానాలను మనం చర్చిద్దాం.

ముందు మరియు వ్యతిరేక దిశల్లో అక్షరక్రమంలో అక్షరాలకు సంఖ్యలను కేటాయించడం ద్వారా మనం ఒక పట్టికని తయారుచేయాలి. ఇది కొన్ని సమస్యలను డీకోడింగ్ చేయడానికి సహాయపడుతుంది.

ఆంగ్ల అక్షర సంఖ్యాపట్టిక

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1



కోడింగ్ మరియు డీకోడింగ్కు సంబంధించిన కొన్ని ఉదాహరణలను దిగువ టేబుల్ నుంచి మనం నేర్చుకుందాము.

వ.సం.	పద్ధతి	ఉదాహరణ	వివరణ
1	సంజ్ఞా పద్ధతి	ఒక నిర్దిష్ట కోడ్లో MATH ని #@\$% అని, PAT ని &@\$ అని రాసిన, PATH అనేది ఆ కోడ్లో ఏవిధంగా రాయబడుతుంది?	ప్రతి అక్షరం క్రింద దానికి కేటాయించిన గుర్తును రాసి పోల్చడం ద్వారా MATH, PAT ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ # @ S % & @ \$ అని తెలుస్తుంది. కనుక PATH = &@\$%
2	అక్షరాలను మార్చడం (ముందుకు) (+1)	MATH : NBUI , అయిన ROCK : ?	ఈ విధానంలో, పదంలోని ప్రతి అక్షరం కూడా ఆంగ్ల అక్షర క్రమంలో 1 స్థానము ముందుకు మార్చబడుతుంది. M A T H +1 +1 +1 +1 N B U I కనుక, ROCK = SPDL
3	అక్షరాల క్రమాన్ని మార్చడం ముందుకు మరియు వెనక్కి ఉండే దిశ (-1,+1,- 1, +1)	MATH : LBSI , అయిన WIND : ?	ఈ విధానంలో, పదంలోని ప్రతి అక్షరం కూడా ఆంగ్ల అక్షర క్రమంలో 1 స్థానం వెనక్కి మార్చబడుతుంది. M A T H కనుక -1 +1 -1 +1 L B S I WIND = VJME

Sl.No.	Method	Example	Explanation
4	Shifting of letters Increasing pattern (+1,+2,+3,+4)	MATH : NCWL, then FAIR : ?	In this method, each letter in a word is shifted to 1,2,3,4 places in alphabetical order. The logic behind this is '+1' M A T H +1 +2 +3 +4 N C W L then, FAIR = G C L V
5	Shifting of letters (in different places)	MATH : THMA, then BOOK : ?	First write numbers below the given word, then observe the pattern. Follow the same to decode the given word. MATH = THMA 1 2 3 4 3 4 1 2 so, BOOK = OKBO 1 2 3 4 3 4 1 2
6	Position of letters: (as per alphabetical order)	MATH : 131208, then NOTE : ?	In the above alphabetic number table, the numbers of corresponding letters are taken in forward, (M = 13, A = 1, T = 20, H = 8) so NOTE = 1415205
7	Position of letters: (in reverse)	MATH : 1426719, then LIFE : ?	The numbers corresponding letters taken in reverse position (M = 14, A = 26, T = 7, H = 19) So, LIFE = 15182122
8	Position of letters: (same position but in reverse direction)	MATH : NZGS, then SONG : ?	Taking the letters from same positions, but in reverse direction M A T H 13 1 20 8 the letters in 13, 1, 20, 8 positions are NZGS. so, SONG = H L M T
9	Sum of positions (in forward direction)	MATH : 42, then BEAT : ?	Taking sum of positions of letters in forward direction, 13 + 1 + 20 + 8 = 42 So BEAT = 2 + 5 + 1 + 20 = 28
10	Product of positions	MATH : 2080, then LINE : ?	Taking product of positions of letters in forward direction MATH = (13)(1)(20)(8) = 2080, So, LINE = (12)(9)(14)(5) = 7560

వ.సం.	పద్ధతి	ఉదాహరణ	వివరణ
4	అక్షరాల క్రమంను మార్చడం ఆరోహణ అమరిక (+1, +2, +3, +4)	MATH : NCWL, అయిన FAIR : ?	ఈ విధానంలో, ఒక పదంలోని ప్రతి అక్షరం అక్షర క్రమంలో 1, 2, 3, 4 స్థానాలకు మార్చబడుతుంది. M A T H +1 +2 +3 +4 N C W L కనుక, FAIR = G C L V
5	అక్షరాల క్రమంను మార్చడం (వివిధ స్థానాలలో)	MATH : THMA, అయిన BOOK : ?	మొదట ఇవ్వబడ్డ పదం కింద అంకెలను రాయండి. అందులోని అమరికను గమనించండి. MATH = THMA 1 2 3 4 3 4 1 2 కావున BOOK = O K B O 1 2 3 4 3 4 1 2
6	అక్షరాల స్థానం (అక్షర క్రమం ప్రకారం)	MATH : 131208, అయిన NOTE : ?	పైన పేర్కొన్న అక్షర సంఖ్య పట్టికలో, సంబంధిత అక్షరాల యొక్క సంఖ్యలు ముందు క్రమంలో తీసుకోబడతాయి. (M = 13, A = 1, T = 20, H = 8) కావున, NOTE = 1415205
7	అక్షరాల స్థానం (వ్యతిరేక దిశలో)	MATH : 1426719, అయిన LIFE : ?	అంకెలు సంబంధిత అక్షరాలు రివర్స్ పొజిషన్లో తీసుకోబడ్డవి (M = 14, A = 26, T = 7, H = 19) కావున, LIFE = 15182122
8	అక్షరాల యొక్క స్థానం (ఒకే పొజిషన్ అయితే వ్యతిరేక దిశలో)	MATH : NZGS, అయిన SONG : ?	ఒకే పొజిషన్ల నుంచి అక్షరాలను తీసుకోవడం, అయితే వ్యతిరేక దిశలో M A T H 13 1 20 8 కావున 13, 1, 20, 8 స్థానాల్లోని అక్షరాలు N Z G S . కాబట్టి SONG = H L M T
9	అక్షరాల యొక్క స్థానాల మొత్తం (ఫార్వర్డ్ డైరెక్షన్లో)	MATH : 42, అయిన BEAT : ?	ఫార్వర్డ్ డైరెక్షన్లో అక్షరాల యొక్క పొజిషన్ల మొత్తాన్ని తీసుకోవడం 13 + 1 + 20 + 8 = 42 కావున BEAT = 2 + 5 + 1 + 20 = 28
10	అక్షరాల యొక్క స్థానాల లబ్ధం	MATH : 2080, అయిన LINE : ?	ఫార్వర్డ్ డైరెక్షన్లో అక్షరాల యొక్క స్థానాల యొక్క లబ్ధాన్ని తీసుకోవడం MATH = (13)(1)(20)(8) = 2080, కావున LINE = (12)(9)(14)(5) = 7560

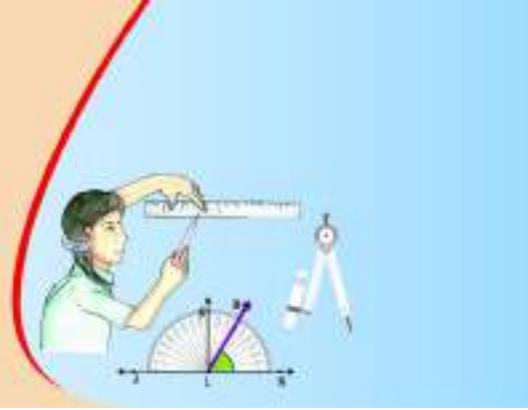
Practice questions :

- 1) In a certain code BOARD: CNBQE, how ANGLE will be written in that code? ()
a) BMHKF b) CNIJE c) BLGIF d) CMIKF
- 2) In a certain code, MOBILE : 56, how PHONE will be written in that code? ()
a) 52 b) 54 c) 56 d) 58
- 3) If BEAN: ABNE, then NEWS ? ()
a) WSNE b) WSEN c) WNSE d) WNES
- 4) If ROSE : 6821, CHAIR : 73456, PREACH: 961473, then SEARCH ? ()
a) 241673 b) 214673 c) 216473 d) 216743
- 5) If COMPUTER: RFUVQNPC, then MEDICINE ? ()
a) EDJOJMEF b) EOJDJEFM c) EOJDFEM d) EDJJOFME
- 6) If LAKE = 7@\$5, WALK = %@7\$, then WAKE = ? ()
a) @%75 b) %@\$5 c) %5@7 d) %@57
- 7) If MANY = OCPA, then LOOK = ? ()
a) NQQM b) MQQN c) QMQN d) QNQM
- 8) If SOME = PLJB, then BODY = ? ()
a) LABY b) YBAL c) YLAV d) ABLV
- 9) If ARC = CVI, then RAY = ? ()
a) TEU b) TEE c) TED d) TEF
- 10) If MEAN = KGYP, then MODE = ? ()
a) QBGK b) KBQG c) KGBQ d) KQBG
- 11) If FIND = DNIF, then DONE = ? ()
a) ENOD b) ENDO c) NEOD d) ONED
- 12) If BASE = SBEA, then AREA = ? ()
a) AARE b) EAAR c) EARA d) REAA
- 13) If LESS = 55, then MORE = ? ()
a) 54 b) 50 c) 51 d) 52
- 14) If BACK = 17, then CELL = ? ()
a) 33 b) 30 c) 31 d) 32
- 15) If BIG = 63, then SMALL = ? ()
a) 76 b) 78 c) 74 d) 72
- 16) If BANK = YZMP, then MANY = ? ()
a) NZBM b) ZNBM c) NZMB d) ZNMB
- 17) If FACTOR = UZXGLI, then SCHOOL = ? ()
a) HLSLSO b) HLLOSX c) HSXLLO d) HXSLLLO
- 18) If NONE = 12, then MAP = ? ()
a) 10 b) 15 c) 30 d) 36
- 19) If SIDE = HRWV, then ROAD = ? ()
a) IWLZ b) IZLW c) ILZW d) ZILW
- 20) If SQUARE = 81, then RHOMBUS = ? ()
a) 92 b) 93 c) 94 d) 95

సాధనా ప్రశ్నలు :

- 1) ఒక నిర్దిష్ట కోడ్లో BOARD: CNBQE, అయిన అదే కోడ్లో ANGLE అనునది ()
a) BMHKF b) CNIJE c) BLGIF d) CMIKF
- 2) ఒక నిర్దిష్ట కోడ్లో MOBILE : 56, అయిన PHONE అనునది ()
a) 52 b) 54 c) 56 d) 58
- 3) BEAN: ABNE అయిన NEWS = ()
a) WSNE b) WSEN c) WNSE d) WNES
- 4) ROSE : 6821, CHAIR : 73456, PREACH: 961473 అయిన SEARCH = ()
a) 241673 b) 214673 c) 216473 d) 216743
- 5) COMPUTER: RFUVQNPC అయిన MEDICINE = ()
a) EDJOJMEF b) EOJDJEFM c) EOJJDJFEM d) EDJJOFME
- 6) LAKE = 7@\$5, WALK = %@7\$ అయిన WAKE = ? ()
a) @%75 b) %@\$5 c) %5@7 d) %@57
- 7) MANY = OCPA అయిన LOOK = ? ()
a) NQQM b) MQQN c) QMQN d) QNQM
- 8) SOME = PLJB అయిన BODY = ? ()
a) LABY b) YBAL c) YLAV d) ABLY
- 9) ARC = CVI అయిన RAY = ? ()
a) TEU b) TEE c) TED d) TEF
- 10) MEAN = KGYF అయిన MODE = ? ()
a) QBGK b) KBQG c) KGBQ d) KQBG
- 11) FIND = DNIF అయిన DONE = ? ()
a) ENOD b) ENDO c) NEOD d) ONED
- 12) BASE = SBEA అయిన AREA = ? ()
a) AARE b) EAAR c) EARA d) REAA
- 13) LESS = 55 అయిన MORE = ? ()
a) 54 b) 50 c) 51 d) 52
- 14) BACK = 17 అయిన CELL = ? ()
a) 33 b) 30 c) 31 d) 32
- 15) BIG = 63 అయిన SMALL = ? ()
a) 76 b) 78 c) 74 d) 72
- 16) BANK = YZMP అయిన MANY = ? ()
a) NZBM b) ZNBM c) NZMB d) ZNMB
- 17) FACTOR = UZXGLI అయిన SCHOOL = ? ()
a) HLSLSO b) HLLOSX c) HSXLLO d) HXSLLO
- 18) NONE = 12 అయిన MAP = ? ()
a) 10 b) 15 c) 30 d) 36
- 19) SIDE = HRWV అయిన ROAD = ? ()
a) IWLZ b) IZLW c) ILZW d) ZILW
- 20) SQUARE = 81 అయిన RHOMBUS = ? ()
a) 92 b) 93 c) 94 d) 95

CONSTRUCTION OF TRIANGLES



Learning Outcomes

The learner is able to :

- construct triangles with given measurements by using geometrical instruments.
- draw different types of triangles based on their properties.
- determine whether triangle can be constructed or not with the given measurements.

Content Items

- 4.0 Introduction
- 4.1 Construction of triangles with given three sides
- 4.2 Construction of triangles with given two sides and one angle
- 4.3 Construction of triangle with two given angles and one side



4.0 Introduction

Let us recall, what we have learnt in the previous chapters

- The sum of three angles of a triangle is 180° ,
- The sum of two sides of a triangle is greater than the third side of the triangle,
- The difference between the two sides is less than the third side,
- The exterior angle of a triangle is equal in measure to the sum of opposite interior angles.
- Construction of the line segment and angles.

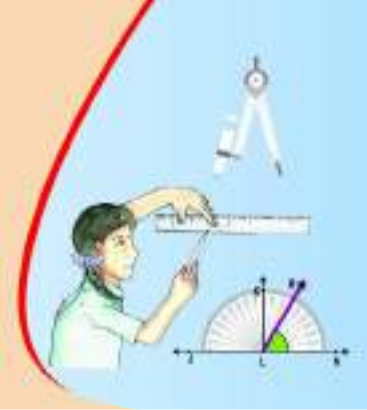
Look at the beside picture and answer the following questions :

1. Name some things from your daily life that look like triangles.
2. What are the types of triangles can see in the picture?
3. Do you think all triangles show are similar with their properties? What are they?

Now, we will learn about constructions of triangles in this chapter. Let us recall the previous concepts which we already learnt in previous class.



త్రిభుజాల నిర్మాణం



అభ్యసన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు:

- ఇచ్చిన కొలతలో జ్యామితీయ పరికరాలను ఉపయోగించి త్రిభుజాలను గీయగలరు.
- వివిధ రకాల త్రిభుజాలను వాటి ధర్మాల ఆధారంగా గీయగలరు.
- ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజాలను గీయగలరో లేదో నిర్ధారిస్తారు.

విషయసూచిక

- 4.0 పరిచయం
- 4.1 మూడు భుజముల కొలతలు ఇచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.
- 4.2 ఏవైనా రెండు భుజముల కొలతలు మరియు వాటి మధ్య కోణం ఇచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.
- 4.3 ఏవైనా రెండు కోణముల కొలతలు, ఒక భుజం ఇచ్చిన త్రిభుజం నిర్మించుట.

4.0 పరిచయం :

గత అధ్యాయంలో నీవు ఏమి నేర్చుకున్నావో ఒకసారి జ్ఞప్తికి తెచ్చుకుందాము.

- త్రిభుజంలో మూడు కోణముల మొత్తం 180° .
- ఒక త్రిభుజంలో ఏవైనా రెండు భుజముల మొత్తం మూడవ భుజంకన్నా ఎక్కువ.
- ఒక త్రిభుజంలో ఏవైనా రెండు భుజముల భేదం మూడవ భుజంకన్నా తక్కువ.
- ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజంను పొడిగించగా ఏర్పడు బాహ్యకోణం దాని అంతరాభిముఖ కోణముల మొత్తమునకు సమానం.
- రేఖాఖండము మరియు కోణములు నిర్మించుట.

ఈ ప్రక్క చిత్రమును చూసి, ప్రశ్నలకు సమధానం ఇవ్వండి :

- మీ నిత్యజీవితంలో త్రిభుజాకారంలో ఉన్న కొన్ని వస్తువుల పేర్లు తెలపండి.
- చిత్రంలో కనపడు త్రిభుజాల రకాలు ఏవి?
- అన్ని త్రిభుజాలు వాటి ధర్మాల ననుసరించి ఒకేరకంగా కనిపిస్తున్నాయని అనుకుంటున్నారా? అవి ఏవి?

ఇప్పుడు మనం ఈ అధ్యాయంలో త్రిభుజాల నిర్మాణం గురించి నేర్చుకుందాం. మీరు ముందు తరగతిలో నేర్చుకున్న అంశాలను జ్ఞప్తికి తెచ్చుకుందాం.





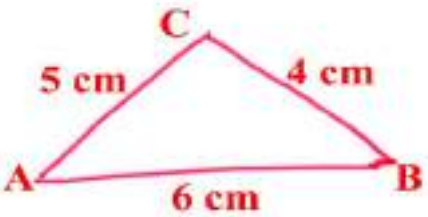
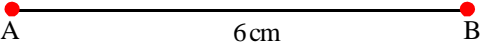

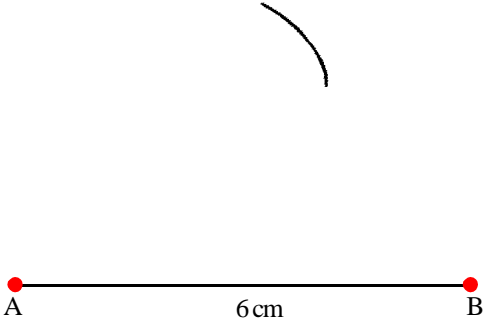
1. Draw the angles 70° and 110° by using protractor.
2. Construct the angles 60° and 120° by using ruler and compass.
3. Draw a line segment $PQ = 4.5$ cm and construct its perpendicular bisector by using ruler and compass.
4. Construct $\angle DEF = 60^\circ$ and its angular bisector by using ruler and compass.
5. Construct an angle 90° without using protractor.

4.1 Construction of a triangle with given three sides (SSS):

To construct a triangle with given measurements, we should first draw a rough sketch and indicate the given measures. This will help us to understand the sequential steps has to be followed in the construction of a triangle.

Example-1 : Construct $\triangle ABC$ with sides $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm, and $AC = 5$ cm.

Solution :

<p>Step-1 : Draw a rough sketch of the triangle and label it with the given measurements.</p>	 <p>Rough figure</p>
<p>Step-2 : Draw a line segment with $AB = 6$ cm.</p>	
<p>Step-3 : Draw an arc with centre A and radius 5 cm.</p> 	



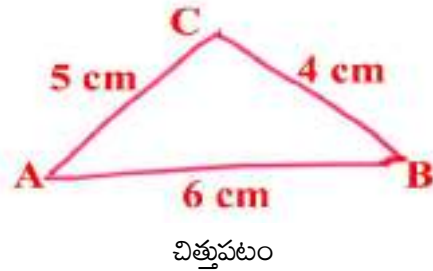
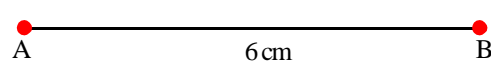

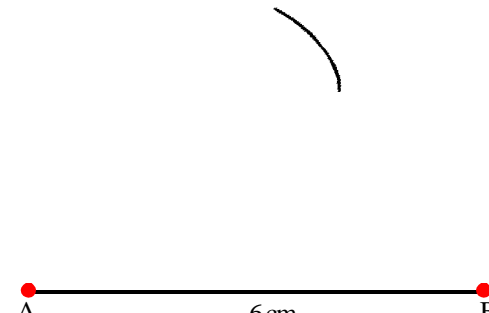
1. 70° , 110° కోణాలను కోణమానిని ఉపయోగించి గీయండి.
2. స్కేలు, వృత్తలేఖనిలను ఉపయోగించి 60° మరియు 120° కోణాలను నిర్మించండి.
3. స్కేలు, వృత్తలేఖనిలను ఉపయోగించి $PQ = 4.5$ సెం.మీ రేఖాఖండం గీచి, దానికి లంబసమద్విఖండన రేఖను గీయండి.
4. స్కేలు, వృత్తలేఖనిలను ఉపయోగించి $\angle DEF = 60^\circ$ లను గీచి, దానికి కోణసమద్విఖండన రేఖను గీయండి.
5. కోణమానిని ఉపయోగించకుండా 90° కోణంను గీయండి.

4.1 మూడు భుజముల కొలతలు ఇచ్చిన త్రిభుజమును నిర్మించుట :

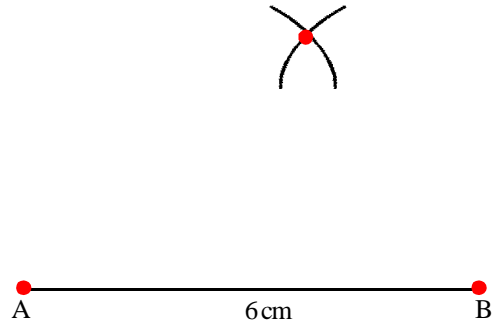
ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజమును నిర్మించుటకు, మొదట చిత్తుపటం వేసుకొని ఇచ్చిన కొలతలను దానిలో గుర్తించాలి. ఇది మనకు క్రమపద్ధతిలో త్రిభుజాన్ని గీయుటకు, అర్థం చేసుకొనుటకు ఉపయోగపడును.

ఉదాహరణ-1 : $AB = 6$ సెం.మీ, $BC = 4$ సెం.మీ మరియు $AC = 5$ సెం.మీ భుజాలుగా గల $\triangle ABC$ లను గీయండి.

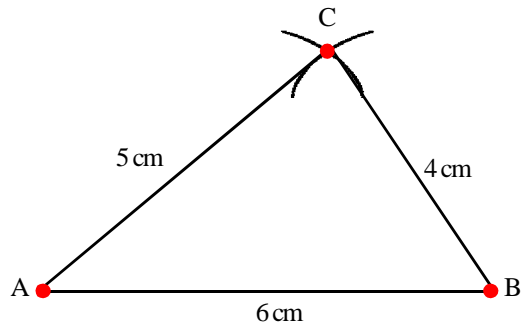
సాధన :

<p>సోపానం-1 : ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజం చిత్తుపటం గీచి కొలతలను గుర్తించి పేర్లు రాయండి.</p>	
<p>సోపానం-2 : $AB = 6$ సెం.మీ తో ఒక రేఖాఖండం గీయండి.</p>	
<p>సోపానం-3 : A కేంద్రంగా 5 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో ఒక చాపరేఖను గీయండి.</p> 	

Step-4 : Draw another arc with centre B and radius 4 cm to intersect the previous arc at C.



Step-5 : Join AC and BC.
Then, we get the required ΔABC .



1. Construct an equilateral triangle ΔXYZ with $XY = 4$ cm.
2. Construct an isosceles triangle ΔPQR with $PQ = PR = 3$ cm, $QR = 5$.



Can you construct ΔABC with $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm and $CA = 10$ cm? Why? Justify your answer.

Exercise - 4.1


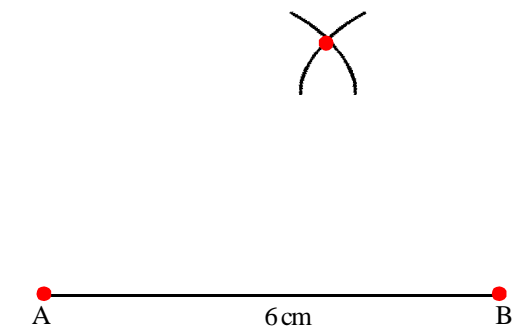

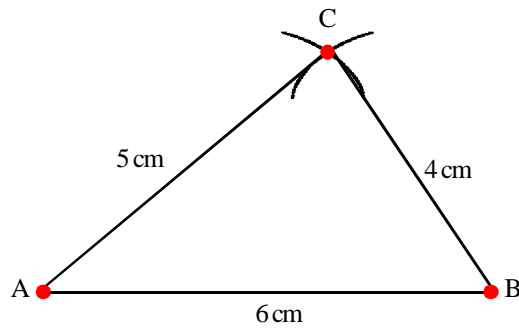
1. Construct ΔABC with measurements such that $AB = 3.5$ cm, $BC = 4$ cm and $AC = 4.5$ cm.
2. Construct an equilateral triangle PQR with side $PQ = 5.5$ cm
3. Construct ΔXYZ with measurements $XY = 3.5$ cm, $YZ = 5$ cm and $ZX = 3.5$ cm.
Which type of triangle is this?
4. Construct a triangle with measurements of 5 cm, 3cm and 4.5 cm

4.2 Construction of a triangle with given two sides and an angle:

Let us construct a triangle with given two sides and one angle in the following situations.

4.2.1 Construction of a triangle with given two sides and included angle (SAS):

Example-2 : Construct ΔEFD with the measurements $\angle F = 70^\circ$, $EF = 4$ cm and $FD = 5$ cm.

<p>సోపానం-4 : B కేంద్రంగా 4 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో పై చాపంను ఖండిస్తూ మరియు క చాపంను గీచి, ఖండన బిందువును 'C' గా గుర్తించండి.</p> 	
<p>సోపానం-5 : AC, BC లను కలిపిన మనకు కావలసిన ΔABC ఏర్పడినది.</p> 	



1. $XY = 4$ సెం.మీ ఉండునట్లు సమబాహు త్రిభుజం ΔXYZ ను నిర్మించండి.
2. $PQ = PR = 3$ సెం.మీ, $QR = 5$ సెం.మీ కొలతలతో సమద్విబాహు త్రిభుజం ΔPQR ను నిర్మించండి.



$AB = 4$ సెం.మీ, $BC = 5$ సెం.మీ మరియు $CA = 10$ సెం.మీ కొలతలతో ΔABC ను నిర్మించగలమా?

అభ్యాసం-4.1



1. $AB = 3.5$ సెం.మీ, $BC = 4$ సెం.మీ మరియు $AC = 4.5$ సెం.మీ కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించండి.
2. $PQ = 5.5$ సెం.మీ భుజం గల సమబాహు త్రిభుజం PQR ను నిర్మించండి.
3. $XY = 3.5$ సెం.మీ, $YZ = 5$ సెం.మీ మరియు $ZX = 3.5$ సెం.మీ కొలతలతో ΔXYZ ను నిర్మించండి. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజం?
4. 5 సెం.మీ, 3 సెం.మీ మరియు 4.5 సెం.మీ కొలతలతో త్రిభుజంను నిర్మించండి.

4.2 రెండు భుజములు మరియు కోణం ఇచ్చిన, త్రిభుజం నిర్మించుట :

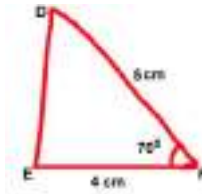
రెండు భుజాలు, ఒక కోణం ఇచ్చిన క్రింది సందర్భాలలో త్రిభుజమును నిర్మించుట.

4.2.1: రెండు భుజాలు వాటి మధ్య కోణం ఇచ్చిన త్రిభుజం నిర్మించడం (SAS)

ఉదాహరణ-2 : $\angle F = 70^\circ$, $EF = 4$ సెం.మీ మరియు $FD = 5$ సెం.మీ కొలతలతో ΔEFD ను నిర్మించండి.

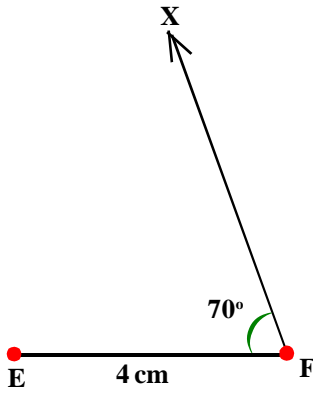
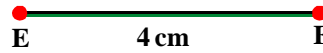
Solution :

Step-1 : Draw a rough sketch of the triangle and label it with the given measurements.



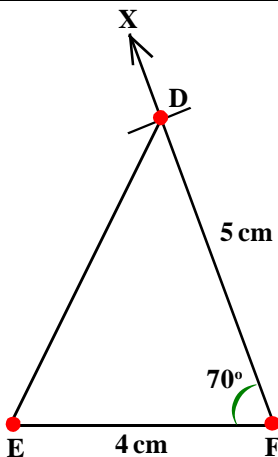
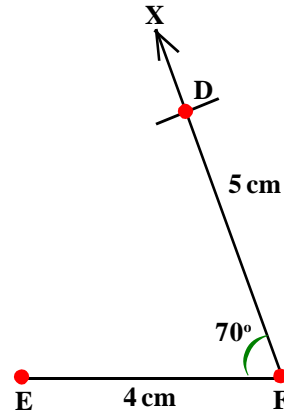
Rough figure

Step-2 : Draw a line segment with $EF = 4$ cm.



Step-3 : Draw a ray FX such that $\angle EFX = 70^\circ$

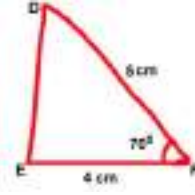
Step-4 : Draw an arc with centre F and radius 5 cm, to intersect FX at point D .



Step-5 : By joining E and D we get the required triangle DEF .

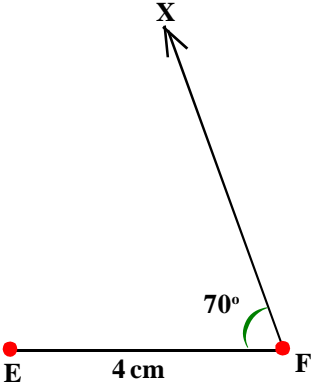
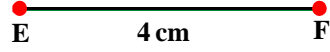
సాధన :

సోపానం-1 : ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజం చిత్తుపటం గీసి కొలతలను గుర్తించి పేర్లు రాయండి.



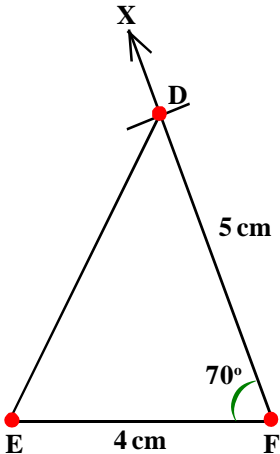
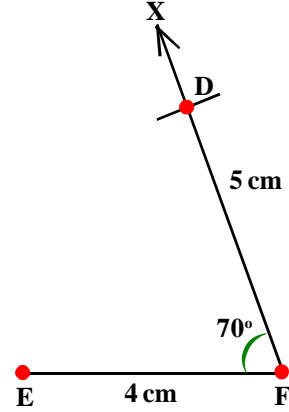
చిత్తుపటం

సోపానం-2 : $EF = 4$ సెం.మీ తో ఒక రేఖాఖండం గీయండి.



సోపానం-3 : $\angle EFX = 70^\circ$ అయ్యేటట్లు FX అనే కిరణాన్ని గీయండి.

సోపానం-4 : F కేంద్రంగా 5 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో FX ను D వద్ద ఖండించినట్లు ఒక చాపమును గీయండి



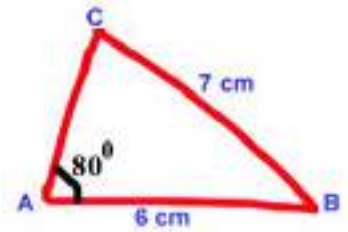
సోపానం-5 : E, D లను కలిపిన మనకు కావలసిన $\triangle DEF$ ఏర్పడినది.

4.2.2 : Construction of a triangle with given two sides and non-included angle:

Example-3 : Construct $\triangle ABC$ with $AB = 6$ cm, $BC = 7$ cm, $\angle BAC = 80^\circ$

Solution :

Step-1 : Draw a rough sketch of $\triangle ABC$ and label it with the given measurements.



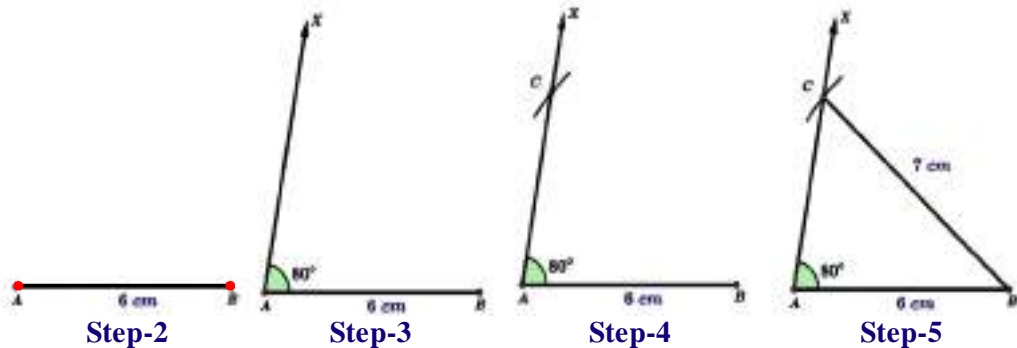
Step-1 Rough figure

Step-2 : Draw a line segment AB of length 6 cm.

Step-3 : Draw a ray AX such that $\angle BAX = 80^\circ$

Step-4 : Draw an arc with center B and radius 7 cm to intersect the ray AX at C .

Step-5 : Join B and C to get the required $\triangle ABC$.



4.2.3 : Construction of a right angled triangle with given hypotenuse and a side (RHS):

Example-4 : Construct a right angled triangle $\triangle XYZ$, $XY = 4$ cm, $XZ = 6.5$ cm and $\angle Y = 90^\circ$

Solution :

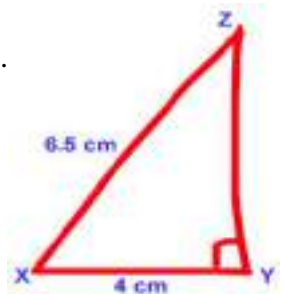
Step-1 : Draw a rough sketch of $\triangle XYZ$ and label it with given measurements.

Step-2 : Draw a line segment with $XY = 4$ cm.

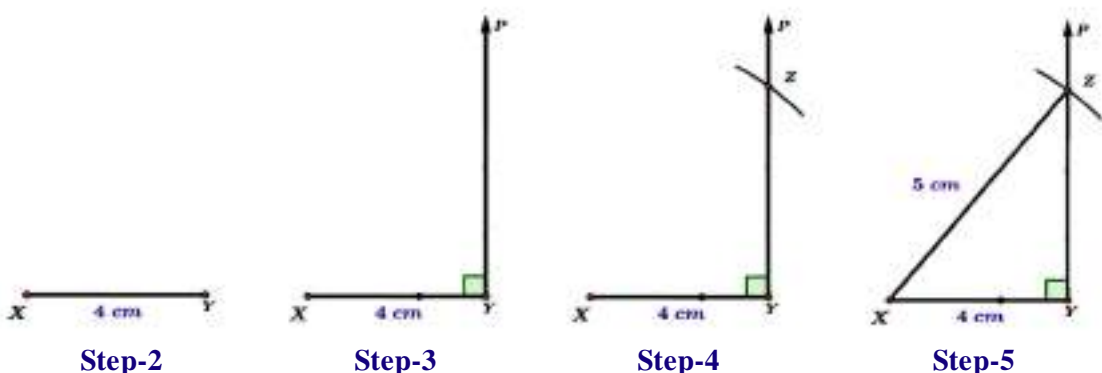
Step-3 : Draw a ray YP such that $\angle XYP = 90^\circ$.

Step-4 : Draw an arc with center X and radius 6.5 cm to intersect the Ray YP at Z .

Step-5 : Join X and Z to get the required $\triangle XYZ$.



Step-1 : Rough figure



4.2.2 : రెండు భుజాలు వాటి మధ్యలో లేని కోణం ఇచ్చిన త్రిభుజం నిర్మించుట

ఉదాహరణ-3 : $AB = 6$ సెం.మీ, $BC = 7$ సెం.మీ, $\angle BAC = 80^\circ$ కొలతలతో $\triangle ABC$ ని నిర్మించండి.

సాధన :

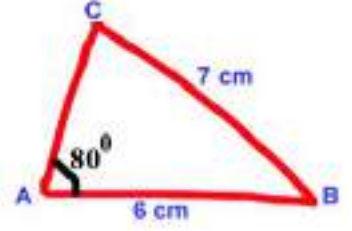
సోపానం-1 : $\triangle ABC$ చిత్తుపటమును గీచి కొలతలు గుర్తించి పేర్లు రాయండి.

సోపానం-2 : $AB = 6$ సెం.మీ ఉండునట్లు రేఖాఖండం గీయండి.

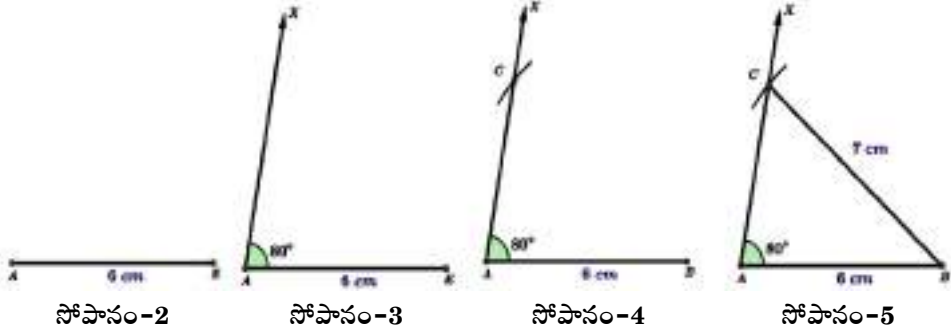
సోపానం-3 : $\angle BAX = 80^\circ$ ఉండునట్లు ఒక కిరణం AX ను గీయండి.

సోపానం-4 : B కేంద్రంగా 7 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో AX కిరణమును C వద్ద ఖండించినట్లు చాపరేఖ గీయండి.

సోపానం-5 : B, C లను కలిపిన మనకు కావలసిన $\triangle ABC$ ఏర్పడినది.



సోపానం-1 : చిత్తుపటం



4.2.3 : కర్ణం ఒక భుజం ఇచ్చినప్పుడు లంబకోణ త్రిభుజం నిర్మించుట (లంబకోణము, కర్ణము, భుజము) :

ఉదాహరణ-4 : $XY = 4$ సెం.మీ, $XZ = 6.5$ సెం.మీ మరియు $\angle Y = 90^\circ$ ల కొలతలతో లంబకోణ త్రిభుజం $\triangle XYZ$ గీయండి.

సాధన :

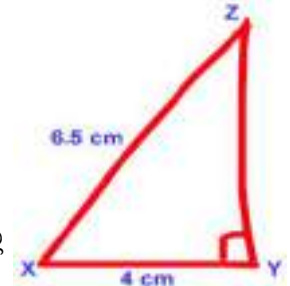
సోపానం-1 : $\triangle XYZ$ చిత్తుపటం గీసి, కొలతలను గుర్తించి పేర్లు రాయండి.

సోపానం-2 : $XY = 4$ సెం.మీ ఉండేటట్లు ఒక రేఖాఖండమును గీయండి.

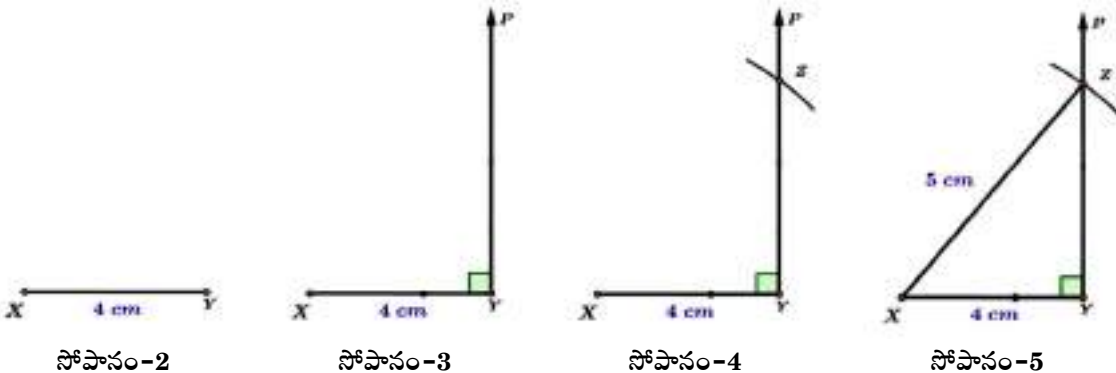
సోపానం-3 : $\angle XYP = 90^\circ$ ఉండేటట్లు YP కిరణమును గీయండి.

సోపానం-4 : X కేంద్రంగా 6.5 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో YP కిరణాన్ని Z వద్ద ఖండించునట్లు ఒక చాపరేఖను గీయండి.

సోపానం-5 : X, Z లను కలిపిన మనకు కావల్సిన త్రిభుజం $\triangle XYZ$ ఏర్పడినది.



సోపానం-1 : చిత్తుపటం





Construct $\triangle MAT$ with measurements $MA = 5.5$ cm, $MT = 4$ cm and $\angle M = 70^\circ$.



Construct the triangle with the measurements of $AB = 7$ cm, $\angle B = 60^\circ$ and $\angle C = 70^\circ$.

Exercise-4.2

1. Construct $\triangle ABC$ in with measurements $AB = 4.5$ cm, $BC = 6$ cm and $\angle B = 75^\circ$.
2. Construct an isosceles triangle measurements $DE = 7$ cm, $EF = 7$ cm and $\angle E = 60^\circ$.
3. Draw a triangle with measurements $\angle B = 50^\circ$, $AB = 3$ cm and $AC = 4$ cm.
4. Construct a right angled triangle in which, $XY = 5$ cm, $XZ = 6$ cm and right angle at X.
5. Construct a right angled with measurements ABC , $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$ cm and $AC = 10$ cm.

4.3 Construction of a triangle with given two angles and included side:

Example-5 : Construct $\triangle PEN$ with measurements $PE = 7$ cm, $\angle PEN = 25^\circ$ and $\angle EPN = 60^\circ$

Solution :

Step-1 : Draw a rough sketch of triangle and label it with given measurements

Step-2 : Draw a line segment with $PE = 7$ cm.

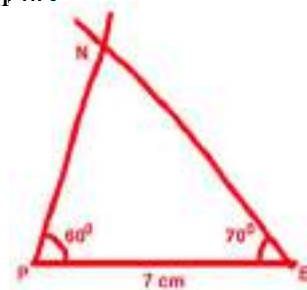
Step-3 : Draw a ray PX such that $\angle EPX = 60^\circ$.

Step-4 : Draw another ray EY such that $\angle PEY = 25^\circ$

Step-5 : Rays PX and EY intersect each other at N .

Hence, we get the required $\triangle PEN$.

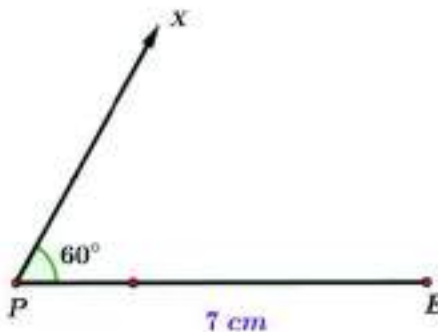
(If necessary, extend the rays to form a triangle.)



Step-1 : Rough figure



Step-2



Step-3



MA = 5.5 సెం.మీ, MT = 4 సెం.మీ మరియు $\angle M = 70^\circ$ కాలతలతో త్రిభుజం MAT ని గీయండి.



AB = 7 సెం.మీ, B = 60° మరియు C = 70° కాలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

అభ్యాసం-4.2

1. AB = 4.5 సెం.మీ, BC = 6 సెం.మీ మరియు $\angle B = 75^\circ$ కాలతలతో $\triangle ABC$ ని నిర్మించండి.
2. DE = 7 సెం.మీ, EF = 7 సెం.మీ మరియు $\angle E = 60^\circ$ కాలతలతో సమద్విబాహు త్రిభుజం నిర్మించండి.
3. $\angle B = 50^\circ$, AB = 3 సెం.మీ మరియు AC = 4 సెం.మీ కాలతలతో $\triangle ABC$ ని గీయండి.
4. XY = 5 సెం.మీ, XZ = 6 సెం.మీ మరియు X వద్ద లంబకోణం ఉండునట్లు ఒక లంబకోణ త్రిభుజాన్ని గీయండి.
5. $\angle B = 90^\circ$, AB = 8 సెం.మీ మరియు AC = 10 సెం.మీ కాలతలతో లంబకోణ త్రిభుజం ABC ని గీయండి.

4.3 రెండు కోణాలు వాటి మధ్య భుజం ఇచ్చినప్పుడు త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం.

ఉదాహరణ-5 : PE = 7 సెం.మీ, $\angle PEN = 25^\circ$ మరియు $\angle EPN = 60^\circ$ కాలతలతో $\triangle PEN$ ను గీయండి.

సాధన :

సోపానం-1 : ఇచ్చిన కాలతలతో త్రిభుజం చిత్తుపటం గీసి, కాలతలను గుర్తించి పేర్లు రాయండి.

సోపానం-2 : PE = 7 సెం.మీ తో ఒక రేఖాఖండం గీయండి.

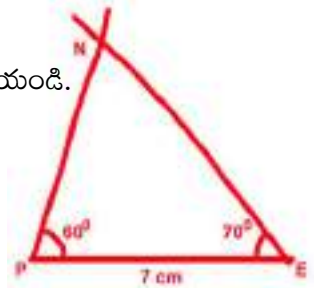
సోపానం-3 : $\angle EPX = 60^\circ$ ఉండునట్లు ఒక కిరణం PX ను గీయండి.

సోపానం-4 : $\angle PEY = 25^\circ$ ఉండునట్లు మరొక కిరణం EY గీయండి.

సోపానం-5 : PX, EY కిరణాల ఖండన బిందువును 'N' గా గుర్తించండి.

మనకు కావలసిన $\triangle PEN$ ఏర్పడినది.

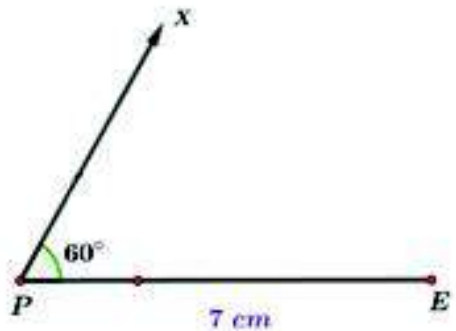
(అవసరమైనచో కిరణాలను ఖండించుకొనునట్లు పొడిగించండి.)



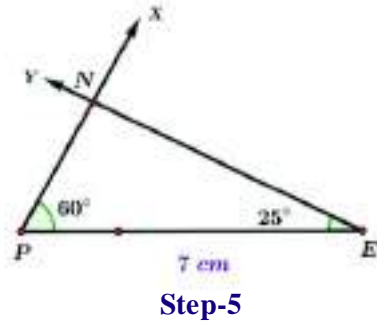
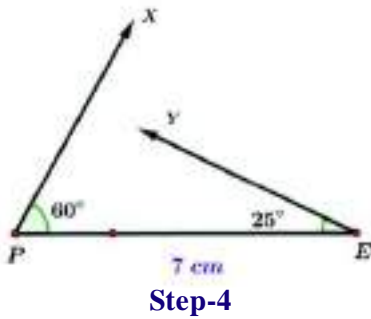
సోపానం-1 : చిత్తుపటం



సోపానం-2



సోపానం-3

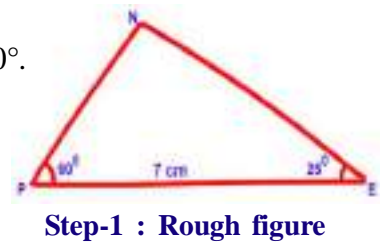


Example-6 : Construct $\triangle MPC$ the triangle with the measurements $MP = 4$ cm, $\angle P = 45^\circ$ and $\angle C = 80^\circ$.

Solution : Now we have to find out the third angle.

We know that, the sum of three angles in a triangle is 180° .

$$\begin{aligned} \text{So, } \angle M + \angle P + \angle C &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle M + 45^\circ + 80^\circ &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle M + 125^\circ &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle M &= 180 - 125 = 55^\circ \end{aligned}$$



Step-1 : Draw a rough sketch of triangle and label it with given measurements.

Step-2 : Draw a line segment with $MP = 4$ cm.

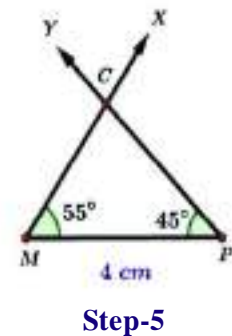
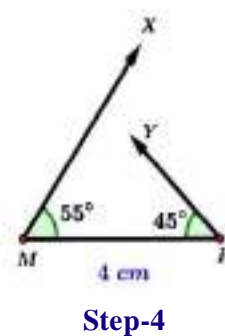
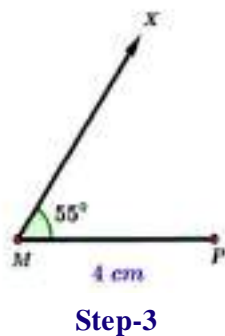
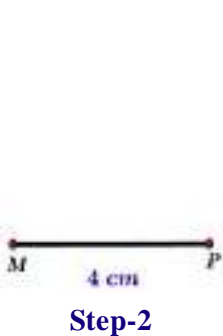
Step-3 : Draw a ray MX such that $\angle PMX = 55^\circ$.

Step-4 : Draw another ray PY such that $\angle MPY = 45^\circ$.

Step-5 : Rays MX and PY intersect each other at C . (If necessary extend the rays to form a triangle.)

Hence, we get the required triangle $\triangle MPC$.

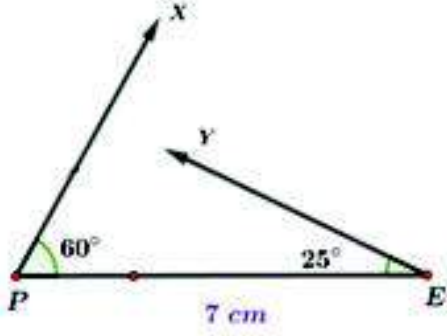
Verification : By using the protractor and check whether $\angle C$ is equal to 80° or not.



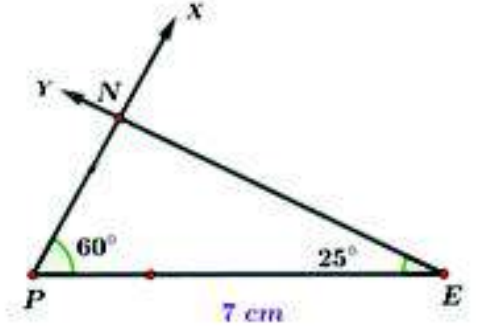
Construct $\triangle ABC$ with the measurements $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 50^\circ$ and $AC = 8$ cm



Construct a triangle with angles 100° , 95° and a side of length of your choice. Can you construct the triangle?



సోపానం-4



సోపానం-5

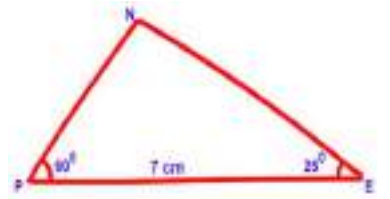
ఉదాహరణ-6 : MP = 4 సెం.మీ, $\angle P = 45^\circ$ మరియు $\angle C = 80^\circ$ కొలతలతో $\triangle MPC$ ని గీయండి.

సాధన : ఇప్పుడు, మనం మూడవ కోణాన్ని కనుగొనాలి.
 త్రిభుజంలో 3 కోణాల మొత్తం 180° అని మనకు తెలుసు.
 కావున, $\angle M + \angle P + \angle C = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle M + 45^\circ + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle M + 125^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle M = 180 - 125 = 55^\circ$$



సోపానం-1 : చిత్తుపటం

సోపానం-1 : ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజం చిత్తుపటం గీసి, కొలతలను గీసి, గుర్తించి పేర్లు రాయండి.

సోపానం-2 : MP = 4 సెం.మీ తో ఒక రేఖాఖండమును గీయండి.

సోపానం-3 : $\angle PMX = 55^\circ$ ఉండునట్లు ఒక కిరణం MX గీయండి.

సోపానం-4 : $\angle MPY = 45^\circ$ ఉండునట్లు మరొక కిరణం PY గీయండి.

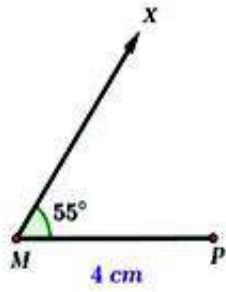
సోపానం-5 : MX, PY కిరణాల ఖండన బిందువును 'C' గా గుర్తించండి. (అవసరమైనచో కిరణాలను పొడిగించండి)

మనకు కావలసిన $\triangle MPC$ ఏర్పడినది.

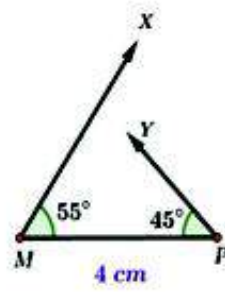
సరిచూచుట : $\angle C$ కొలత 80° ఉన్నదో లేదో కోణమానిని ఉపయోగించి సరిచూడండి.



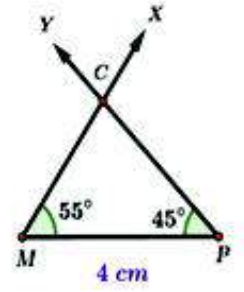
సోపానం-2



సోపానం-3



సోపానం-4



సోపానం-5



$\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 50^\circ$ మరియు AC = 8 సెం.మీ కొలతలతో $\triangle ABC$ ని నిర్మించండి.



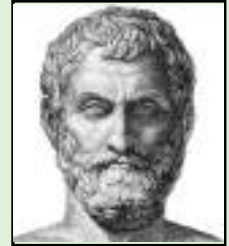
100°, 95° కోణాల కొలతలు మరియు నీకు నచ్చిన భుజం కొలతతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలమా?

Exercise-4.3

1. Construct $\triangle DEF$ with measurements $\angle D = 60^\circ$, $\angle F = 50^\circ$ and $DF = 4$ cm.
2. Construct the triangle with the measurements $XY = 7.2$ cm, $\angle Y = 30^\circ$ and $\angle Z = 100^\circ$.
3. Construct $\triangle PQR$ with the measurements $\angle P = \angle Q = 60^\circ$ and $PQ = 7$ cm.

Historical Note

Thales of Miletus was a Greek mathematician. Thales had been credited with the discovery of five Geometric theorems:



- 1) The circle is bisected by its diameter.
- 2) The angles in a triangle opposite two sides of equal length are equal.
- 3) The opposite angles formed by intersecting straight lines are equal.
- 4) The angle inscribed inside a semicircle is a right angle.
- 5) The triangle is determined if its base and the two angles at the base are given.

His mathematical achievements are difficult to assess, however, because of the ancient practice of crediting particular discoveries to men with the general reputation for wisdom.

Unit Exercise

Construct triangles for the following:

1. Construct $\triangle PQR$ with measurements $PQ = 5.8$ cm, $QR = 6.5$ cm and $PR = 4.5$ cm.
2. Construct an isosceles triangle LMN with measurements $LM = LN = 6.5$ cm and $MN = 8$ cm.
3. Construct $\triangle ABC$ with measurements $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ and $AB = 7$ cm.
4. Construct a right angled triangle XYZ in which $\angle Y = 90^\circ$, $XY = 5$ cm and $YZ = 7$ cm.
5. Construct an equilateral triangle DEF in which $DE = EF = FD = 5$ cm.
7. Construct a triangle with non-included angle for the sides of ST and SU of lengths 6 and 7 cm. respectively and $\angle T = 80^\circ$.
8. Can you construct $\triangle DEF$ with $DE = 7$ cm, $EF = 14$ cm and $FD = 5$ cm.? If not give reasons.



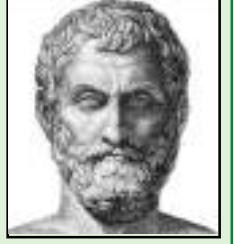
అభ్యాసం-4.3



1. $\angle D = 60^\circ$, $\angle F = 50^\circ$ మరియు $DF = 4$ సెం.మీ కొలతలతో $\triangle DEF$ ను నిర్మించండి.
2. $XY = 7.2$ సెం.మీ, $\angle Y = 30^\circ$ మరియు $\angle Z = 100^\circ$ కొలతలతో $\triangle XYZ$ ను నిర్మించండి.
3. $\angle P = \angle Q = 60^\circ$ మరియు $PQ = 7$ సెం.మీ కొలతతో $\triangle PQR$ ని నిర్మించండి.

చారిత్రక అంశం

థేల్స్ ఒక ప్రఖ్యాత గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త. అతనిచే కనుగొనబడిన 5 ప్రముఖ జ్యామితీయ సిద్ధాంతాలు అత్యంత పేరు గాంచాయి. అవి :



- 1) వ్యాసం వృత్తాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది.
- 2) ఒక త్రిభుజంలో సమాన భుజాలకు ఎదురుగా ఉండే కోణాలు సమానం
- 3) రెండు సరళరేఖలు ఖండించుకున్నప్పుడు ఏర్పడే ఎదురెదురు కోణాలు సమానం.
- 4) అర్ధవృత్తంలోని కోణం లంబకోణం.
- 5) ఒక భూమి, భూమి అంత్య బిందువుల వద్ద కోణాలు ఇచ్చినపుడు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరచగలం.

ప్రాచీన పద్ధతులలో జ్ఞాన సముపార్జనలో భాగంగా అతను కనుగొన్న గణిత విషయాంశాలు నిరూపణలకు చాలా కష్టతరమైనవి.

యూనిట్ అభ్యాసం



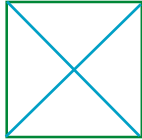
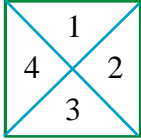
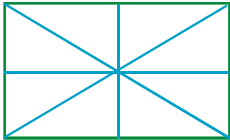
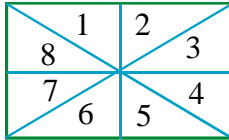
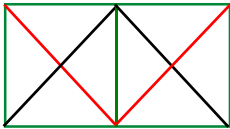
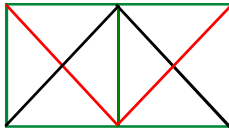
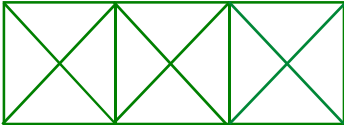
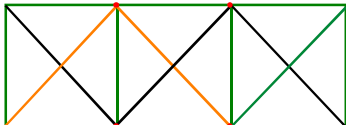
క్రింద ఇవ్వబడిన కొలతలతో త్రిభుజాలను నిర్మించండి :

1. $PQ = 5.8$ సెం.మీ, $QR = 6.5$ సెం.మీ మరియు $PR = 4.5$ సెం.మీ కొలతలతో $\triangle PQR$ ని నిర్మించండి.
2. $LM = LN = 6.5$ సెం.మీ మరియు $MN = 8$ సెం.మీ కొలతలతో సమద్విభాహ త్రిభుజం LMN ను నిర్మించండి.
3. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ మరియు $AB = 7$ సెం.మీ కొలతలతో $\triangle ABC$ ని నిర్మించండి.
4. $\angle Y = 90^\circ$, $XY = 5$ సెం.మీ మరియు $YZ = 7$ సెం.మీ కొలతలతో లంబకోణ త్రిభుజం XYZ ని నిర్మించండి.
5. $DE = EF = FD = 5$ సెం.మీ కొలతలతో సమబాహు త్రిభుజం DEF ని నిర్మించండి.
6. ST, SU పొడవులు వరుసగా 6 సెం.మీ, 7 సెం.మీ మరియు $\angle T = 80^\circ$ ఉండునట్లు త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.
7. $DE = 7$ సెం.మీ, $EF = 14$ సెం.మీ మరియు $FD = 5$ సెం.మీ కొలతలతో $\triangle DEF$ ని నిర్మించగలమా? లేనిచో కారణం తెలపండి.



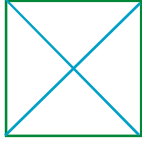
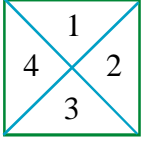
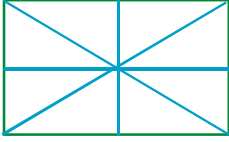
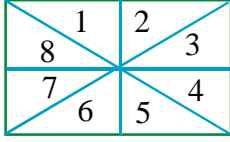
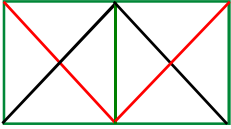
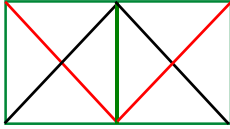
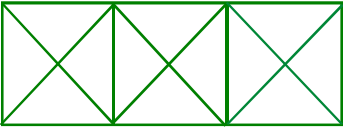
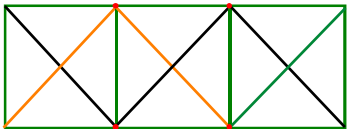


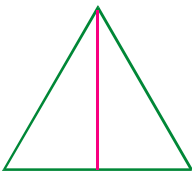
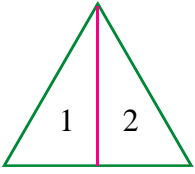
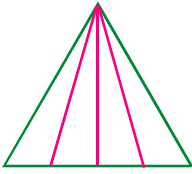
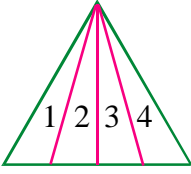
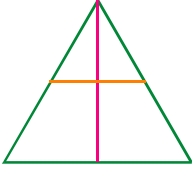
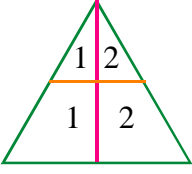
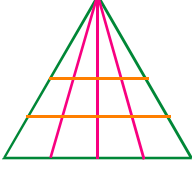
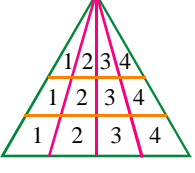
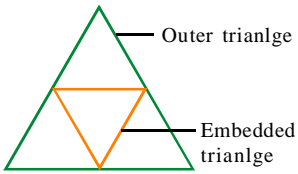
Counting of Triangles

S.No	Type	Type of Picture	Solution
1	Count the Number of Triangles in the given Square		 Number of diagonals = 2 Number of blocks = 4 Total number of triangles = $4 \times 2 = 8$
2	Count the Number of Triangles in the given Rectangle		 Number of diagonals = 2 Number of blocks = 8 Total number of triangles = $2 \times 8 = 16$
3	Count the Number of Triangles in the given figure which is combination of two squares		Number of Triangles in 1 st Square = 8 Number of Triangles in 2 nd Square = 8  Other than this, we got two more triangles like above. So, Total number of triangles = $16 + 2 = 18$
4	Count the Number of Triangles in the given figure which is combination of Three squares		We have three squares in the given figure. Number of Triangles in 1 st Square = 8 Number of Triangles in 2 nd Square = 8 Number of Triangles in 3 rd Square = 8  Other than this, we got four more triangles like above at four vertices. So, Total number of triangles = $24 + 4 = 28$


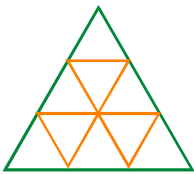
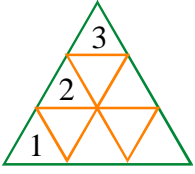
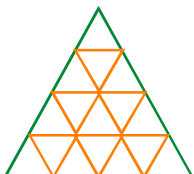
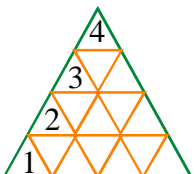


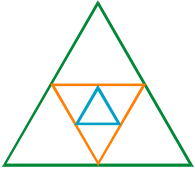
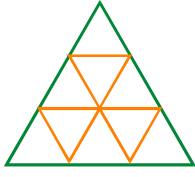
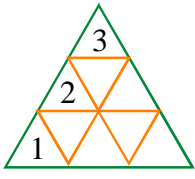
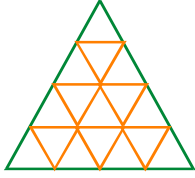
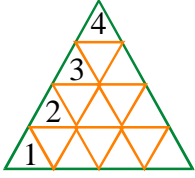
త్రిభుజాలను లెక్కించడం

వ.సం.	రకము	చిత్రము	సాధన
1	ఇచ్చిన చతురస్రంలో త్రిభుజాల సంఖ్యను లెక్కించుట		 <p>కర్ణాల సంఖ్య = 2 భాగాల సంఖ్య = 4 మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య = $4 \times 2 = 8$</p>
2	ఇచ్చిన దీర్ఘచతురస్రంలో త్రిభుజాల సంఖ్యను లెక్కించుట		 <p>కర్ణాల సంఖ్య = 2 భాగాల సంఖ్య = 8 మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య = $2 \times 8 = 16$</p>
3	ఇచ్చిన రెండు చతురస్ర పటాలు కలిపిన చిత్రంలో త్రిభుజాలను లెక్కించుట		<p>మొదటి చతురస్రంలో ఉన్న త్రిభుజాలు = 8 రెండవ చతురస్రంలో ఉన్న త్రిభుజాలు = 8</p>  <p>ఇవి కాకుండా పైన సూచించిన విధంగా మరియొక రెండు త్రిభుజాలు ఉన్నాయి = 8 కావున మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య = $16 + 2 = 18$</p>
4	ఇచ్చిన 3 చతురస్ర పటాలు కలిపిన చిత్రంలో త్రిభుజాలను లెక్కించుట		<p>మనకు మూడు చతురస్రాలు ఉన్నాయి. మొదటి చతురస్రంలో ఉన్న త్రిభుజాలు = 8 రెండవ చతురస్రంలో ఉన్న త్రిభుజాలు = 8 మూడవ చతురస్రంలో ఉన్న త్రిభుజాలు = 8</p>  <p>ఇవి కాకుండా పైన సూచించిన విధంగా మరియొక 4 త్రిభుజాలు ఉన్నాయి. కావున మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య = $24 + 4 = 28$</p>

S.No	Type	Type of Picture	Solution
5	Count the Number of Triangles in the Triangle having one line segment from the vertex to the opposite side .		 $1 + 2 = 3$ Total number of triangles = 3
6	Count the Number of Triangles in the Triangle having three line segments from the vertex to the opposite side .		 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ Total number of triangles = 10
7	Count the Number of Triangles in the Triangle having one line segment from the vertex to the opposite side and one line segment parallel to base.		 $\text{No of triangles} = (1+2) + (1+2)$ $= 3 + 3 = 6$
8	Count the Number of Triangles in the Triangle having three line segments from the vertex to the opposite side and two line segments parallel to base.		 $\text{Number of rows} = 3$ $\text{Sum of numbers in each row} = 1+2+3+4=10$ $\text{Number of triangles in the picture} = 3(10)= 30$ Total number of triangles = 30
9	Counting triangles with in embedded Triangle		Formula to count number of triangles = $4n + 1$ Here, n = number of embedded triangles in outer triangle. For example, $n = 1$ Number of Triangles = $4 + 1 = 5$

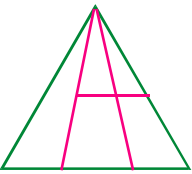
వ.సం.	రకము	చిత్రము	సాధన
5	శీర్షం నుండి ఎదుటి భుజం మీదకు గీయబడి యున్న రేఖాఖండం గల త్రిభుజంలో త్రిభుజాలను లెక్కించుట		$1 + 2 = 3$ మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య = 3
6	శీర్షం నుండి ఎదుటి భుజం మీదకు 3 రేఖా ఖండాలు గీయబడి యున్న త్రిభుజంలో త్రిభుజాలను లెక్కించుట		$1 + 2 + 3 + 4 = 10$ మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య = 10
7	శీర్షం నుండి ఎదుటి భుజం మీదకు ఒక రేఖా ఖండం మరియు భూమికి సమాంతరంగా ఒక రేఖా ఖండం గీయబడియున్న త్రిభుజంలో త్రిభుజాలను లెక్కించుట		$\text{త్రిభుజాల సంఖ్య} = (1+2) + (1+2)$ $= 3 + 3 = 6$
8	శీర్షం నుండి ఎదుటి భుజం మీదకు 3 రేఖా ఖండాలు గీయబడి యున్న త్రిభుజంలో త్రిభుజాలను లెక్కించుట		$\text{అడ్డువరుసల సంఖ్య} = 3$ $\text{ప్రతీ అడ్డువరుసలో అంకెల మొత్తం} = 1+2+3+4=10$ $\text{చిత్రంలో త్రిభుజాల సంఖ్య} = 3(10)=30$ $\text{మొత్తం త్రిభుజాల సంఖ్య} = 30$
9	త్రిభుజంలో మరియొక త్రిభుజం పొందుపరచబడి యున్నప్పుడు త్రిభుజాలను లెక్కించుట	బాహ్య త్రిభుజం పొందుపరచబడిన త్రిభుజం	$\text{త్రిభుజాల సంఖ్యను లెక్కించుటకు సూత్రం} = 4n + 1$ $\text{ఇక్కడ, } n = \text{బయటి త్రిభుజంలో పొందుపరచ బడియున్న త్రిభుజాల సంఖ్య}$ $\text{ఉదాహరణకు } n = 1$ $\text{త్రిభుజాల సంఖ్య} = 4 + 1 = 5$

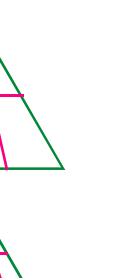
S.No	Type	Type of Picture	Solution
			<p>For example, $n=2$ Number of Triangles = $8 + 1 = 9$</p>
10	Counting triangles with in Triangle		<p>Formula to count number of triangles = $\frac{n(n+2)(2n+1)}{8}$ where n = number of triangles formed in a side . Note : Take only integer part obtained in above formula for finding number of triangles . (For example, Integer part of $15.12 = 15$ Integer part of $27.9 = 27$)</p>
			 <p>Here $n = 3$ No of triangles = $\frac{3(3+2)(2 \times 3+1)}{8}$ $= \frac{3 \times 5 \times 7}{8} = 13.12$ Integer part of $13.12 = 13$</p>
			 <p>No of triangles = 27 (How ?)</p>

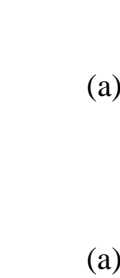
వ.సం.	రకము	చిత్రము	సాధన
			<p>త్రిభుజాల సంఖ్య $n = 2$ త్రిభుజాల సంఖ్య = $8 + 1 = 9$</p>
10	త్రిభుజంలో త్రిభుజాలు ఉన్నపుడు త్రిభుజాలను లెక్కించుట		<p>త్రిభుజాలను లెక్కించుటకు సూత్రం = $\frac{n(n+2)(2n+1)}{8}$ ఇక్కడ $n =$ భుజం మీద ఏర్పడిన బయటి త్రిభుజాల సంఖ్య గమనిక : పై సూత్రాన్ని పయోగించి త్రిభుజాలను లెక్కించుటకు పూర్ణాంక భాగాన్ని మాత్రమే తీసుకోవాలి. (ఉదాహరణకు 15.12 పూర్ణాంక భాగం = 15 27.9 పూర్ణాంక భాగం = 27)</p>
			<p></p> <p>ఇక్కడ $n = 3$ త్రిభుజాల సంఖ్య = $\frac{3(3+2)(2 \times 3 + 1)}{8}$ $= \frac{3 \times 5 \times 7}{8} = 13.12$ త్రిభుజాల సంఖ్య = $13.12 = 13$ (పూర్ణాంక భాగం)</p>
			<p></p> <p>త్రిభుజాల సంఖ్య = 27 (ఎలా?)</p>


Practice questions


Find the number of triangles in the given figures.

1.  (a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 12

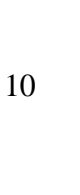
2.  (a) 60 (b) 65 (c) 84 (d) 90

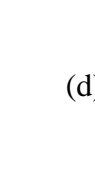
3.  (a) 12 (b) 13 (c) 14 (d) 15

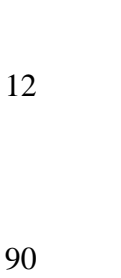
4.  (a) 16 (b) 13 (c) 9 (d) 7

5.  (a) 21 (b) 23 (c) 25 (d) 29

6.  (a) 10 (b) 19 (c) 21 (d) 23

7.  (a) 5 (b) 6 (c) 8 (d) 10

8.  (a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12

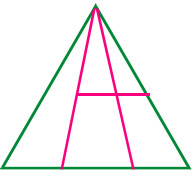
9.  (a) 19 (b) 20 (c) 16 (d) 14

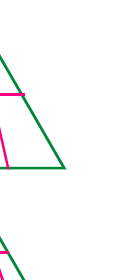
10. (a) 56 (b) 48 (c) 32 (d) 60

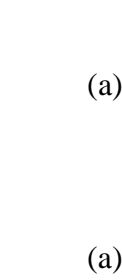



సాధనా ప్రశ్నలు :


క్రింద ఇవ్వబడిన పటాలలో ఎన్ని త్రిభుజాలున్నాయో కనుగొనండి.

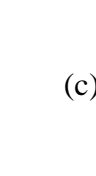
1.  (a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 12

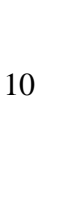
2.  (a) 60 (b) 65 (c) 84 (d) 90

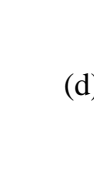
3.  (a) 12 (b) 13 (c) 14 (d) 15

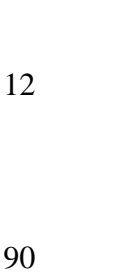
4.  (a) 16 (b) 13 (c) 9 (d) 7

5.  (a) 21 (b) 23 (c) 25 (d) 29

6.  (a) 10 (b) 19 (c) 21 (d) 23

7.  (a) 5 (b) 6 (c) 8 (d) 10

8.  (a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12

9.  (a) 19 (b) 20 (c) 16 (d) 14

10. (a) 56 (b) 48 (c) 32 (d) 60



AREA OF PLANE FIGURES



Learning Outcomes

The learner is able to

- derive the formula for area of triangle.
- solve the daily life problems related to the area of triangle.
- derive the area of representing rectangular paths and area of square paths.
- solve the daily life problems connected to the area of rectangular paths and square paths.
- derive the formula for area of circle and area of circular paths.
- solve daily life problems related to the area of circle and area of circular paths.

Content Items

- 5.0 Introduction
- 5.1 Area of triangle
- 5.2 Area of rectangular and square paths
- 5.3 Area of a circle
- 5.4 Area of circular paths



5.0 Introduction:

Teacher: Good morning children!

Students: Good morning madam.

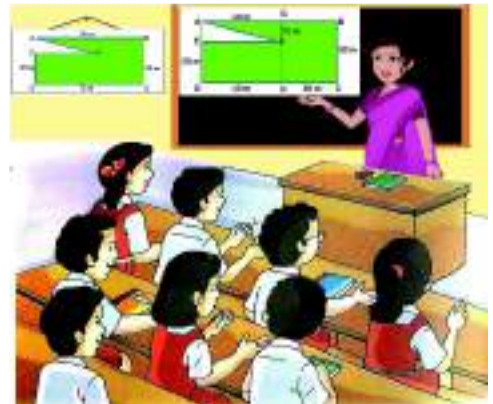
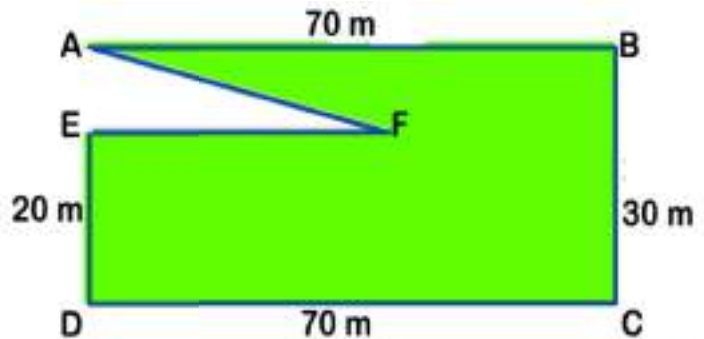
Raju: This is the outline picture of my field. How can I measure the area of my field?

Teacher: Children! See the picture carefully. Can anyone give any idea to Raju?

Renu: It is irregular in shape. How can we measure? Please give us some idea mam!

Teacher: I am drawing two vertical lines, one is joining A, E and another one is joining G, H through F. We already learnt area of square and rectangle. Now try to find area of square BCHG and rectangle DEFH by using the formulae of area of square and area of rectangle.

Salma: Now I can find area of square BCHG. Area of square BCHG = $30 \times 30 = 900$ sq.m.



సమతల పటాల వైశాల్యాలు



అభ్యసన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు

- త్రిభుజ వైశాల్యం సూత్రంను రాబట్టుతారు.
- త్రిభుజ వైశాల్యంనకు సంబంధించిన నిత్యజీవిత సమస్యలను చేయగలుగుతారు.
- దీర్ఘచతురస్రాకార మరియు చతురస్రాకార బాట వైశాల్యాలకు సంబంధించిన సూత్రం రాబట్టుతారు.
- దీర్ఘచతురస్రాకార మరియు చతురస్రాకార బాట వైశాల్యాలకు సంబంధించిన నిత్య జీవిత సమస్యలను చేయగలుగుతారు.
- వృత్తవైశాల్యము మరియు వృత్తాకార బాట వైశాల్యాల సూత్రాలను రాబట్టుతారు.
- వృత్తవైశాల్యము మరియు వృత్తాకార బాట వైశాల్యములకు సంబంధించిన నిత్య జీవిత సమస్యలను సాధించగలరు.

విషయసూచిక

- 5.0 పరిచయం
- 5.1 త్రిభుజ వైశాల్యం
- 5.2 దీర్ఘ చతురస్రాకార మరియు చతురస్రాకార బాట వైశాల్యాలు
- 5.3 వృత్త వైశాల్యం
- 5.4 వృత్తాకార బాట వైశాల్యం



5.0 పరిచయం

టీచర్ : శుభోదయం పిల్లలూ...

పిల్లలు : శుభోదయం టీచర్

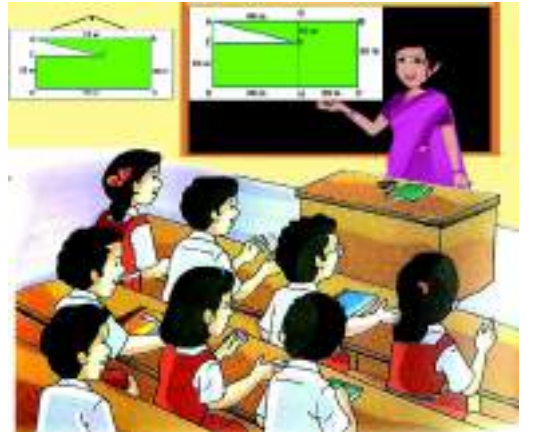
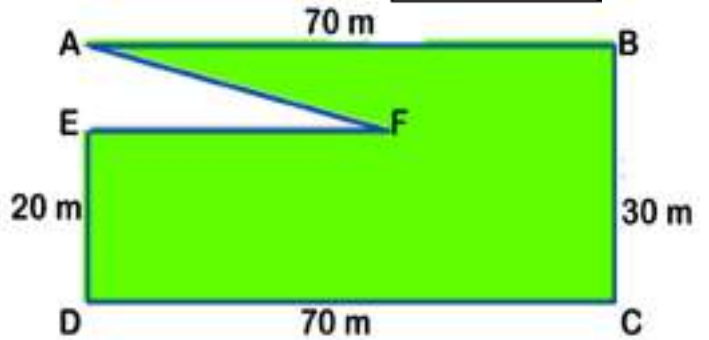
రాజు : ఇది మా పొలం యొక్క నమూనా చిత్రం దీని వైశాల్యాన్ని ఎలా కనుక్కోవాలి టీచర్?

టీచర్ : విద్యార్థులూ! ఈ నమూనా చిత్రాన్ని జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి. రాజుకి తగిన సలహా ఎవరైనా ఇవ్వగలరా?

రేణు : అది సరైన ఆకారంలో లేదు. మేము ఎలా కనుగొనగలం? దయచేసి మాకు ఒక సలహా ఇవ్వండి టీచర్.

టీచర్ : నేను ఈ చిత్రంలో రెండు రేఖా ఖండాలను ఒకటి A, E లను కలుపుతూ మరొకటి G, H లను F ద్వారా కలుపుతూ గీస్తున్నాను. మీరు ఇప్పుడు చిత్రాన్ని గమనించి మీరు నేర్చుకొన్న దీర్ఘ చతురస్రాకార మరియు చతురస్రాకార వైశాల్యాల సూత్రాల సహాయంతో BCHG చతురస్ర వైశాల్యం, DEFH దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనండి.

సల్మా : నేను ఇప్పుడు BCHG చతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనగలను. $BCHG$ చతురస్ర వైశాల్యం = $30 \times 30 = 900$ చ.మీ.



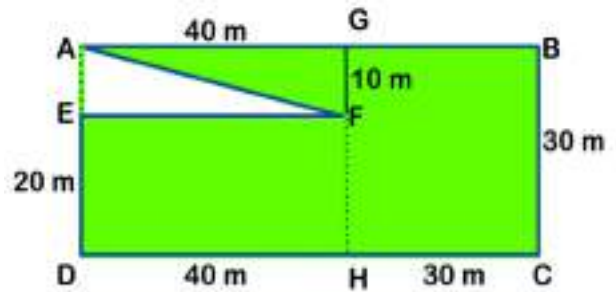
Kiran : I can find area of rectangle DEFH.
Area of rectangle DEFG = 40×20
= 800 sq.m.

Teacher : Very good, children! How can you find the area of triangle AGF?

Raju : We don't know teacher.

Teacher : Ok, now in this chapter we will learn how to find the area of triangle, area of rectangular paths, area of circle and area of circular paths. Generally we see rectangular and circular paths as shown in the figure like swimming pool and grass lawn in our daily life.

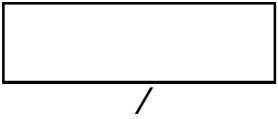
Before going to discuss these concepts, let us recall the concepts which we learnt in the previous classes.



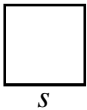
Review Exercise

Find the missing value in the following tables and fill by using given hints:

(i)

S.No.	Length	Breadth	Area	Perimeter	Hint
1.	10 m	5 m			The perimeter of a rectangle $= 2(l+b)$ units Area of a rectangle = $l \times b$ square units (where ' l ' is length and ' b ' is breadth of a rectangle). 
2.	16 cm		80 sq.cm		
3.		40 mm		440 mm	
4.	13 m			36 m	

(ii)

S.No.	Side	Area	Perimeter	Hint
1.	40 cm			Perimeter of a square = $4 \times s$ units. Area of a square = $s \times s$ square units. (where ' s ' is the side of the square) 
2.		81 sq.m		
3.			120 mm	

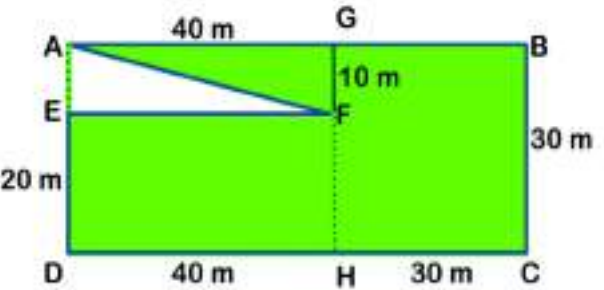
కిరణ్ : నేను DEFH దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనగలను.

$$\text{DEFH దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం} = 40 \times 20 = 800 \text{ చ.మీ.}$$

టీచర్ : చాలా మంచిది. పిల్లలు ఇప్పుడు మీరు AGF త్రిభుజ వైశాల్యం ఎలా కనుక్కొంటారు?

రాజు : మాకు తెలియదు టీచర్ ?

టీచర్ : సరే, ఇప్పుడు మనం ఈ అధ్యాయంలో త్రిభుజ వైశాల్యం, దీర్ఘచతురస్రాకార బాట, చతురస్రాకార బాట వైశాల్యాలు ఎలా కనుక్కోవాలో నేర్చుకుందాము. సాధారణంగా దీర్ఘచతురస్రాకార, వృత్తాకార బాటలను ప్రకృషటంలో చూపినట్లు మన నిత్యజీవితంలో గడ్డిపైదానాలు, నీటి కొలనుల చుట్టూ చూస్తాము.




ఈ భావనలను గురించి చర్చించే ముందు క్రింది తరగతిలో నేర్చుకున్న విషయాలను గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

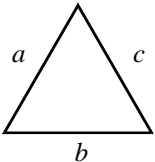
పునర్విచారణ అభ్యాసం

కింది పట్టికలో ఇచ్చిన సూచనలకనుగుణంగా లేని విలువలను కనుగొని ఖాళీలను పూరించండి :

(i)	క్ర.సం.	పొడవు	వెడల్పు	వైశాల్యం	చుట్టుకొలత	సూచన
	1.	10 మీ	5 మీ			<p>పొడవు (a), వెడల్పు (b) గా గల దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలత = $2(a+b)$ యూనిట్లు</p> <p>దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం = $a \times b$ చ. యూనిట్లు</p>
	2.	16 సెం.మీ		80 చ. సెం.మీ		
	3.		40 మి.మీ		440 మి.మీ	
	4.	13 మీ			36 మీ	

(ii)	క్ర.సం.	భుజం	వైశాల్యం	చుట్టుకొలత	సూచన
	1.	40 సెం.మీ			<p>భుజం (s) గా గల చతురస్రం చుట్టుకొలత = $4 \times s$ యూనిట్లు</p> <p>చతురస్ర వైశాల్యం = $s \times s$ చ. యూనిట్లు</p>
	2.		81 చ.మీ		
	3.			120 మి.మీ	

(iii)	S.No.	Radius	Diameter	Perimeter	Hint
1.	7 cm				Perimeter of circle $P = 2\pi r$ or πd (where 'r' is radius and 'd' is diameter of circle) 
2.			132 cm		
3.		44 mm			

(iv)	S.No.	Sides of the triangle	Perimeter	Hint
1.	3 cm, 4 cm, 5 cm			Perimeter of triangle $= a + b + c$ units (where a, b, c are sides of triangle) 
2.	6 m, 8 m, 12 m			

5.1 Area of Triangle :

We will find the area of triangle with the help of rectangle.



Take a rectangular shaped chart, draw triangle and colour it as shown in Fig-1. Cut the rectangle into two small rectangles through the vertex of triangle as shown in Fig-2. Then triangle also divided into two small triangles as shown below.



Fig - 1

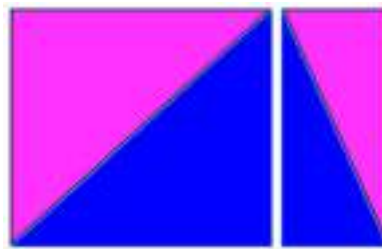



Fig - 2

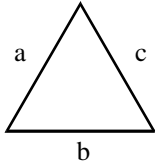
Observe carefully, the area of two different coloured triangles, equal to each other in each rectangular part. Hence sum of the area of two same coloured triangle is half of the sum of area of two rectangles, so, area of required triangle is half of area of rectangle. Actually area of rectangle = $l \times b$

If you take length of rectangle ' l ' = base of the triangle ' b ' and breadth of rectangle ' b ' = height of the triangle ' h '

$$\text{Area of triangle} = \frac{\text{Area of rectangle}}{2} = \frac{l \times b}{2} = \frac{b \times h}{2} = \frac{1}{2} b \times h = \frac{1}{2} \text{ base} \times \text{height}$$

Now, we go back to Raju's problem.

(iii)	క్ర.సం.	వ్యాసార్థం	వ్యాసం	చుట్టుకొలత	సూచన
1.	7 సెం.మీ.				వ్యాసార్థం (r), వ్యాసం (d) గా గల వృత్త పరిధి = $2 \pi r$ లేదా πd 
2.			132 మీ.		
3.		14 మి.మీ.			

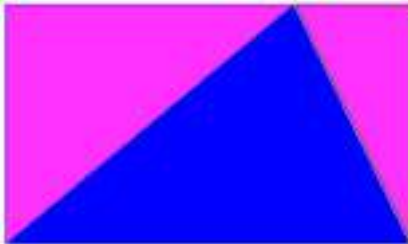
(iv)	క్ర.సం.	త్రిభుజ భుజం	చుట్టుకొలత	సూచన
1.	3 సెం.మీ., 4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ.			a, b, c భుజాలుగా గల త్రిభుజ చుట్టుకొలత = $a + b + c$ యూనిట్లు 
2.	6 మీ, 8 మీ, 12 మీ.			

5.1 త్రిభుజ వైశాల్యం :

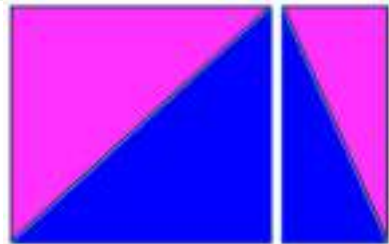
దీర్ఘచతురస్రం సహాయంతో త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం మనం కనుగొందాము.



ఒక దీర్ఘచతురస్రస్రాకారం చార్ట్ తీసుకొని దానిపై క్రింద పటం-1 లో చూపిన విధంగా త్రిభుజం గీచి రంగు వేయండి. ఇప్పుడు ఆ దీర్ఘ చతురస్రంను త్రిభుజ శీర్షం గుండా రెండు చిన్న దీర్ఘ చతురస్రాలుగా పటం-2 లో చూపిన విధంగా విభజించండి. ఇప్పుడు త్రిభుజం కూడా రెండు చిన్న త్రిభుజాలుగా విభజించబడును.



పటం-1



పటం-2

జాగ్రత్తగా గమనించినట్లయితే ప్రతి దీర్ఘచతురస్ర భాగంలోని రెండు విభిన్న రంగుల త్రిభుజాలు ఒకే వైశాల్యంను కలిగి ఉంటాయి. రెండు ఒకే రంగు గల త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తము రెండు దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తంలో సగం ఉండును. కనుక కావలసిన త్రిభుజ వైశాల్యం దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యంలో సగం ఉంటుంది.

$$\text{దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం} = l \times b$$

దీర్ఘచతురస్ర పొడవు (l) = త్రిభుజ భూమి (b) గాను,

దీర్ఘచతురస్ర వెడల్పు (b) = త్రిభుజ ఎత్తు (h) గాను తీసుకొనిన

$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \text{ దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం} = \frac{l \times b}{2} = \frac{b \times h}{2} = \frac{1}{2} b \times h = \frac{1}{2} \text{ భూమి} \times \text{ఎత్తు}$$

మనం ఇప్పుడు రాజు అడిగిన సమస్యను పరిశీలిద్దాం.

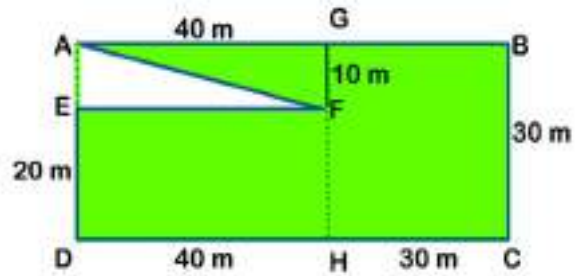
Teacher : Raju, can you find the area of ΔAGF ?

Raju : Yes mam, I can find that.

Teacher : What is the base and height of ΔAGF ?

Raju : Base $GF = 10$ m and height $AG = 40$ m

$$\begin{aligned} \text{Area of } \Delta AGF &= \frac{1}{2} b \times h = \frac{40 \times 10}{2} \\ &= 200 \text{ sq.m} \end{aligned}$$



Teacher : By adding square, rectangle and triangle areas, you get area of Raju's field.

Raju : O.k. mam! I will do. $900+800+200= 1900$ sq.m. Thanks to all.

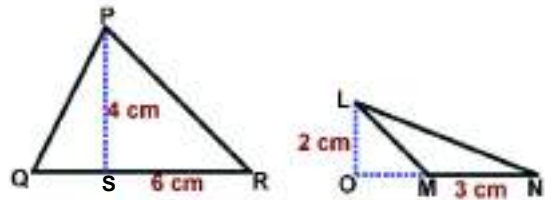
Area of Right-angled Triangle :

In ΔABC sides forming the right angle are 'a' and 'b'.

Area of a right-angled triangle = $\frac{1}{2}$ product of lengths

of sides forming the right angle = $\frac{1}{2} a \times b$

Example-1 : Find the area of the given triangles.



Solution : (i) In ΔPQR , Base (QR) = 6 cm, Height (PS) = 4 cm

$$\text{Area of } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times QR \times PS = \frac{1}{2} \times 6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 12 \text{ Sq.cm.}$$

(ii) In ΔLMN , Base (MN) = 3 cm, Height (LO) = 2 cm

$$\text{Area of } \Delta LMN = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times MN \times LO = \frac{1}{2} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 3 \text{ Sq.cm.}$$

Example-2 : The area of the ΔXYZ is 12 Sq.cm and the height XL is 3 cm then find base YZ.

Solution : In ΔXYZ , Base = YZ, Height (XL) = 3 cm, Area of the XYZ = 12 Sq.cm.

$$\text{Area of the } \Delta XYZ = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times YZ \times XL$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \times YZ \times 3 \Rightarrow YZ = 12 \times \frac{2}{3}$$

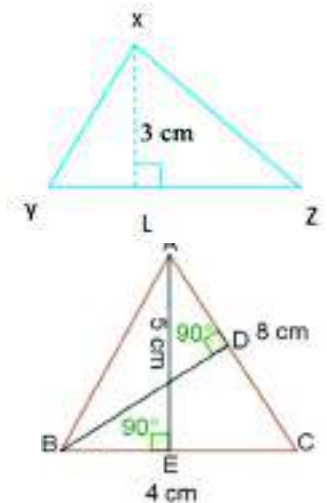
$$\text{So, } YZ = 8 \text{ cm}$$

Example-3 : In ΔABC , AC = 8 cm, BC = 4 cm and AE = 5 cm.

Find (i) the area of the ΔABC (ii) BD

Solution : (i) In ΔABC , Base (BC) = 4 cm, Height (AE) = 5 cm.

$$\text{Area of the } \Delta ABC = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10 \text{ sq.cm.}$$



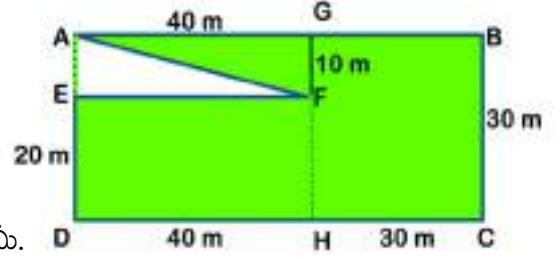
టీచర్ : రాజు, ΔAGF వైశాల్యం కనుగొనగలవా?

రాజు : సరే టీచర్ నేను కనుగొనగలను.

టీచర్ : త్రిభుజం AGF లో భూమి, ఎత్తులను చెప్పగలవా?

రాజు : భూమి $GF = 10$ మీ. ఎత్తు $AG = 40$ మీ.

$$\text{త్రిభుజం } AGF \text{ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} b \times h = \frac{40 \times 10}{2} = 200 \text{ చ.మీ.}$$



టీచర్ : దీర్ఘచతురస్ర, చతురస్ర మరియు త్రిభుజ వైశాల్యాల మొత్తము రాజు పొలం వైశాల్యం మనకు లభించును.

రాజు : సరే టీచర్. నేను చేస్తాను. $900 + 800 + 200 = 1900$ చ.మీ. అందరికీ ధన్యవాదాలు

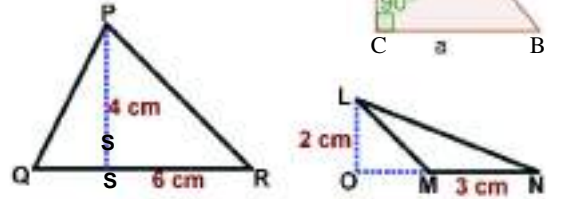
లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం :

ABC త్రిభుజంలో లంబకోణమును ఏర్పరచు భుజాలు a, b లు అయిన

$$\text{లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \text{ లంబకోణమును ఏర్పరచు భుజాల పొడవుల లబ్ధం}$$

ఉదాహరణ-1 : ఇచ్చిన త్రిభుజాల వైశాల్యాలు కనుక్కోండి.

సాధన : (i) ΔPQR లో, భూమి $(QR) = 6$ సెం.మీ, ఎత్తు $(PS) = 4$ సెం.మీ



$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యం } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు} = \frac{1}{2} \times QR \times PS = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ చ. సెం.మీ}$$

(ii) ΔLMN లో, భూమి $(MN) = 3$ సెం.మీ, ఎత్తు $(LO) = 2$ సెం.మీ

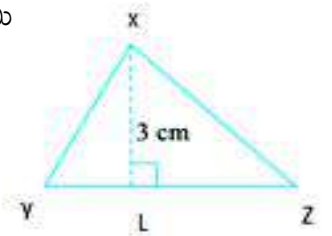
$$\begin{aligned} \text{త్రిభుజ వైశాల్యం } \Delta LMN &= \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు} = \frac{1}{2} \times MN \times LO \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \text{ సెం.మీ} \times 2 \text{ సెం.మీ} = 3 \text{ చ. సెం.మీ} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ-2 : ΔXYZ యొక్క వైశాల్యం 12 చ. సెం.మీ మరియు ఎత్తు $XL = 3$ సెం.మీ అయితే భూమి YZ ని కనుగొనండి.

సాధన : ΔXYZ లో భూమి = YZ , ఎత్తు $XL = 3$ సెం.మీ, ΔXYZ వైశాల్యం = 12 చ. సెం.మీ.

$$\Delta XYZ \text{ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు} = \frac{1}{2} \times YZ \times XL$$

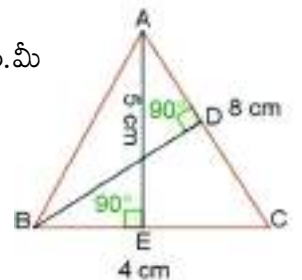
$$\Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \times YZ \times 3 \Rightarrow YZ = 12 \times \frac{2}{3} \text{ కాబట్టి } YZ = 8 \text{ సెం.మీ}$$



ఉదాహరణ-3 : ΔABC లో $AC = 8$ సెం.మీ, $BC = 4$ సెం.మీ మరియు $AE = 5$ సెం.మీ అయిన (i) ΔABC వైశాల్యం (ii) BD కనుగొనుము.

సాధన : (i) ΔABC లో, భూమి $(BC) = 4$ సెం.మీ, ఎత్తు $(AE) = 5$ సెం.మీ

$$\Delta ABC \text{ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10 \text{ చ. సెం.మీ}$$




(ii) In $\triangle BAC$, Base (AC) = 8 cm, height (BD) = ?, Area of $\triangle BAC$ = 10 sq.cm

$$\text{Area of } \triangle BAC = \frac{1}{2} \text{ base} \times \text{height}$$

$$\text{i.e., } 10 = \frac{1}{2} \times 8 \times \text{BD}$$

$$\text{BD} = 10 \times \frac{2}{8} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$$

So, height (BD) = 2.5 cm



In a triangle you can take any side as base and take height according to base.

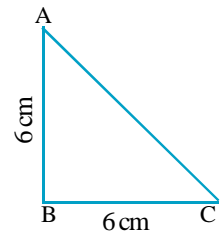
Example-4 :

Calculate the area of the given right-angled triangle with sides having right angle are 6 cm, 6 cm.

Solution : Method-1 : Sides having right angles are 6 cm, 6 cm.

Sides forming the right angle $a = 6$ cm, $b = 6$ cm

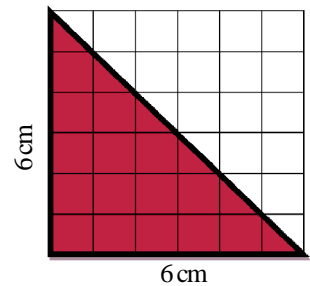
$$\begin{aligned} \text{Area of a right-angled triangle} &= \frac{1}{2} \times \text{Product of sides forming the right angle} \\ &= \frac{1}{2} a \times b = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 6 \times 3 = 18 \text{ sq.cm} \end{aligned}$$



(or)

Method-2 : Observe the grid carefully, the right angled triangle covering half of the area of Square.

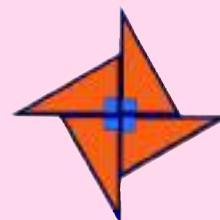
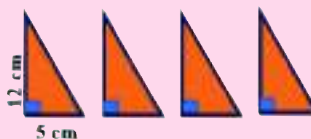
$$\begin{aligned} \text{Area of a right-angled triangle} &= \frac{1}{2} \times \text{Area of square} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \\ &= 18 \text{ sq.cm.} \end{aligned}$$



1. Fill the missing values in the following table.

S.No.	Base	Height	Area of Triangle
1.	15 cm	30 cm	
2.	16 cm		72 sq.cm
3.		24 m	156 sq.cm

2. Anu has 4 right angled triangles with same size. Using those triangles, she makes a star like toy given below. Calculate the area of this toy star.



(ii) ΔBAC లో, భూమి (AC) = 8 సెం.మీ, ఎత్తు (BD) = ?, ΔBAC వైశాల్యం = 10 చ. సెం.మీ

$$\Delta BAC \text{ వైశాల్యం} = \frac{1}{2} \text{ భూమి} \times \text{ఎత్తు}$$

$$\text{i.e., } 10 = \frac{1}{2} \times 8 \times BD$$

$$BD = 10 \times \frac{2}{8} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$$

\therefore ఎత్తు (BD) = 2.5 సెం.మీ



ఒక త్రిభుజంలో మీరు ఏ భుజమునైనా భూమిగా తీసుకొని మరియు ఎత్తును దానికనుగుణంగా తీసుకుంటాం.

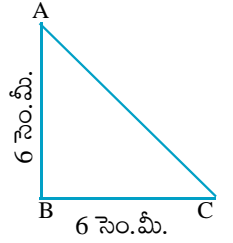
ఉదాహరణ-4 : లంబకోణ త్రిభుజం PQR లో లంబకోణాలు కలిగిన భుజాలు 6 సెం.మీ, 6 సెం.మీ, అయిన ఆ త్రిభుజం వైశాల్యం కనుగొనుము.

సాధన : పద్ధతి-1 : లంబకోణాలు కలిగిన భుజాలు 6 సెం.మీ., 6 సెం.మీ.

లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం = $\frac{1}{2} \times$ లంబకోణం గల భుజాల యొక్క లబ్ధం.

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 6 \times 3 = 18 \text{ చ. సెం.మీ}$$

(లేదా)

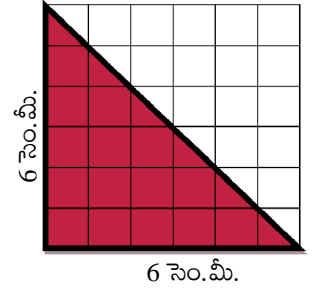


పద్ధతి-2 : గ్రిడ్ను జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి. లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం చతురస్రం యొక్క వైశాల్యంలో సగం.

లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం = $\frac{1}{2} \times$ చతురస్ర వైశాల్యం

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= 18 \text{ చ. సెం.మీ}$$



1. ఈక్రింది పట్టికలో ఖాళీలలోని విలువలు కనుగొని పూరించండి.

క్ర.సం.	భూమి	ఎత్తు	త్రిభుజ వైశాల్యం
1.	15 సెం.మీ.	30 సెం.మీ.	
2.	16 సెం.మీ.		72 చ. సెం.మీ.
3.		24 మీ.	156 చ. సెం.మీ.

2. అను వద్ద గల ఒకే సైజు గల 4 లంబకోణ త్రిభుజాలు కలవు. వాటితో ఒక స్టార్ను బొమ్మలో కింద చూపిన విధంగా తయారుచేసింది. బొమ్మ స్టార్ వైశాల్యం కనుగొనండి.



Example-5 : Find the area of the triangle shaped lawn whose base and heights are 12m.,7m. respectively. Find the total cost of laying lawn, if cost of grass is ` 300 per Sq. m.

Solution : Base of the triangle shaped lawn = 12 m.

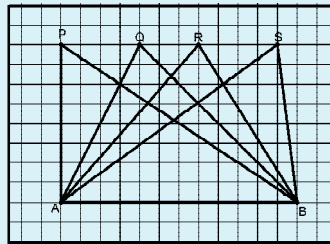
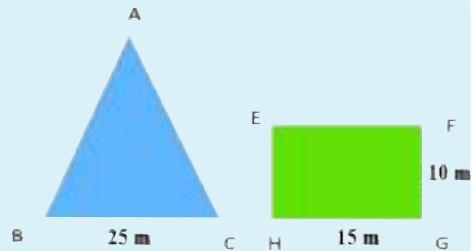
Height = 7 m.

$$\begin{aligned} \text{Area of triangle shaped lawn} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 7 \\ &= 6 \times 7 = 42 \text{ Sq.m} \end{aligned}$$

Cost of grass for laying in lawn per 1 Sq.m = ` 300
 Cost of grass for laying in lawn for 42 Sq.m = ` 300 x 42
 = ` 12,600



1. The areas of triangular field ABC and rectangular field EFGH are equal. The length and breadth of EFGH are 15 m., 10 m. respectively. The base of ΔABC 25 m. then find it's height.

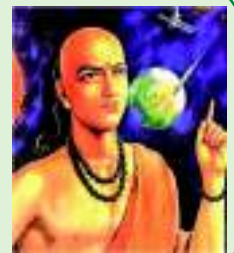


2. All the triangles in the given figure are on the base AB = 12 cm. Find the height of each of the triangles corresponding to the base AB, by counting the grids and find the area of each triangle. What do you observe ?

Historical Note

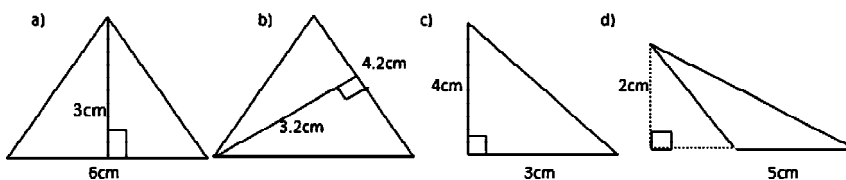
Aryabhata (476-550 AD)

The great Indian mathematician Aryabhata calculated the value of ' π ' (pie) at 3.1416. In ganitapada 6, Aryabhata given a formula to find area of a triangle as 'tribhujasya phalasariram samadalakoti bhujardhasamvargah' that translates to 'For a triangle, the result of a perpendicular with the half side is area'.



Exercise - 5.1

1. Calculate the area of the following triangles given below:



ఉదాహరణ-5 : త్రిభుజాకార గడ్డిమైదానం యొక్క భూమి మరియు ఎత్తులు వరుసగా 12 మీ., 7 మీ. అయిన గడ్డిమైదానం వైశాల్యంను కనుగొనుము. గడ్డి పరచుటకు ఒక చ.మీ.కు ` 300 చొప్పున మొత్తం ఎంత ఖర్చు అగును?

సాధన : త్రిభుజాకార గడ్డిమైదానం యొక్క భూమి = 12 మీ.

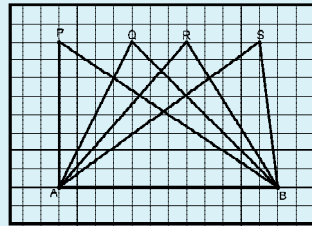
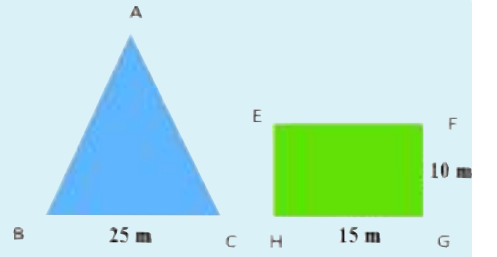
ఎత్తు = 7 మీ.

$$\begin{aligned} \text{త్రిభుజాకార గడ్డి మైదానం యొక్క వైశాల్యం} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 7 \\ &= 6 \times 7 = 42 \text{ చ.మీ.} \end{aligned}$$

గడ్డి మైదానంలో ఒక చ.మీ. గడ్డి వేయడానికి అయ్యే ఖర్చు = ` 300
 గడ్డి మైదానంలో 42 చ.మీ. గడ్డి వేయడానికి అయ్యే మొత్తం ఖర్చు = ` 300 × 42
 = ` 12,600



1. త్రిభుజాకార పొలం ABC మరియు దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం EPGH ల వైశాల్యాలు సమానం. దీర్ఘచతురస్రం EFGH యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 15 మీ., 10 మీ. ΔABC యొక్క భూమి 25 మీ. అయితే దాని ఎత్తు కనుగొనండి.

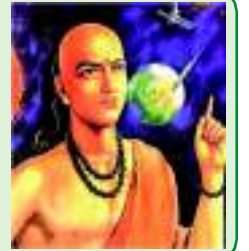


2. ప్రక్క పటంలో ఉన్న అన్ని త్రిభుజాల భూమి $AB = 12$ సెం.మీ. గ్రిడ్లో ఉన్న గడులను లెక్కవేయడం ద్వారా వాటి ఎత్తులను కనుగొని తద్వారా వైశాల్యం కనుగొనండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

చారిత్రక అంశం

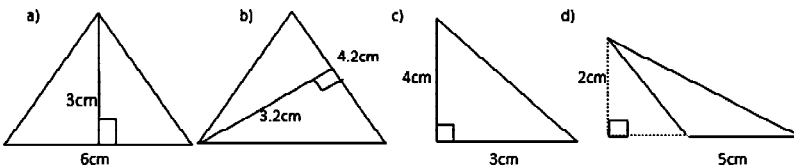
ఆర్యభట్ట (456-550 క్రీ.శ.)

ప్రముఖ గణిత శాస్త్రవేత్త ఆర్యభట్టగారు π విలువను 3.1416 గా గణించారు. ఆయన తన గణిత పద 6 లో “త్రిభుజశ్చ ఫల శరీరం సమదలకోటి భుజర్దన వర్ణః” అనగా త్రిభుజ వైశాల్యం దాని భూమి, ఎత్తుల లబ్ధంలో సగానికి సమానం అని అర్థం అనే సూత్రంను వివరించారు.



అభ్యాసం-5.1

1. దిగువ ఇవ్వబడ్డ త్రిభుజాల యొక్క వైశాల్యాలు లెక్కించండి.



2. Find the area of triangle with base 3.8 cm and height 4.6 cm. ?

3. The surface area of a triangular shape window is 24 sq.m. and height is 6m. then find the base of the triangle, if the cost of glass fitting per sqm is ₹ 250 then find total cost of glass fitting for window?



4. A traffic signal plate in the shape of triangle is having base 20 cm, height 15 cm. Find the area of the triangle. If the cost of painting is ₹ 2 per Sq.cm then find the total cost for painting the signal board on one side?

5. Find the area of triangular shaped wall painting whose base is 24m, height is 38m. Find the area of the triangle, if the cost of painting is ₹ 50 per Sq. m. find total cost of painting.



6. The area of triangle shaped elevation of a house is 195 Sq.m. Its base is 26m. Find the height of elevation. Find the total cost of cementing, if the cost of cementing per Sq.m. is ₹ 250.

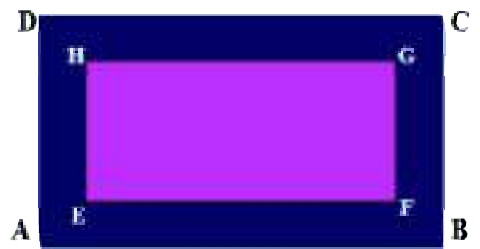
5.2 Area of rectangular and square paths:

You may observe, in gardens and parks, some space is left all around in the form of path or in between as cross paths.

Case-1: ABCD is a rectangle of length 'L', breadth 'B'. A path of width 'w' inside the rectangle ABCD is prepared then EFGH rectangle of length 'l', breadth 'b' formed. Then, The area of the rectangular path =

$$[\text{Area of rectangle ABCD}] - [\text{Area of rectangle EFGH}]$$

$$= (L \times B) - (l \times b) \quad [l = L - 2w, b = B - 2w]$$



Note : If path is out side the rectangle of length (l) and breadth (b) then $[l = L + 2w, B = b + 2w]$

Case-2 : If two paths are inside the middle of the rectangle, one is parallel to length another one is parallel to breadth, then both the paths intersect mutually as shown in the figure.

2. భూమి 3.8 సెం.మీ., ఎత్తు 4.6 సెం.మీ. గా గల త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనుము.

3. త్రిభుజాకారంలో వున్న కిటికీ వైశాల్యం 24 చ.మీ. మరియు ఎత్తు 6 మీ. అయిన దాని భూమి కొలతను కనుగొనుము. దానికి అద్దం బిగించుటకు ఒక చ.మీ.కి ` 250 చొప్పున కిటికీ అద్దం బిగించుటకు అయ్యే ఖర్చు కనుగొనండి.



4. త్రిభుజాకార ట్రాఫిక్ సిగ్నల్ ప్లేట్ భూమి 20 సెం.మీ., ఎత్తు 15 సెం.మీ. అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనండి. మరియు దానికి ఒకవైపు రంగు వేయుటకు ఒక చ.మీ.కి ` 2 చొప్పున అయ్యే మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.



5. భూమి 24 మీ. మరియు ఎత్తు 38 మీ. గా గల త్రిభుజాకార గోడచిత్రం వైశాల్యం కనుగొనండి. దానికి రంగు వేయుటకు చ.మీ.కి ` 50 చొప్పున అయ్యే ఖర్చు కనుగొనండి.



6. త్రిభుజాకారంలో గల ఇంటి ఎలివేషన్ వైశాల్యం 195 చ.మీ. దాని భూమి 26 మీ. అయిన ఎలివేషన్ ఎత్తు కనుక్కోండి. దానిని సిమెంటుతో చదును చేయుటకు చ.మీ.కి ` 250 చొప్పున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు కనుగొనండి.

5.2. దీర్ఘ చతురస్రాకార మరియు చతురస్రాకార బాట వైశాల్యాలు :

మీరు తోటలు మరియు పార్కులు చూసినట్లయితే వాటికి చుట్టూ లేదా మధ్య బాటలు ఉండటాన్ని గమనించి ఉంటారు.

సందర్భం-1 : ABCD అనేది పొడవు, 'L' వెడల్పు 'B' గా గల దీర్ఘచతురస్రం. దీర్ఘచతురస్రం లోపల 'w' వెడల్పు ఉన్న బాట వేసిన, అప్పుడు పొడవు 'l', వెడల్పు 'b' గల దీర్ఘచతురస్రం ఏర్పడుతుంది. అప్పుడు దీర్ఘచతురస్రాకార బాట యొక్క వైశాల్యం = ABCD దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం - EFGH దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం

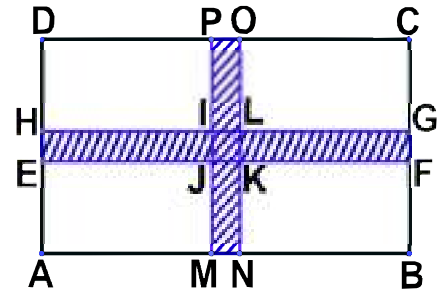
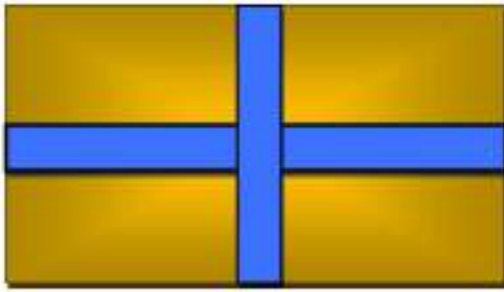


$$= (L \times B) - (l \times b) \quad [l = L - 2w, b = B - 2w]$$

గమనిక : బాట పొడవు (l), వెడల్పు (b) గా గల దీర్ఘచతురస్రం బయటివైపు వేసిన, అప్పుడు $[L = l + 2w, B = b + 2w]$.

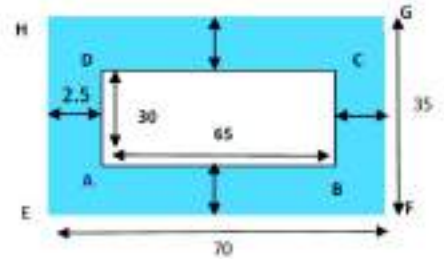
సందర్భం-2 : ఒకవేళ దీర్ఘచతురస్రం మధ్యలో రెండు మార్గాలు ఒకటి పొడవుకు సమాంతరంగా మరొకటి వెడల్పుకు సమాంతరంగా ఉన్నట్లయితే, రెండు మార్గాలు పటంలో చూపించిన విధంగా పరస్పరం ఖండించుకుంటాయి.

Area of shaded path = Area of EFGH + Area of MNOP – (Area of IJKL)



Example-6 : The length and breadth of a rectangular field is 65 m, 30 m respectively. A path of width 2.5 m is made around the park outside. Find the area of the path.

Solution : In the fig, ABCD is a rectangular field and shaded area shows 2.5m. wide path. EFGH is a rectangle (field with path)



Length of ABCD (AB) = 65m., breadth of ABCD (AD) = 30m. Width of path = 2.5 m.

Area of path = Area of outer rectangular field EFGH – Area of inner rectangular field ABCD

$$\begin{aligned} \text{Length of rectangle EFGH} = EF &= \text{Length of field (AB)} + (2 \times \text{Width of path}) \\ &= 65\text{m} + (2 \times 2.5\text{m}) \\ &= 65\text{m} + 5\text{m} = 70\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Breadth of rectangle EFGH} = EH &= \text{Breadth of field (AD)} + (2 \times \text{Width of path}) \\ &= 30\text{m} + (2 \times 2.5\text{m}) \\ &= 30\text{m} + 5\text{m} = 35\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area of outer rectangle EFGH} &= \text{length} \times \text{breadth} \\ &= 70\text{m} \times 35\text{m} \\ &= 2450 \text{ Sq.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area of inner rectangle ABCD} &= \text{length} \times \text{breadth} \\ &= 65\text{m} \times 30\text{m} \\ &= 1950 \text{ Sq.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area of path} &= \text{Area of outer rectangle EFGH} - \text{Area of inner rectangle ABCD} \\ &= 2450 \text{ Sq.m} - 1950 \text{ Sq.m} = 500 \text{ Sq.m.} \end{aligned}$$



Area of square paths:

Example-7 : A square shaped swimming pool of side 70m. It has 5m width path is present the outer side of the boundary. Find the area of this path. Find the expenditure of covering that path with tiles at the rate of ` 150 per sq.m.

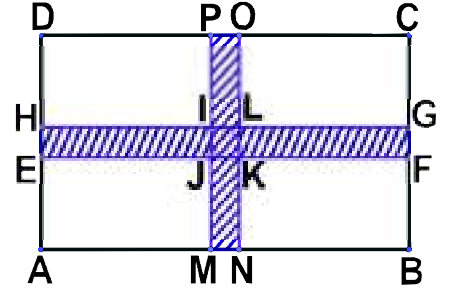
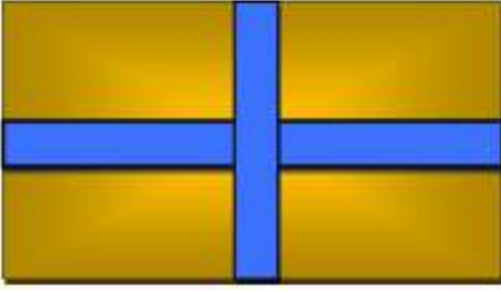
Solution : WXYZ shows a square shaped swimming pool of side 70m. 5m wide path to the outer side of the swimming pool.

Area of the path = Area of swimming pool PQRS with path – Area of swimming pool WXYZ

$$PS = \text{Side of swimming pool (WZ)} + (2 \times \text{breadth of path})$$



షేడ్ చేయబడిన బాట వైశాల్యం = EFGH వైశాల్యం + MNOP వైశాల్యం - (IJKL వైశాల్యం)



ఉదాహరణ-6 : దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 65 మీ, 30 మీ. పొలం బయట చుట్టూ 2.5 మీటర్ల వెడల్పుతో ఒక బాట ఏర్పాటు చేయబడింది. ఆ బాట యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.

సాధన : పటంలో ABCD అనేది దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం మరియు రంగు ఉన్న ప్రాంతం 2.5 మీ. వెడల్పు కలిగిన బాటను చూపుతుంది. EFGH బయటి దీర్ఘచతురస్రం (బాటతో కలిపిన పొలం).

ABCD పొడవు (AB) = 65 మీ., ABCD వెడల్పు (AD) = 30 మీ. బాట వెడల్పు = 2.5 మీ.

బాట వైశాల్యం = బయటి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం - లోపలి దీర్ఘచతురస్రం ABCD వైశాల్యం

$$\begin{aligned} \text{EFGH పొడవు (EF)} &= \text{పొలం పొడవు (AB)} + 2 \times \text{బాట వెడల్పు} \\ &= 65 \text{ మీ.} + 2 \times 2.5 \text{ మీ.} \\ &= 65 \text{ మీ.} + 5 \text{ మీ.} = 70 \text{ మీ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{EFGH వెడల్పు (EH)} &= \text{పొలం వెడల్పు (AD)} + 2 \times \text{బాట వెడల్పు} \\ &= 30 \text{ మీ.} + 2 \times 2.5 \text{ మీ.} \\ &= 30 \text{ మీ.} + 5 \text{ మీ.} = 35 \text{ మీ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{బయటి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం} &= \text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు} \\ &= 70 \times 35 \\ &= 2450 \text{ చ.మీ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{లోపలి దీర్ఘచతురస్రం ABCD వైశాల్యం} &= \text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు} \\ &= 65 \text{ మీ.} \times 30 \text{ మీ.} \\ &= 1950 \text{ చ.మీ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{బాట వైశాల్యం} &= \text{బయటి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం} - \text{లోపలి దీర్ఘచతురస్రం ABCD వైశాల్యం} \\ &= 2450 \text{ చ.మీ.} - 1950 \text{ చ.మీ.} = 500 \text{ చ.మీ.} \end{aligned}$$

చతురస్రాకార బాట వైశాల్యం

ఉదాహరణ-7 : ఒక చతురస్రాకార స్విమ్మింగ్ పూల్ భుజం పొడవు 70 మీ. దాని చుట్టూ బయట 5 మీ. వెడల్పు గల బాట కలదు. ఈ బాట యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి. బాటను టైల్స్ తో పరచటానికి ఒక చ.మీ.నకు రూ. 150 చొప్పున అయ్యే మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.

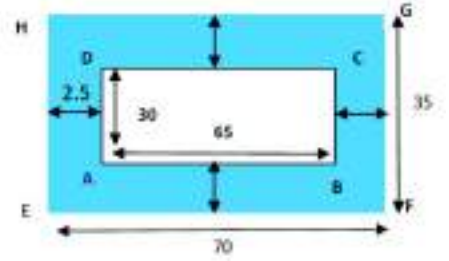
సాధన : WXYZ చతురస్రాకార స్విమ్మింగ్ పూల్ ని చూపిస్తుంది. స్విమ్మింగ్ పూల్ భుజం (WZ) = 70 మీ.

స్విమ్మింగ్ పూల్ యొక్క వెలుపలివైపు 5 మీ. వెడల్పు గల బాట కలదు.

PQRS బాటతో కల స్విమ్మింగ్ పూల్ బాట వైశాల్యం = బాటతో కల స్విమ్మింగ్ పూల్

PQRS వైశాల్యం - స్విమ్మింగ్ పూల్ WXYZ వైశాల్యం

$$PS = \text{స్విమ్మింగ్ పూల్ భుజం (WZ)} + 2 \times (\text{బాట వెడల్పు})$$



$$= 70\text{m} + (2 \times 5\text{m}) = 70\text{m} + 10\text{m}$$

$$= 80\text{m}$$

$$\text{Area of swimming pool with path PQRS} = (\text{Side})^2 = (80\text{m})^2$$

$$= 6400 \text{ Sq.m.}$$

$$\text{Area of swimming pool WXYZ} = (\text{Side})^2 = (70\text{m})^2$$

$$= 4900 \text{ Sq.m.}$$

$$\text{Area of path} = \text{Area of swimming pool PQRS with path}$$

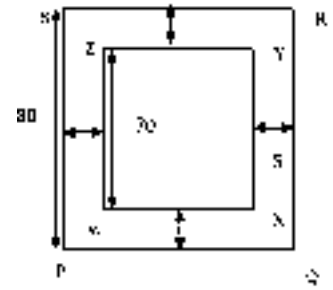
$$- \text{Area of swimming pool WXYZ}$$

$$= 6400 - 4900 = 1500 \text{ Sq.m.}$$

$$\text{If cost of covering tiles per 1 Sq.m.} = ₹ 150$$

$$\text{Cost of covering tiles per 1500 Sq.m.} = ₹ 150 \times 1500$$

$$= ₹ 2,25,000$$



Example-8 : The length of rectangular grass land is 55 m and breadth is 45 m in the centre of the grass land two paths of 3 m wide one parallel to the length and another parallel to breadth are situated in such a way that they intersect each other. Find the area of the path.

Solution : In fig. ABCD is rectangular grass land.

$$\text{Length of ABCD} = 55 \text{ m}$$

$$\text{Breadth of ABCD} = 45 \text{ m}$$

$$\text{Width of path} = 3 \text{ m}$$

$$\text{Area of path EFGH} = \text{Length} \times \text{Width}$$

$$= 55 \times 3$$

$$= 165 \text{ Sq.m}$$

$$\text{Area of path MNOP} = \text{Breadth} \times \text{Width}$$

$$= 45 \times 3 = 135 \text{ Sq.m.}$$

$$\text{Area of common path IJKL (situated on both paths)}$$

$$= \text{Width} \times \text{Width} = 3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$$

$$= 9 \text{ Sq.m.}$$

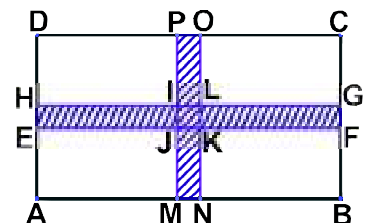
Area of square IJKL i.e., 9 Sq.m is included in both the paths. So we subtract one time.

$$\text{Area of total path} = \text{Area of path EFGH} + \text{Area of path MNOP} - \text{Area of IJKL}$$

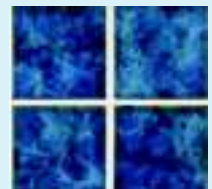
$$= (165 \text{ Sq.m.} + 135 \text{ Sq.m.} - 9 \text{ Sq.m.})$$

$$= (300 - 9) \text{ Sq.m.}$$

$$= 291 \text{ Sq.m.}$$



- 5 cm width white tiles arranged between square shaped blue tiles along sides as shown in the figure. If the side of the total arrangement is 150 cm, find the area of the arranged white tiles.



- 2 m wide path is present the outer side of the square grass land of side 80 m. Find the area of path and total expenditure of the path flooring with bricks, if the cost of flooring with bricks per sq.m is ₹ 200.

$$= 70 + 2 \times 5 = 70 + 10 = 80 \text{ మీ}$$

బాటతో కల స్విమ్మింగ్ పూల్ PQRS వైశాల్యం = (భుజం)² = (80 మీ)² = 6400 చ.మీ.

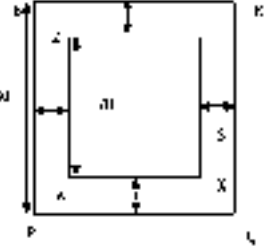
స్విమ్మింగ్ పూల్ WXYZ వైశాల్యం = (భుజం)² = (70 మీ.)² = 4900 చ.మీ.

బాట వైశాల్యం = బాటతో కల స్విమ్మింగ్ పూల్ PQRS వైశాల్యం - స్విమ్మింగ్ పూల్ WXYZ వైశాల్యం

$$= 6400 - 4900 = 1500 \text{ చ.మీ.}$$

టైల్స్ తో పరచటానికి ఒక చ.మీ.కు అగు ఖర్చు = ` 150

టైల్స్ తో పరచటానికి 150 చ.మీ.లకు అగు ఖర్చు = ` 150 × 1500 = ` 2,25,000



ఉదాహరణ-8 : దీర్ఘచతురస్రాకార గడ్డి భూమి పొడవు 55 మీ మరియు వెడల్పు 45 మీ. వెడల్పు గడ్డి భూమి మధ్యలో 3 మీ. వెడల్పు కలిగిన రెండు మార్గాలు ఒకటి పొడవుకు సమాంతరంగా మరియు మరొకటి వెడల్పుకు సమాంతరంగా ఒకదానికొకటి ఖండించే విధంగా ఉన్నవి. ఆ బాట వైశాల్యం కనుగొనండి.

సాధన : పటంలో ABCD ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార గడ్డిభూమి. ABCD పొడవు = 55 మీ, ABCD వెడల్పు = 45 మీ, బాట వెడల్పు = 3 మీ.

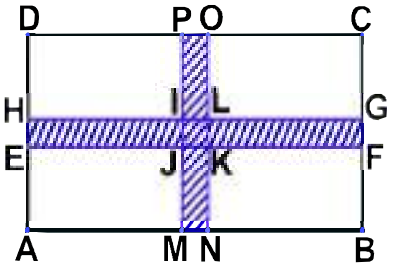
EFGH బాట వైశాల్యం = పొడవు × బాట వెడల్పు
= 55 × 3
= 165 చ.మీ.

బాట MNOP వైశాల్యం = వెడల్పు × బాట వెడల్పు
= 45 × 3
= 135 చ.మీ.

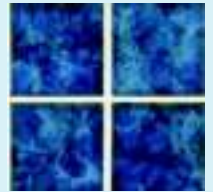
ఉమ్మడి బాట IJKL వైశాల్యం (రెండు బాటలు కలిసిన ప్రాంతం)
= బాట వెడల్పు × బాట వెడల్పు
= 3 × 3
= 9 చ.మీ.

IJKL చతురస్రం రెండు బాటలలో వున్నది అనగా 9 చ.మీ. రెండు బాటలలో కలదు. కావున ఒకసారి తీసివేస్తాము.

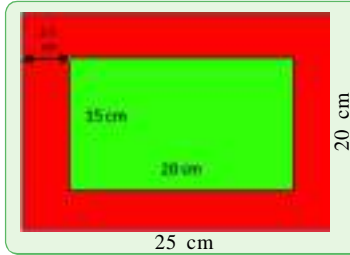
మొత్తం బాట వైశాల్యం = బాట EFGH వైశాల్యం + బాట MNOP వైశాల్యం - ఉమ్మడి బాట IJKL వైశాల్యం
= (165 + 135 - 9) చ.మీ.
= (300 - 9) చ.మీ = 291 చ.మీ.



1. పటంలో చూపించిన విధంగా చతురస్రాకారంలో నీలం రంగు టైల్స్ మధ్య 5 సెం.మీ వెడల్పు కలిగిన తెల్లటి టైల్స్ అమర్చబడ్డాయి. మొత్తం పరచిన స్థలం యొక్క భుజం 150 సెం.మీ. అయితే పరచబడిన తెల్లని టైల్స్ అమరిక యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.



2. 80 మీ. భుజంగా గల చతురస్రాకార గడ్డి మైదానం చుట్టూ బయట 2 మీటర్ల వెడల్పు ఉన్న బాట కలదు. బాట వైశాల్యం మరియు ప్రతి చ.మీ. ఇటుకలతో ఫ్లోరింగ్ కు అయ్యే ఖర్చు రూ. 200 అయితే ఫ్లోరింగ్ అగు మొత్తం ఖర్చు కనుగొనండి.



Prepare two coloured rectangles one is red colour of length 25 cm, breadth 20 cm. Another one is green of length 20 cm, breadth 15 cm and place smaller rectangle middle to the bigger rectangle, so, that 2.5 cm red colour formed outside to green colour rectangle. Find the area of red colour path.

Exercise - 5.2

1. The length and breadth of the tablet are 16cm, 8cm respectively. It has a inner side black border of 1 cm width around the screen. Find the area of the black border.



2. Revanth has a rectangular lawn of length 45 m and breadth 20 m in his garden. He wants to do flooring 5 m along outside the lawn for path. Find out the area of path. Find the cost of flooring at the rate ₹ 100 per sq.m.

3. The surface of water pool is in the shape of a square whose side is 450 cm. Its exterior 20 cm width edge part cemented along the side of the square. Find the area of that cemented part. Find cost for cementing if the rate is ₹ 15 per sq.cm.



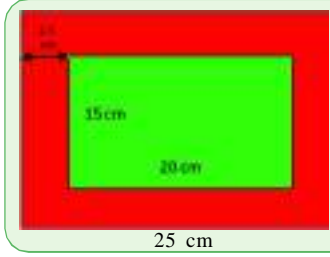
4. Two pathways parallel to the length and breadth have been constructed in the centre of the rectangular park whose length is 120 m and breadth is 90 m. If the width of each pathway is 15 m, find out expenditure of flooring on the pathway at the rate ₹ 80 per sq.m.

5. A photo frame of length 28 cm. and breadth 11 cm. has done decoration of 3 cm. along inside shown in the figure. Find the total area of decoration. If the cost of decoration is ₹ 2 per Sq.cm., find total cost of decoration.



5.3 Area of the circle

In the part of 'Nadu-Nedu' programme, Head master decided to arrange circular shape flower bed with radius 7 m in the premises of his school. How many flower plants needed if it takes 4 plants per sq. m. ?



రెండు దీర్ఘచతురస్రాలను తయారుచేయండి. పొడవు 25 సెం.మీ, వెడల్పు 20 సెం.మీ గల ఒక ఎరుపు రంగు దీర్ఘచతురస్రం, పొడవు 20 సెం.మీ, వెడల్పు 15 సెం.మీ గల మరియొక ఆకుపచ్చరంగు దీర్ఘచతురస్రం చేసి పెద్ద దీర్ఘచతురస్రంపై మధ్య చిన్న దీర్ఘచతురస్రాన్ని ఉంచండి. తద్వారా, ఆకుపచ్చ రంగు దీర్ఘచతురస్రం చుట్టూ వెలుపల 2.5 సెం.మీ ఎరుపు రంగు బాట ఏర్పడుతుంది. ఎరుపు రంగు బాట యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.

అభ్యాసము-5.2



1. ట్యాబ్ యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 16 సెం.మీ, 8 సెం.మీ. దాని తెర చుట్టూ లోపల 1 సెం.మీ వెడల్పు గల నలుపు అంచు కలిగి ఉంది. ఆ నలుపు అంచు యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.



2. రేవంత్ తన తోటలో 45 మీ పొడవు, 20 మీ వెడల్పుతో ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార లాన్ ను కలిగిఉన్నారు. అతడు ఆ మైదానం వెలుపల చుట్టూ 5 మీ. బాట ఫ్లోరింగ్ చేయాలని అనుకుంటున్నాడు. బాట వైశాల్యం కనుగొనండి. ప్రతి చ.మీ ఫ్లోరింగ్ చేయుటకు అగు ఖర్చు ` 100 అయిన ఫ్లోరింగ్ కు అగు మొత్తం ఖర్చు కనుగొనండి.

3. చతురస్రాకారంలోనున్న నీటి కొలను యొక్క ఉపరితల భుజం 450 సెం.మీ. కొలను చుట్టూ బయట 20 సెం.మీ. వెడల్పు అంచుభాగం సిమెంట్ చేయబడినది. ఆ సిమెంట్ చేయబడ్డ భాగం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి. ఆ భాగం సిమెంట్ చేయడానికి ఒక చ.సెం.మీ.కు అగు ఖర్చు ` 15 అయితే అంచు సిమెంట్ చేయడానికి అయ్యే మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.



4. పొడవు మరియు వెడల్పులకు సమాంతరంగా రెండు బాటలు దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు మధ్యలో నిర్మించబడ్డాయి. పార్కు పొడవు 120 మీ, వెడల్పు 90 మీ మరియు బాట వెడల్పు 15 మీ అయితే బాట వైశాల్యం కనుగొనండి. ప్రతి చ.మీ కు ` 80 చొప్పున ఖర్చు అయిన బాటను చదును చేయుటకు అగు మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.

5. పటంలో చూపించిన విధంగా 28 సెం.మీ పొడవు మరియు 11 సెం.మీ వెడల్పు కలిగిన ఫోటోఫ్రేమ్ చుట్టూ లోపల 3 సెం.మీ వెడల్పు అలంకరణ చేయబడింది. అలంకరణ యొక్క మొత్తం వైశాల్యం కనుగొనండి. ఒకవేళ ప్రతి చ.సెం.మీకి అలంకరణ ఖర్చు ` 2 అయితే అలంకరణకు అగు మొత్తం ఖర్చు కనుగొనండి.

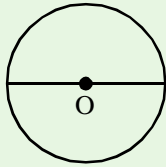

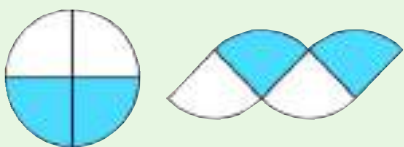
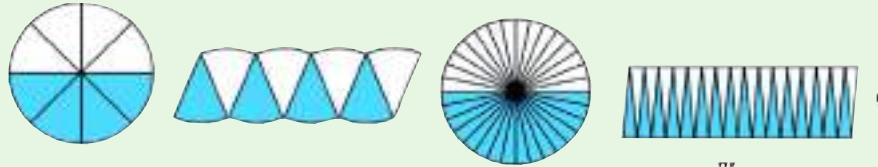


5.3 వృత్త వైశాల్యం :

'నాడు - నేడు' కార్యక్రమంలో భాగంగా, ప్రధానోపాధ్యాయులుగారు తమ స్కూలు ఆవరణలో 7 మీ. వ్యాసార్థంతో వృత్తాకార పూలవనంను ఏర్పాటుచేయాలని నిర్ణయించుకున్నారు. ఒక చ.మీ లో 4 మొక్కలు చొప్పున వనంలో ఎన్ని పూలమొక్కలు అవసరం అవుతాయి.

To solve the above problem it is need to find out the area of circle.
 Now let us find area of circle through area of rectangle by doing the following activity.



1. Draw a circle on a sheet of paper and cut it as shown in figure. 
2. Fold it once along its diameter to obtain two semicircles. Shade one half of the circle as shown. 
3. Again fold the 2 semicircles vertically middle and cut to get 4 sectors. These sectors are re-arranged and make them into a shape as shown below. 
4. Cut them by folding vertically middle of the sectors 4 sectors into 8, 8 sectors into 16 and 16 sectors into 32 as shown below and arrange them as shown in the figures given below. It look like rectangle approximately. 

Here, length of the rectangle (l) = Half of the perimeter of circle = πr ,

breadth of the rectangle (b) = radius of circle = r

We know that the area of the rectangle = $l \times b = \pi r \times r$ ($\because l = \pi r, b = r$)
 $= \pi r^2 = \text{Area of the circle.}$

So, the area of the circle $A = \pi r^2$

Now we solve above problem, where 'r' = 7m

Area of flower bed = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 22 \times 7 = 154 \text{ sq.m}$

Number of plants per sq.m = 4

Number of plants for 154 sq.m = $154 \times 4 = 616$ plants

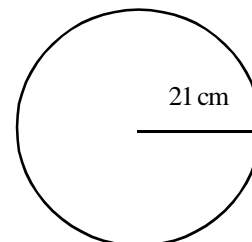
So Headmaster needs 616 plants for the flower bed.

Example-9 :

Find the area of the rangoli of it's radius is 21 cm.

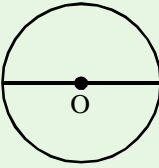

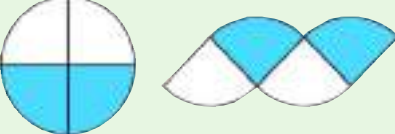
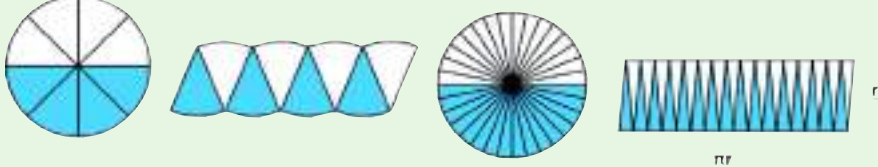
(Use $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution : Radius of rangoli (r) = 21 cm



పై సమస్యను పరిష్కరించడం కొరకు వృత్తం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనాల్సి ఉంటుంది. ఇప్పుడు దిగువ కృత్యం ద్వారా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం సహాయంతో వృత్తం యొక్క వైశాల్యం కనుగొందాం.



1. ఒక కాగితంపై వృత్తం గీయండి మరియు పటంలో చూపినట్లు కత్తిరించండి. 
2. వ్యాసం వెంబడి మడిచి కత్తిరించి ఒక భాగంను పటంలో చూపినవిధంగా రంగు వేయండి. 
3. మరల రెండు అర్థవృత్తాలను మధ్యకు నిలువుగా మడిచి 4 సెక్టార్లు చేసి పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చండి. 
4. సెక్టార్లను నిలువుగా మధ్యకు మడిచి 4 సెక్టార్లను 8 గా, 8 సెక్టార్లను 16 గా మరియు 16 సెక్టార్లను 32 గా చేసి పటంలో చూపినవిధంగా అమర్చండి. అది దాదాపు దీర్ఘచతురస్రస్రూపంలో కనిపిస్తుంది. 

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు (l) = πr (వృత్తపరిధిలో సగం), దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు (b) = r
 దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = $l \times b = \pi r \times r$ ($\because l = \pi r, b = r$)
 = $\pi r^2 =$ వృత్త వైశాల్యం

అయిన, వృత్త వైశాల్యం (A) = πr^2

ఇప్పుడు మనం పైన పేర్కొన్న సమస్యను పరిష్కరిద్దాం. ఇందులో ' r ' = 7 మీ

పూలవనం వైశాల్యం = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 22 \times 7 = 154$ చ.మీ

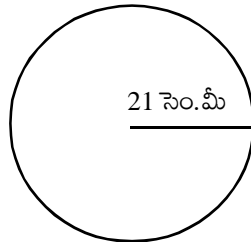
ప్రతి చ.మీ. కు అవసరం అగు మొక్కల సంఖ్య = 4

154 చ.మీ.కు అవసరం అగు మొక్కల సంఖ్య = $154 \times 4 = 616$ మొక్కలు

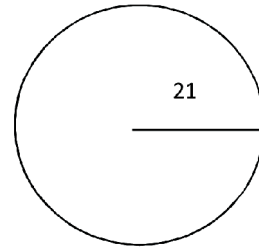
కాబట్టి ప్రధానోపాధ్యాయులకు పూలవనం కొరకు 616 మొక్కలు అవసరం అవుతాయి.

ఉదాహరణ-9 : వృత్తాకార రంగోలి వ్యాసార్థం 21 సెం.మీ అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనుము.

సాధన : రంగోలి వ్యాసార్థం (r) = 21 సెం.మీ.



Area of circular shaped rangoli = πr^2
 $= \frac{22}{7} \times 21 \text{ cm} \times 21 \text{ cm}$
 $= 1386 \text{ sq. cm}$
 Area of the circle = 1386 sq. cm



Example-10 : Find the surface area of a circular shaped pool whose diameter is 28 m (use $\pi = \frac{22}{7}$)

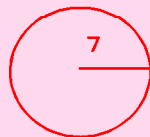
Solution : The diameter of circular shaped pool (d) = 28 m

Radius (r) = $\frac{28}{2} \text{ m} = 14 \text{ m}$

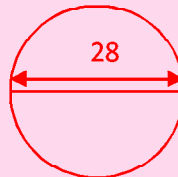
Area of a circular shaped pool = πr^2
 $= \frac{22}{7} \times (14\text{m})^2$
 $= \frac{22}{7} \times 14 \text{ m} \times 14 \text{ m}$
 $= 22 \times 2 \times 14 \text{ sq.m.}$
 $= 616 \text{ sq.m.}$



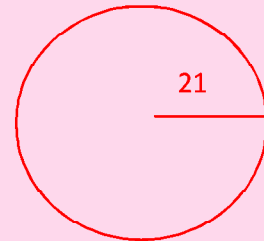
- The circumference of the circle shaped rangoli sheet is 88 cm. Find the radius of the circle and the area of the circle.
- Calculate the areas of circles shown in the figure.



(i)



(ii)



(iii)

Exercise - 5.3

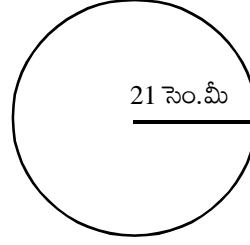


- The diameter of round table upper surface in Science lab is 70 cm. Find the area.



$$\begin{aligned} \text{వృత్తాకార రంగోలి వైశాల్యం} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \\ &= 1386 \end{aligned}$$

$$\text{వృత్త వైశాల్యం} = 1386 \text{ చ. సెం. మీ}$$



ఉదాహరణ-10 : 28 మీ వ్యాసం కలిగిన వృత్తాకార కొలను యొక్క (ఉపరితల) వైశాల్యం కనుగొనండి ($\pi = \frac{22}{7}$)

సాధన : వృత్తాకార కొలను వ్యాసం (d) = 28 మీ

$$\text{వ్యాసార్థం (r)} = \frac{28}{2} \text{ m} = 14 \text{ మీ}$$

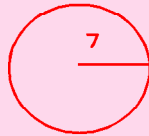
$$\begin{aligned} \text{వృత్తాకార కొలను వైశాల్యం} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 14^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ &= 22 \times 2 \times 14 \\ &= 616 \text{ చ. మీ.} \end{aligned}$$



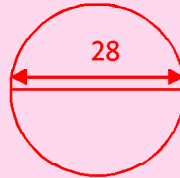
1. వృత్తాకార ముగ్గు పరిధి 88 సెం.మీ అయిన దాని వ్యాసార్థం మరియు వైశాల్యం కనుగొనుము.



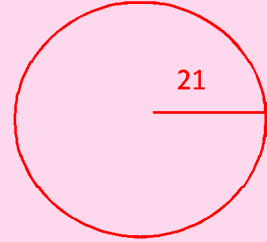
2. పటంలో చూపించబడ్డ వృత్తాల యొక్క వైశాల్యాలను లెక్కించండి.



(i)



(ii)



(iii)

అభ్యాసము-5.3



1. సైన్స్ ల్యాబ్లోని వృత్తాకార బల్ల ఉపరితలం యొక్క వ్యాసం 70 సెం.మీ అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనుము.



2. Radius of the circular shaped wall painting is 14 cm. Calculate the area of wall painting.



3. If the area of circular shaped dart board is 1386 sq.cm. Find its radius and diameter.

4. Circumference of the circular shaped clock is 44 cm. Find the radius and surface area of the clock.



5. The circumference of a circular shaped lawn in a park is 352 m. Find the area of the circular shaped lawn. If cost of grass per sq. m is ` 30 then find total cost of laying grass on lawn.

5.4 Area of circular paths

Look at the adjacent figure, we take 'R' as outer circle radius, 'r' as inner circle radius then the area of circular pathway

$$= \text{Area of outer circle} - \text{Area of inner circle}$$

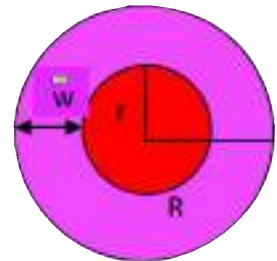
$$= \pi R^2 - \pi r^2$$

$$= \pi (R^2 - r^2)$$

$$= \pi (R + r)(R - r) \text{ sq. units}$$

Note : If 'r' and 'w' given then 'R' = (r + w)

Similarly if 'R' and 'w' given, then 'r' = R - w where 'w' is width of path.



Example-11 : In a circular shaped park inner portion is given for kids to play and outer portion is given for walking to elders. If outer radius is 35 m, width of walking track is 14 m, then find the area of walking path.

Solution :

Outer radius of park (R) = 35 m, Width of walking track = 14 m.

Radius of playground (r) = R - w = 35 - 14 = 21 m.

Area of walking track = Area of the park - Area of playing ground.

$$= \pi R^2 - \pi r^2$$



2. వృత్తాకార గోడ చిత్రం వ్యాసార్థం 14 సెం.మీ అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనుము.



3. వృత్తాకార డార్ట్ బోర్డ్ వైశాల్యం 1386 చ.సెం.మీ అయిన దాని వ్యాసార్థం మరియు వ్యాసం కనుగొనుము.

4. వృత్తాకార ఆకారంలో ఉండే గడియారం యొక్క చుట్టుకొలత 44 సెం.మీ. గడియారం యొక్క వ్యాసార్థం మరియు ఉపరితల వైశాల్యం కనుగొనండి.



5. పార్కులో వృత్తాకార ఆకారంలో ఉండే గడ్డిమైదానం యొక్క చుట్టుకొలత 352 మీ. అయిన ఆ మైదానం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి. ఒకవేళ చ.మీ గడ్డి ఖర్చు రూ.30 అయితే లాన్లో గడ్డి వేయడానికి అయ్యే మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.

5.4 వృత్తాకార బాట లేదా కంకణం యొక్క వైశాల్యం

పక్క పటాన్ని గమనించండి. మనం 'R' ని బాహ్య వృత్త వ్యాసార్థంగా, 'r' ని లోపలి వృత్తం వ్యాసార్థంగా తీసుకుంటే, అప్పుడు

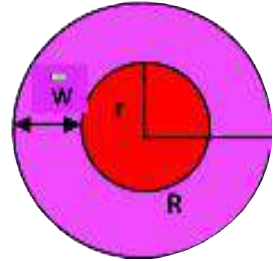
వృత్తాకార బాట యొక్క వైశాల్యం లేదా కంకణం యొక్క వైశాల్యం

$$= \text{బయటి వృత్త వైశాల్యం} - \text{లోపలి వృత్త వైశాల్యం} = \pi R^2 - \pi r^2$$

గమనిక : ఒకవేళ 'r' మరియు 'w' ఇచ్చిన 'R' = (r + w)

ఇదేవిధంగా ఒకవేళ 'R' మరియు 'w' మనకు ఇచ్చిన 'r' = R - w ఇక్కడ 'w'

అనేది బాటయొక్క వెడల్పు.



ఉదాహరణ-11 : ఒక వృత్తాకార పార్కు లోపల భాగం పిల్లలు ఆడుకోవడానికి, దానిచుట్టూ బయట పెద్దలు నడవడానికి ఇవ్వబడినది. పార్క్ బయటి వ్యాసార్థం 35 మీ మరియు నడిచే బాట వెడల్పు 14 మీ అయిన నడిచే బాట వైశాల్యం కనుగొనుము.

సాధన : పార్క్ బయటి వ్యాసార్థం (R) = 35 మీ,

నడిచే బాట యొక్క వెడల్పు = 14 మీ

ఆడుకునే భాగం యొక్క వ్యాసార్థం (r) = R - w = 35 - 14 = 21 మీ.

నడిచే బాట వైశాల్యం = పార్క్ యొక్క వైశాల్యం - ఆడుకునే భాగం వైశాల్యం

$$= \pi R^2 - \pi r^2$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{22}{7} \times 35^2 - \frac{22}{7} \times 21^2 \\
&= \frac{22}{7} (35^2 - 21^2) \\
&= \frac{22}{7} (1225 - 441) \\
&= \frac{22}{7} \times 784 = 22 \times 112 = 2461 \text{ sq.m}
\end{aligned}$$

Example-12 : A water fountain is in circular shaped whose radius is 10 m. Its inner portion of radius 3m is arranged for fountain and remaining part is cemented. Find the area of that cemented part and total cost of cementing if cost of cementing is ₹ 200 per sq.m.

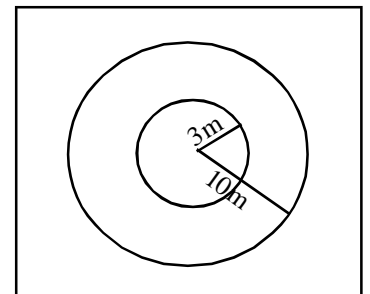


Solution : Radius for total water fountain (R) = 10 m

Radius of fountain arranged portion (r) = 3 m

Area of cemented part = Area of total water fountain – Area of fountain arranged portion

$$\begin{aligned}
&= \pi R^2 - \pi r^2 \\
&= \frac{22}{7} \times (10)^2 - \frac{22}{7} \times (3)^2 \\
&= \frac{22}{7} [(10)^2 - (3)^2] \\
&= \frac{22}{7} (100 - 9) \text{ sq.m.} \\
&= \frac{22}{7} \times 91 \text{ sq.m.} \\
&= 22 \times 13 \\
&= 286 \text{ sq.m}
\end{aligned}$$



Given the cost of cementing per sq.m = ₹ 200

$$\begin{aligned}
\text{Total cost of cementing} &= 286 \times 200 \\
&= ₹ 5,72,000
\end{aligned}$$



Radius of circular shaped grass land is 11 m. A goat is tied with a rope of length 4 m at the centre then find the area of grass land that the goat can not graze.



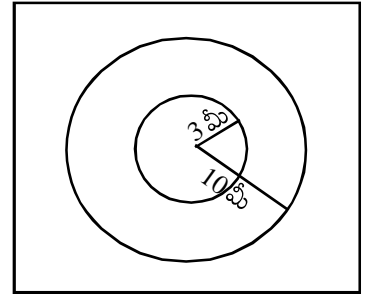
$$\begin{aligned}
&= \frac{22}{7} \times 35^2 - \frac{22}{7} \times 21^2 \\
&= \frac{22}{7} (35^2 - 21^2) \\
&= \frac{22}{7} (1225 - 441) \\
&= \frac{22}{7} \times 784 = 22 \times 112 = 2461 \text{ చ.మీ}
\end{aligned}$$

ఉదాహరణ-12: 10 మీ వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార వాటర్ ఫౌంటెన్ లోపల 3 మీ ఫౌంటెన్ కొరకు వాడబడెను. మిగిలిన భాగంను సిమెంట్ చేసారు. సిమెంట్ చేసిన భాగం వైశాల్యంను కనుగొనుము. ఒక చ.మీ ` 200 చొప్పున సిమెంట్ చేయుటకు అగు మొత్తం ఖర్చు ఎంత ?



సాధన: మొత్తం నీటి ఫౌంటెన్ (R) వ్యాసార్థం = 10 మీ
ఫౌంటెన్ అమర్చిన భాగం యొక్క వ్యాసార్థం (r) = 3 మీ

$$\begin{aligned}
\text{సిమెంట్ చేసిన భాగం వైశాల్యం} &= \text{మొత్తం నీటి ఫౌంటెన్ వైశాల్యం} - \text{ఫౌంటెన్ అమర్చిన భాగవైశాల్యం} \\
&= \pi R^2 - \pi r^2 \\
&= \frac{22}{7} \times (10)^2 - \frac{22}{7} \times (3)^2 \\
&= \frac{22}{7} [(10)^2 - (3)^2] \\
&= \frac{22}{7} (100 - 9) \text{ sq.m.} \\
&= \frac{22}{7} \times 91 \text{ sq.m.} \\
&= 22 \times 13 \\
&= 286 \text{ చ.మీ}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\text{ప్రతి చ.మీ.ను సిమెంట్ చేయుటకు అగు ఖర్చు} &= \text{ ` } 200 \\
286 \text{ చ.మీ. లను సిమెంట్ చేయుటకు అగు ఖర్చు} &= 286 \times 200 \\
&= \text{ ` } 5,72,000
\end{aligned}$$



వృత్తాకార గడ్డి మైదానం వ్యాసార్థం 11 మీ. దానిలో కేంద్రం వద్ద ఒక మేకను 4 మీ పొడవు కలిగిన తాడుతో కట్టిన మేక మేయలేని గడ్డిభూమి వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



Exercise - 5.4

1. The radius of a circular shaped park is 40 m. A path of width 7 m. is laid around outside the park . Find the area of circular path.



2. Bhuvanesh builds a circular lawn of radius 28 m. in front of his house. A path of 7 m. width is laid around outside the lawn. Find the area of the circular path.

3. A water fountain is in circular shaped whose radius is 12 m. Its inner portion 5 m. arranged for fountain remaining part cemented. Find the area of that cemented part. Find the cost for cementing, if the rate is ₹ 150 per Sq. m.



4. The radius of circular shaped cricket ground is 55 m. A lobby of 5 m. width has been constructed inside of the ground for the purpose of sitting the people. Find the area of lobby. Find the cost of total constructing sitting arrangement, if the rate of construction is ₹ 1500 per Sq. m.

Unit Exercise

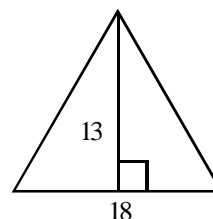
1. Match the following :

- | | | |
|--------------------------------------|-----|---------------------|
| i) Area of triangle | () | (a) πr^2 |
| ii) Area of circle | () | (b) $\frac{1}{2}bh$ |
| iii) Area of a right-angled triangle | () | (c) $\frac{1}{2}ab$ |

2. Write the formulae of the following:

- i) Area of the rectangular path
- i) Area of the square path
- ii) Area of the circular path

3. Find the area of a triangle if its base is 18 cm, height is 13 cm.



అభ్యాసము-5.4



1. వృత్తాకార పార్క్ వ్యాసార్థం 40 మీ. దాని చుట్టూ బయట 7 మీ వెడల్పు బాట కలదు. అయిన ఆ బాట వైశాల్యం ఎంత ?



2. భవనేష్ తన ఇంటిముందు 28 మీ వ్యాసం గల వృత్తాకార గడ్డి మైదానం నిర్మించెను. దానిచుట్టూ బయట 7 మీ వెడల్పు గల బాట నిర్మించిన దాని వైశాల్యం కనుగొనుము.

3. 12 మీ వ్యాసార్థం గల వృత్తాకార వాటర్ ఫౌంటెన్ లోపల 5 మీ ఫౌంటెన్ కారకు వాడబడెను. మిగిలిన భాగంను సిమెంట్ చేసారు. సిమెంట్ చేసిన భాగం వైశాల్యంను కనుగొనుము. సిమెంట్ చేయుటకు ఒక చ.మీ కు ఖర్చు ` 150 చొప్పున సిమెంట్ చేయుటకు అగు మొత్తం ఖర్చు కనుగొనండి.



4. వృత్తాకార క్రికెట్ మైదానం వ్యాసార్థం 55 మీ. మైదానం లోపల ఆట చూసేవారు కూర్చోనుటకు 5 మీ. లాబీ ఏర్పాటు చేయబడింది. లాబీ వైశాల్యం కనుగొనుము. లాబీలో కూర్చోనుటకు సీట్ల ఏర్పాటుకొరకు చ.మీ.కు ` 1500 చొప్పున అగు మొత్తం ఖర్చు కనుగొనుము.

యూనిట్ అభ్యాసం

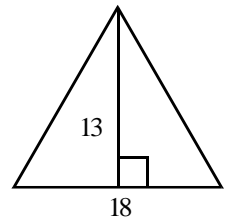
1. క్రింది వానిని జతపరచండి.

- | | | | |
|------------------------------|-----|-----|-----------------|
| i) త్రిభుజ వైశాల్యం | () | (a) | Πr^2 |
| ii) వృత్త వైశాల్యం | () | (b) | $\frac{1}{2}bh$ |
| iii) లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం | () | (c) | $\frac{1}{2}ab$ |

2. క్రింది వానికి సూత్రములు రాయండి.

- i) దీర్ఘచతురస్రాకార బాట వైశాల్యం
- ii) చతురస్రాకార బాట వైశాల్యం
- iii) వృత్తాకార బాట వైశాల్యం

3. ఒక త్రిభుజం యొక్క భూమి 18 సెం.మీ, ఎత్తు 13 సెం.మీ అయితే త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనండి.



4. In a park a rectangular path given outside for walking around the grassland of length 28 m. breadth 20 m. If the width of the working area is 2 m., find the area of walking path.



5. The elevation of building have square shaped window of a side 150 cm. Around this window tiles arranged with a width of 70 cm. Find the area of tiles and total cost of tiles arranged, if cost per sq.cm. is ₹ 5.

6. Two cross roads, each of width 4 m, run at right angles through the centre of a rectangular park of length 60 m and breadth 40 m and parallel to its sides. Find the area of the roads. Also find the cost of constructing the roads at the rate of ₹ 100 per sq.m.



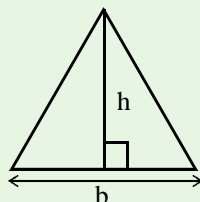
7. Find the area of the circular shaped photo frame whose radius 28 cm. If the cost of decoration is ₹ 3 per sq. cm., find total cost of decoration.

8. Find the path area of circular shaped grassland of radius 42 m where width of the path is 7 m. around and outside the circle. Find the area of path and total cost of flooring, if the cost of flooring ₹ 150 per sq.m.

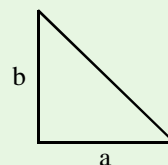


Points to Remember

1. Area of triangle = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}$
 $= \frac{1}{2} \times b \times h$



2. Area of a right-angled triangle = $\frac{1}{2}$ product of sides forming the right angle
 $= \frac{1}{2} a \times b$



4. ఒక ఉద్యానవనంలో 28 మీ. పొడవు, 20 మీ. పొడవు గల గడ్డిభూమి చుట్టూ నడవడానికి ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార బాట ఇవ్వబడింది. బాట వెడల్పు 2 మీ. అయితే నడిచే మార్గం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.



5. భవనం 150 సెం.మీ చతురస్రాకార కిటికీని కలిగి ఉంటుంది. ఈ కిటికీ చుట్టూ 70 సెం.మీ వెడల్పుతో టైల్స్ అమర్చబడి ఉన్నవి. ఆ అమరికకు ప్రతి చ.సెం.మీ కు అగు ఖర్చు ` 5. అయితే టైల్స్ యొక్క వైశాల్యం మరియు టైల్స్ అమరికకు అగు మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.

6. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార పార్కు పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా 60 మీ, 40 మీ. దాని మధ్యలో రెండు క్రాస్ రోడ్లు, ఒక్కొక్కటి 4 మీ వెడల్పు గలవి. దాని భుజాలకు సమాంతరంగా కలవు. ఆ రహదారుల వైశాల్యం కనుగొనండి. రోడ్లు నిర్మించడానికి చ.మీ ` 100 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అగును?

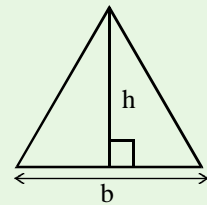


7. 28 సెం.మీ వ్యాసార్థం కలిగిన వృత్తాకార ఫోటో ఫ్రేమ్ యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి. దాని అలంకరణకు ప్రతి చ.సెం.మీ కి ఖర్చు ` 3 గా ఉంటే మొత్తం అలంకరణ అయ్యే మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.

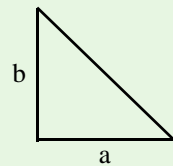
8. 42 మీ వ్యాసార్థం కలిగిన వృత్తాకార గడ్డిభూమి చుట్టూ బయట 7 మీ వెడల్పు గల బాట కలదు. బాట యొక్క వైశాల్యం మరియు ప్రతి చ.మీ ఫ్లోరింగ్ ఖర్చు ` 150 అయితే, ఫ్లోరింగ్ యొక్క మొత్తం ఖర్చును కనుగొనండి.



1. త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}$
 $= \frac{1}{2} \times b \times h$



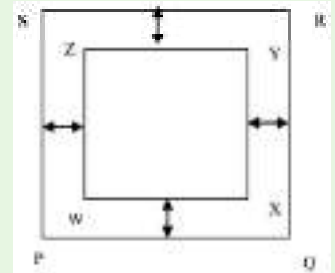
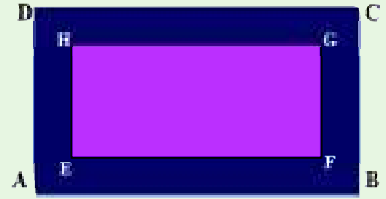
2. లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times \text{లంబకోణం గల భుజాల లబ్ధం}$
 $= \frac{1}{2} \times a \times b$



3. The area of the rectangular path = Area of outer rectangle ABCD
 – Area of inner rectangle EFGH
 $= (L \times B) - (l \times b)$

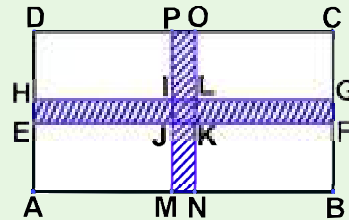
Note: If path is outside the rectangle of length (l), breadth (b)
 then $L = l + 2w$, $B = b + 2w$.

If path is inside the rectangle of length (L), breadth (B)
 then $l = L - 2w$, $b = B - 2w$.

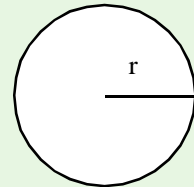


4. The Area of square path = Area of outer square PQRS – Area of inner square WXYZ.

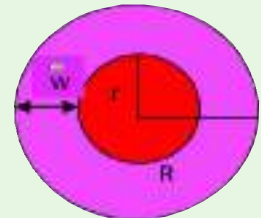
5. Area of shaded portion = Area of EFGH + Area of MNOP – Area of IJKL



6. The area of the circle $A = \pi r^2$



7. The area of circular path = Area of outer circle – Area of inner circle
 $= \pi R^2 - \pi r^2$
 $= \pi (R^2 - r^2)$
 $= \pi (R + r)(R - r)$ sq.units



Note : If inner circle radius ' r ' and width of path ' w ' are given then outer circle radius ' R ' = $(r + w)$

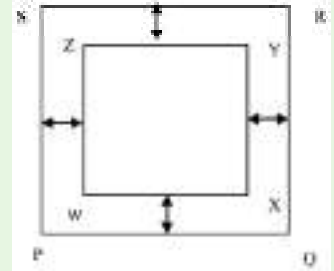


3. దీర్ఘచతురస్రాకార బాట యొక్క వైశాల్యం = బయటి దీర్ఘచతురస్రం
 ABCD వైశాల్యం - లోపలి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం
 = $(L \times B) - (l \times b)$

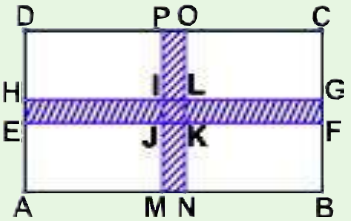


గమనిక : బాట పొడవు (l) వెడల్పు (b) దీర్ఘచతురస్రం బయటివైపు ఉన్న $L = l + 2w$, $B = b + 2w$,
 బాట పొడవు (L) వెడల్పు (B) దీర్ఘచతురస్రం లోపలివైపు ఉన్న $l = L - 2w$, $b = B - 2w$

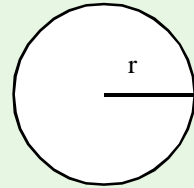
4. చతురస్రాకార బాట వైశాల్యం = బయటి చతురస్రం PQRS వైశాల్యం
 - లోపలి చతురస్రం WXYZ వైశాల్యం



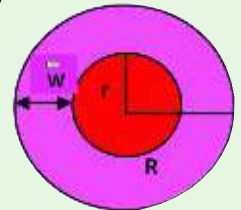
5. షేడ్ చేసిన బాట వైశాల్యం = బాట EFGH వైశాల్యం + బాట MNOP వైశాల్యం - ఉమ్మడి బాట IJKL వైశాల్యం



6. వృత్త వైశాల్యం $A = \pi r^2$



7. వృత్తాకార బాట యొక్క వైశాల్యం = బయటి వృత్త వైశాల్యం - లోపలి వృత్త వైశాల్యం
 = $\pi R^2 - \pi r^2$
 = $\pi (R^2 - r^2)$
 = $\pi (R + r)(R - r)$ చ.యూ.



గమనిక : ఒకవేళ లోపలి వృత్తవ్యాసార్థం 'r' మరియు బాట వెడల్పు 'w' ఇవ్వబడ్డట్లయితే, అప్పుడు బయటి వృత్తవ్యాసార్థం $R = (r + w)$



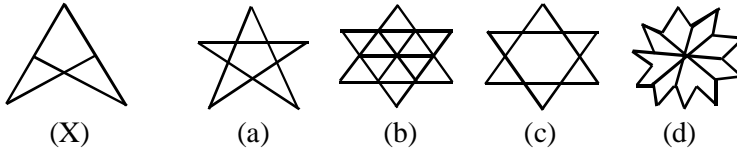


REASONING CORNER (NON VERBAL)

1. Embedded Figures

The problem figure (X) is given, answer figures as (a), (b), (c) & (d) given besides. The problem figures as a hidden figure of answer figure and one should identify that figure.

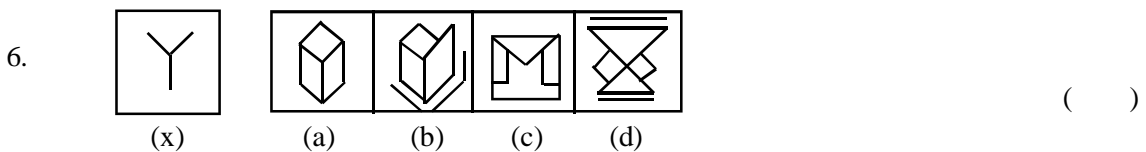
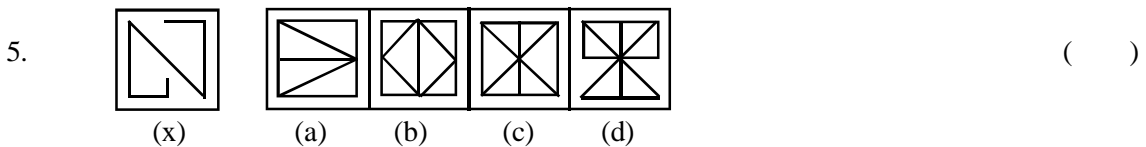
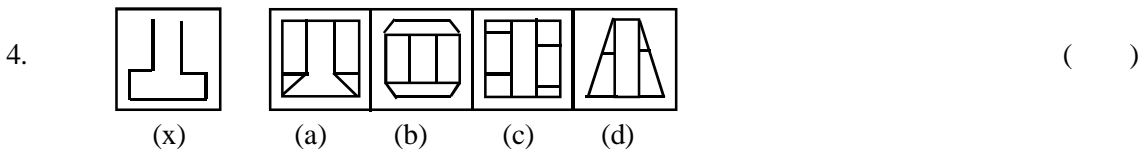
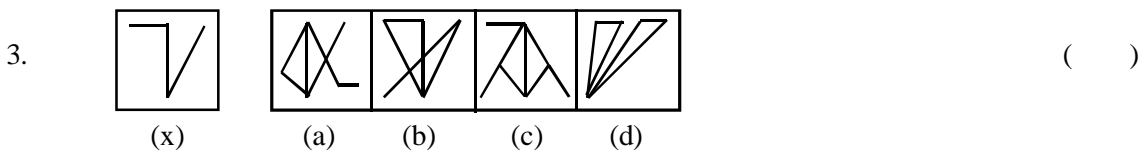
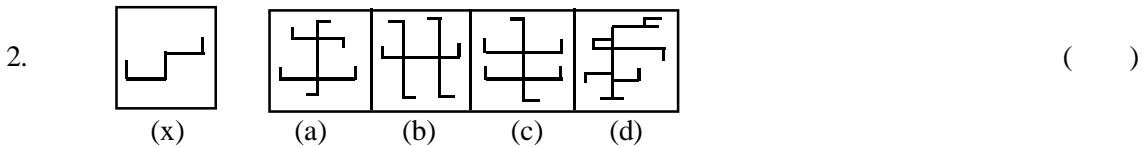
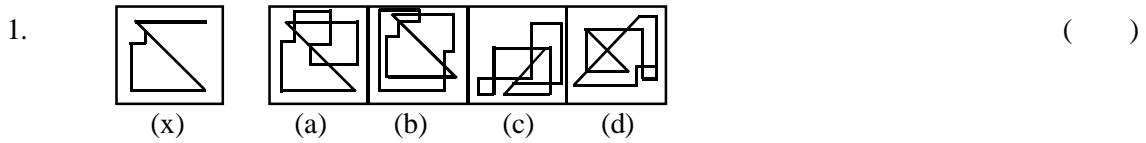
Example



Solution (A)

Practice questions :

In each question below, you are given a figure (x) followed by four figure (a), (b), (c) and (d) such that (x) is embedded in one of them. Trace out the correct alternative.



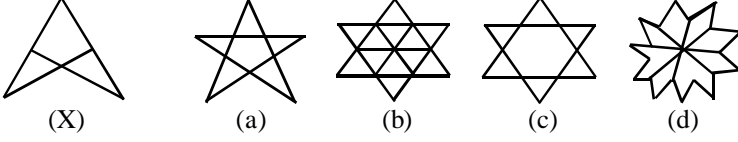


తార్కిక ప్రశ్నలు (అశాబ్దిక)

1. ఇమిడియున్న పటాలు :

సమస్యా పటం (X) నకు ప్రక్కనే సమాధాన పటాలు (a), (b), (c) & (d) లు ఇవ్వబడినవి. సమస్యాపటంలో ఇవ్వబడిన పటం, ఏ సమాధాన పటంలో ఇమిడిఉన్నదో గుర్తించండి.

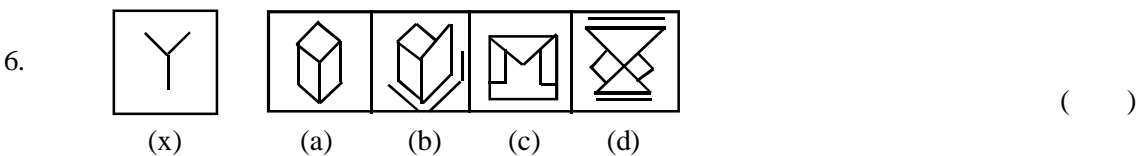
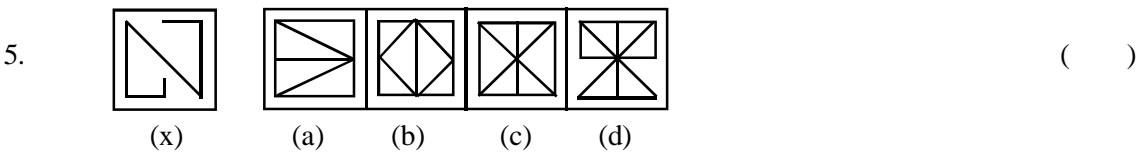
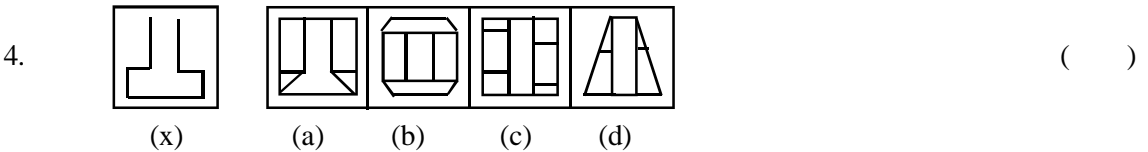
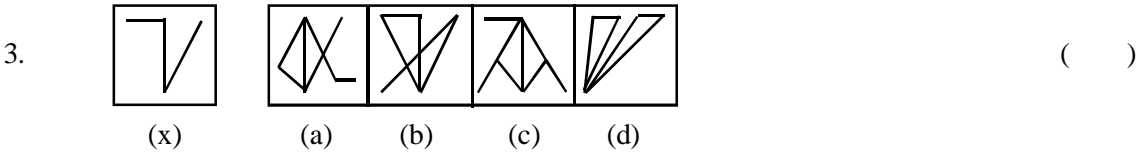
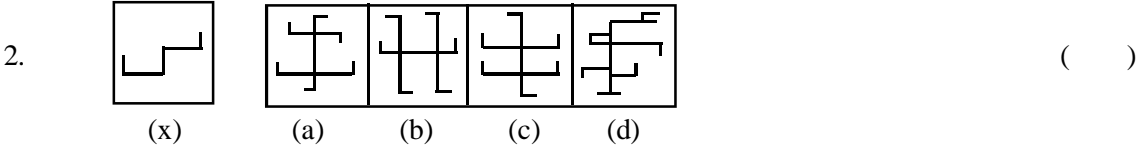
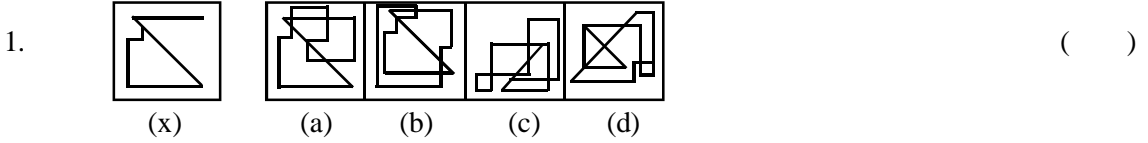
ఉదాహరణ :

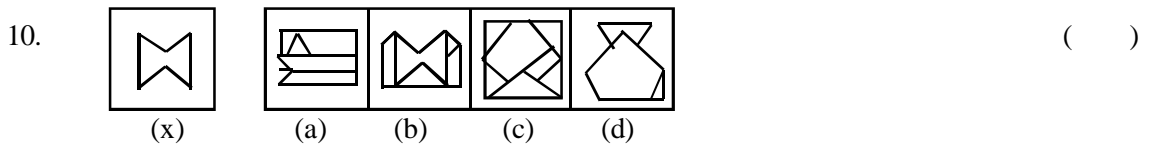
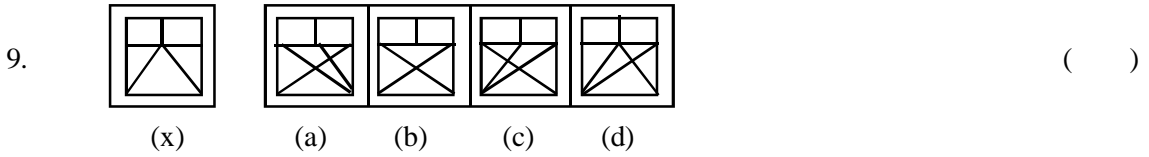
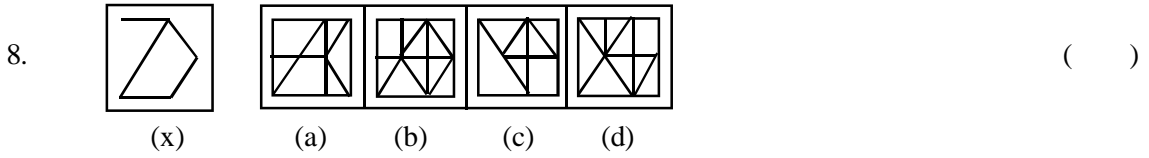
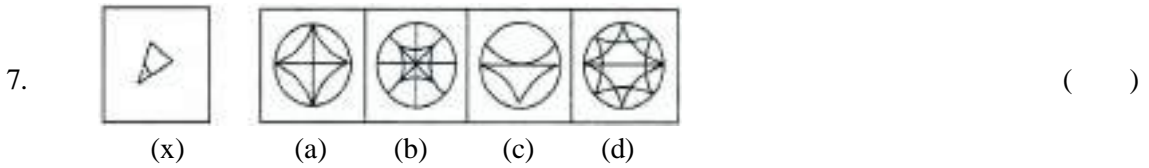


సాధన (A)

సాధనా ప్రశ్నలు :

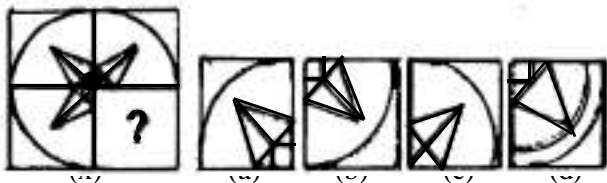
క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి ప్రశ్నలో ఒక సమస్యాపటం (X), నాలుగు సమాధాన పటాలు (a), (b), (c) మరియు (d) లు ఇవ్వబడినవి. సమస్యా పటంలో ఇవ్వబడిన ఏ సమాధాన పటంలో పొందుపరచబడినదో గుర్తించి సరైన ఐచ్ఛికాన్ని రాయండి.



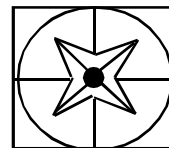


2. Figure completion

Example : Select a figure from the four alternatives, when that placed in the missing portion of the original figure as shown by figure (x) would complete the pattern ()

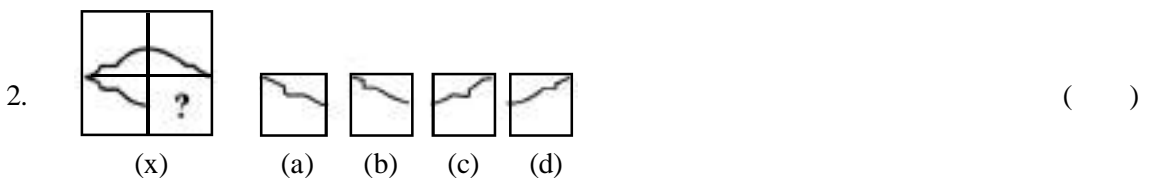
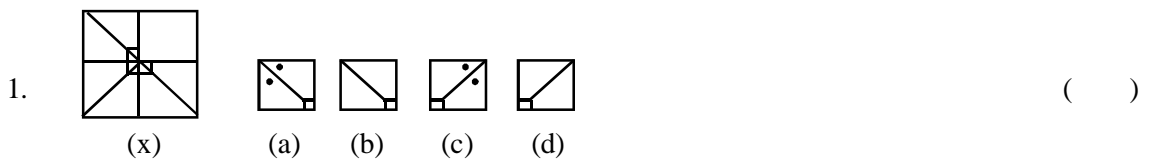


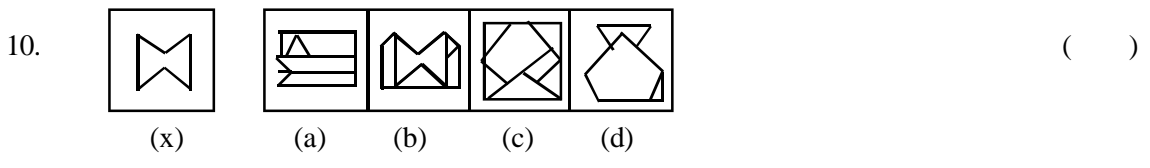
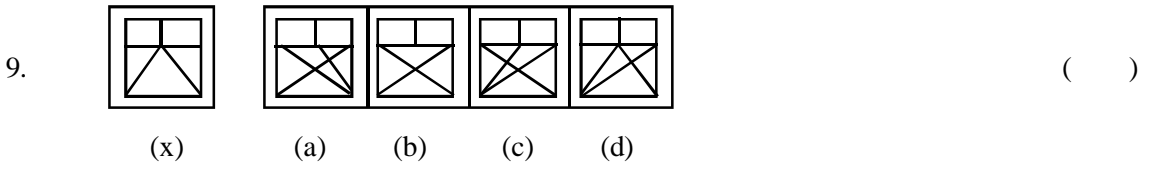
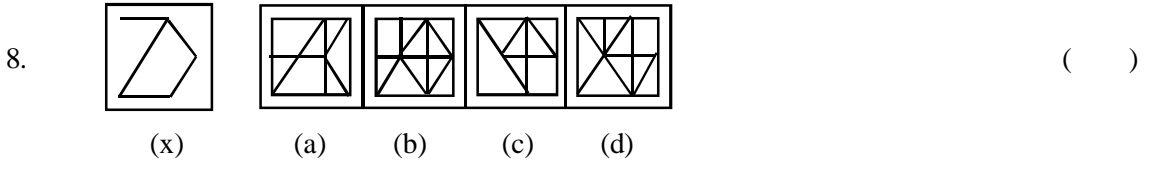
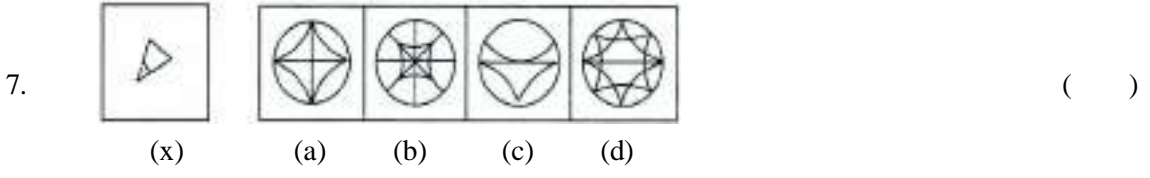
Solution: It is clear that option (2) completes the original figure which looks like the figure given beside



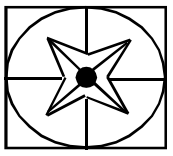
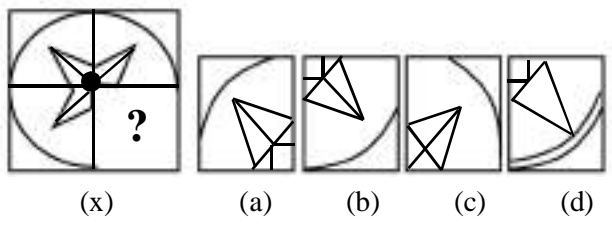
Practice questions :

To complete the figure (x), choose correct figure from the given answer figure (a),(b),(c) and (d).



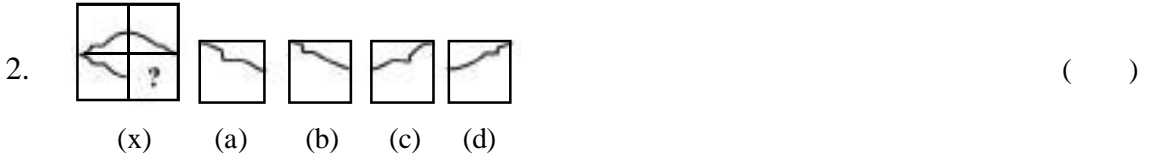
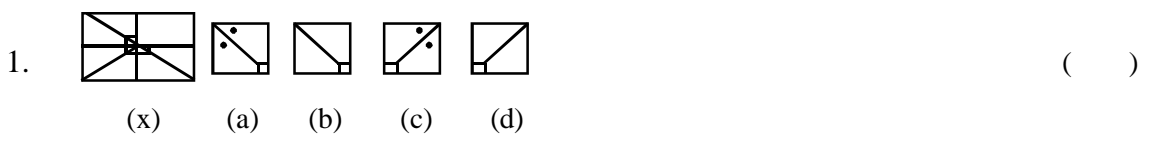


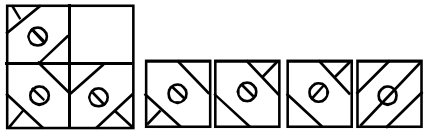
2. పూరణ చిత్రాలు : సమస్య చిత్రంలోని మిగిలిన భాగాన్ని పూరించే విధంగా క్రింద ఇవ్వబడిన నాలుగు సమాధానాల నుండి సరైన సమాధానాన్ని ఎన్నుకొని రాయండి.



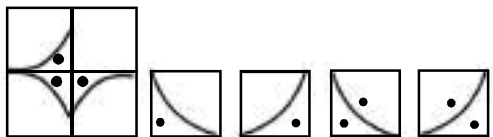
సాధన : సమాధానం (2) సరైన విధంగా చిత్రాన్ని పూరించేస్తుందని మనం గుర్తించగలం. సమాధాన పటాన్ని అమర్చిన తర్వాత ప్రక్కనున్న విధంగా అసలు పటం కనిపిస్తుంది.

సాధనా ప్రశ్నలు : సమస్య చిత్రం (x), ను సరైన విధంగా పూరించేలా క్రింద ఇవ్వబడిన సమాధాన చిత్రాలు (a),(b),(c) మరియు (d) ల నుండి సరైన దానిని ఎన్నుకోండి.

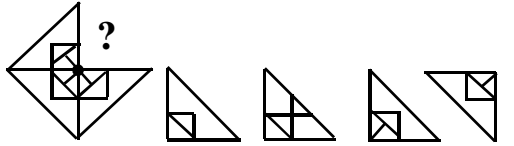


3.  ()


(x) (a) (b) (c) (d)

4.  ()

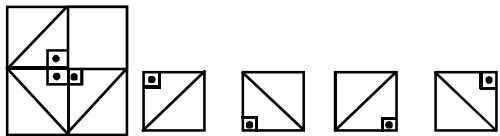
(x) (a) (b) (c) (d)

5.  ()

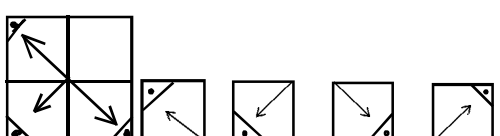
(x) (a) (b) (c) (d)

6.  ()

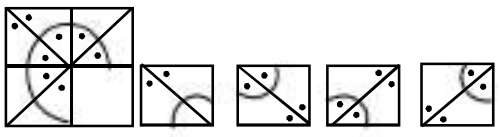
(x) (a) (b) (c) (d)

7.  ()

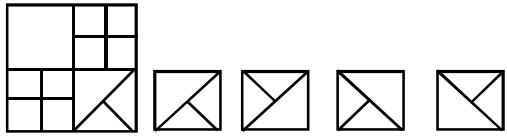
(x) (a) (b) (c) (d)

8.  ()

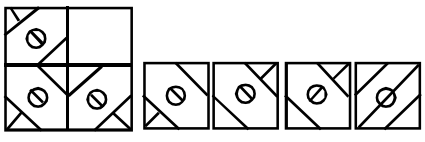
(x) (a) (b) (c) (d)

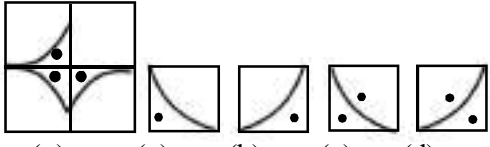
9.  ()

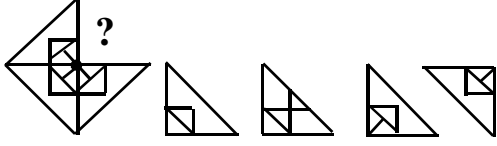
(x) (a) (b) (c) (d)

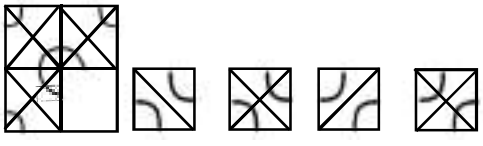
10.  ()

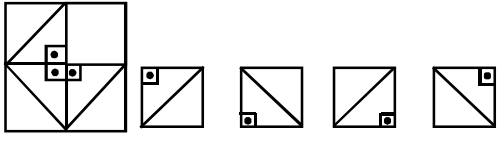
(x) (a) (b) (c) (d)

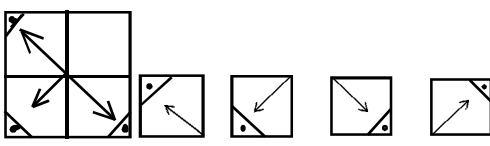
3.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

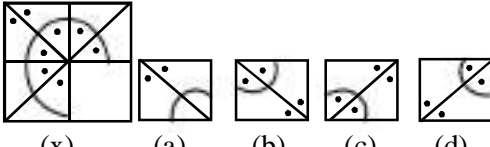
4.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

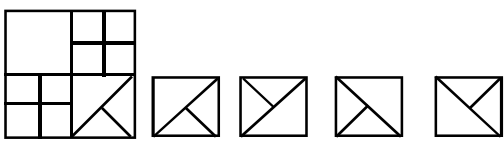
5.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

6.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

7.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

8.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

9.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)

10.  ()
 (x) (a) (b) (c) (d)



Learning Outcomes

The learner is able to

- | recognise and compare shapes which are in symmetry.
- | explain the nature of symmetry in a figure.
- | identify the symmetrical figures and draw line(s) of symmetry.
- | understand and differentiate Line symmetry, Rotational symmetry and Point symmetry.
- | give examples for various symmetries.
- | appreciate the applications of symmetry in various shapes and figures in the real-life situations.

Content Items

- 6.0 Introduction
- 6.1 Line Symmetry of regular polygons
- 6.2 Rotational Symmetry
- 6.3 Point Symmetry
- 6.4 Tessellations



6.0 Introduction:

Look at following picture and speak about what you have noticed regarding symmetry in the picture.



1. What do you observe in this picture?
2. Can you name the different shapes in picture?

సౌష్ఠవము



అభ్యసన ఫలితాలు

అభ్యాసకులు :

- 1. సౌష్ఠవానికి సంబంధించిన ఆకారాలను పోల్చడం, గుర్తించడం చేస్తారు.
- 2. పటంలో సౌష్ఠవం యొక్క స్వభావాన్ని వివరించగలరు.
- 3. సౌష్ఠవాకారంలో ఉన్న పటాలను గుర్తించగలరు మరియు సౌష్ఠవ రేఖలను గీస్తారు.
- 4. రేఖీయ సౌష్ఠవం, భ్రమణ సౌష్ఠవం మరియు బిందు సౌష్ఠవాలను అవగాహన చేసుకుని, తేడాలను గుర్తించగలరు.
- 5. వేర్వేరు సౌష్ఠవాలకు సంబంధించిన వివిధ ఉదాహరణలను చెప్పగలరు.
- 6. నిత్యజీవితానికి సంబంధించిన వివిధ ఆకారాలు మరియు పటాలలో ఉన్న సౌష్ఠవం యొక్క అనువర్తనాలను ప్రశంసిస్తారు.

విషయసూచిక

- 6.0 పరిచయం
- 6.1 క్రమ బహుభుజుల రేఖా సౌష్ఠవాక్షాలు
- 6.2 భ్రమణ సౌష్ఠవం
- 6.3 బిందు సౌష్ఠవం
- 6.4 పేర్చిన అమరికలు



C2N4F6

6.0 పరిచయం

ఈక్రింది చిత్రములను చూసి, సౌష్ఠవాన్ని గూర్చి నీవు పరిశీలించిన అంశాలను చెప్పండి.



1. పై చిత్రంలో నీవు ఏమి గమనించావు?
2. చిత్రంలో గల వివిధ ఆకారాల పేర్లను చెప్పగలవా?

- Which figures are looking attractive and beautiful? Why?
- Which figures are in symmetry?
- Can you draw line(s) of symmetry for them?

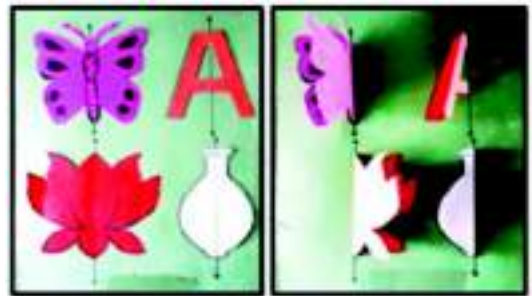
We use symmetry in several situations of real life. Let us recall the concepts of symmetry which we have learnt in the previous class.

Line symmetry

Look at the following figures. If we fold them exactly to their equal halves, one half of each figure exactly coincides with other half.

- What do we call such figures?
- What do we call the line along which we fold the figures so that, one half coincides with the other?

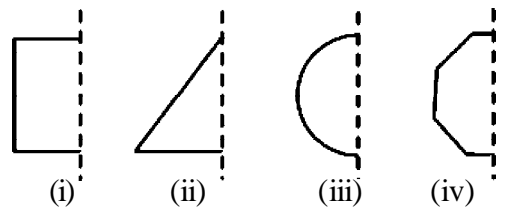
They are called symmetric figures and the line which cuts them exactly into two identical is called **line of symmetry** or **axis of symmetry**.



Review Exercise

- In the following figures, the mirror line (i.e., the line of symmetry) is given as a dotted line.

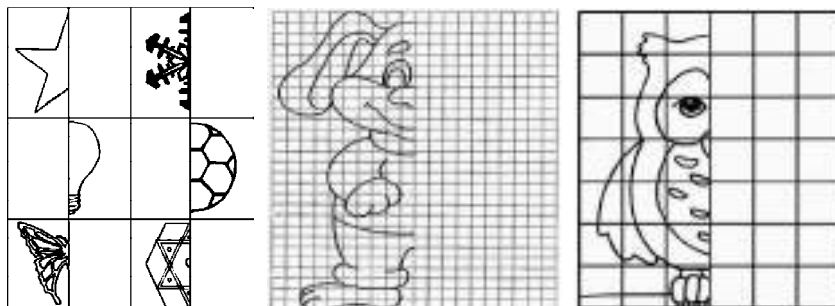
Complete each figure performing reflection in the dotted (mirror) line. (You might perhaps place a mirror along the dotted line and look into the mirror for the image).



- Which of the following figures are having line symmetry? Write YES or NO in the given below the figure boxes.



- Draw the other half of the each symmetrical shape for the following pictures.



3. ఏ చిత్రాలు అందంగా, ఆకర్షణీయంగా కనిపిస్తున్నాయి? ఎందుకు?
4. ఏ చిత్రాలు సౌష్ఠవం కలిగియున్నాయి?
5. నీవు వాటికి రేఖా సౌష్ఠవాలను గీయగలవా?

మనం మన నిజజీవితంలో వివిధ సందర్భాలలో సౌష్ఠవంని ఉపయోగిస్తాం. ముందు తరగతిలో నేర్చుకున్న సౌష్ఠవానికి సంబంధించిన భావనలను జ్ఞప్తికి తెచ్చుకుందాం.

రేఖా సౌష్ఠవం

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి. వాటిని సరిగ్గా సగానికి మడిచినపుడు మడిచిన ఒక భాగము మరొక భాగంతో ఏకీభవిస్తుంది.

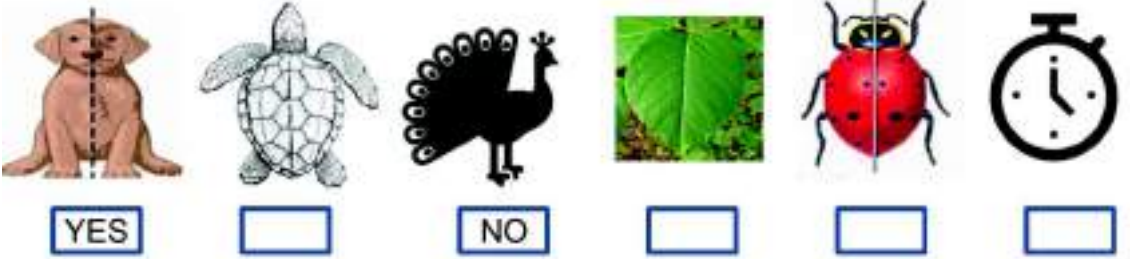
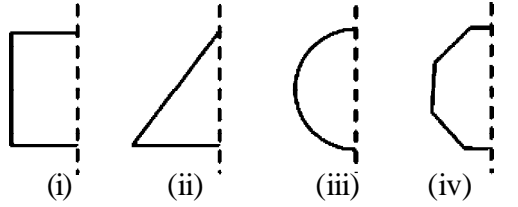
- 1. అలాంటి పటాలను ఏమని పిలుస్తారు?
- 2. ఆ పటాలలో ఒక భాగం మరొక భాగంతో ఏకీభవించేటట్లుగా మడిచిన భాగం వెంబడి రేఖను మనం ఏమంటాము?

వాటిని సౌష్ఠవ పటాలు అంటాము మరియు రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే రేఖను రేఖాసౌష్ఠవం లేదా సౌష్ఠవాక్షం

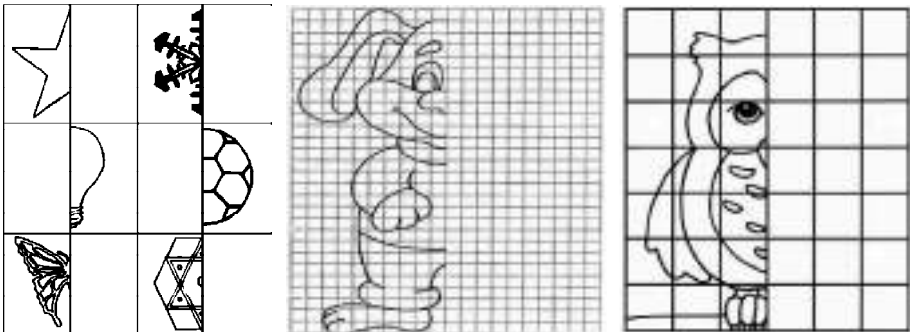


పునర్నిమర్శ ఆభ్యాసం

1. క్రింద ఇచ్చిన పటాలలో, ప్రతిబింబరేఖ (సౌష్ఠవరేఖ) చుక్కల రూపంలో చూపడమైనది. చుక్కల గీతను ఉపయోగించి ప్రతి పటాన్ని పరావర్తనం ఆధారంగా పూర్తిచేయండి. (మీరు చుక్కల గీత వెంబడి అడ్డం పెట్టిన అడ్డంలో మిగిలిన ప్రతిబింబాన్ని చూపించునని స్పష్టంగా గమనించవచ్చు.)
2. క్రింది పటాలలో ఏవి రేఖాసౌష్ఠవం కలిగి ఉన్నాయి? పటం క్రింద ఇచ్చిన పెట్టెలలో అవును లేదా కాదు వ్రాయండి.



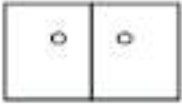


3. ఇచ్చిన ప్రతి సౌష్ఠవ పటానికి మిగిలిన సగభాగాన్ని గీయండి.





Take a rectangular paper. Fold it in the middle of it as in two halves. Punch a hole at any place. Open the paper and observe it.

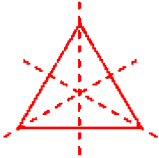
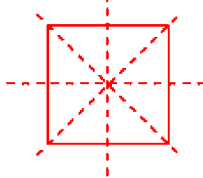
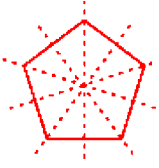
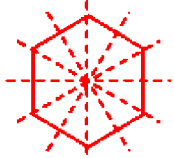
		
Fold a sheet into two halves.	Punch a hole.	Are two holes symmetric?

- | The fold is a line (or axis) of symmetry.
- | Make punches at different locations on the folded paper open the paper.
- | Now it is in symmetrical shape line along folded part is line symmetry.

6.1 Line symmetry for regular polygons:

A polygon with all equal sides and equal angles is called a ‘**Regular Polygon**’.

The lines of symmetry for some regular polygons:

Regular Polygons	Equilateral Triangle	Square	Regular Pentagon	Regular Hexagon
				
No. of lines of symmetry	(3)	(4)	(5)	(6)



- | Take a square shaped paper (Figure-1).
- | Fold it vertically first, then horizontally (Figure-2 & 3).
- | Then fold along a diagonal such that the paper takes a triangular shape (Figure 4).
- | Cut the folded edges as shown in the figure-5 or as you wish .
- | Now open the piece of paper (Figure-6).

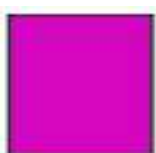


Fig.-1



Fig.-2



Fig.-3



Fig.-4





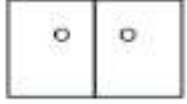
Fig.-5



Fig.-6



దీర్ఘచతురస్రాకార పేపర్‌ను తీసుకోండి. దానిని రెండు సమాన భాగాలుగా ఉండేట్లుగా సగానికి మడవండి. ఎక్కడో ఒకచోట రంధ్రాన్ని చేయండి. పేపరును తెరిచి పరిశీలించండి.

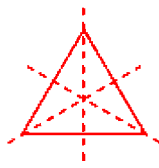
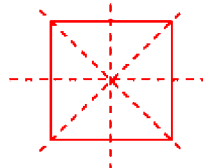
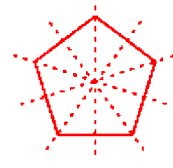
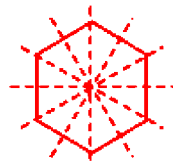
		
కాగితాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా మడవండి.	రంధ్రం చేయండి.	రెండు రంధ్రములు సౌష్ఠ్యంగా ఉన్నాయా?

- మడత అంచు రేఖా సౌష్ఠ్యం (సౌష్ఠ్యవాక్రము) అవుతుంది.
- మడచిన కాగితంపై వేరువేరు చోట్ల రంధ్రాలు చేయండి, పేపరును తెరిచి పరిశీలించండి.
- ఇప్పుడు ఇవి సౌష్ఠ్యంగా ఉన్నాయి. మడిచిన భాగం వెంబడి రేఖ రేఖాసౌష్ఠ్యం అగును.

6.1 క్రమ బహుభుజుల రేఖాసౌష్ఠ్యవాక్రములు:

సమాన భుజాలు మరియు సమాన కోణాలు కలిగిన బహుభుజిని 'క్రమబహుభుజి' అంటారు.

కొన్ని క్రమ బహుభుజులకు సౌష్ఠ్యవాక్రములు :

క్రమ బహుభుజులు	సమబాహు త్రిభుజం	చతురస్రం	క్రమ పంచభుజి	క్రమ షడ్భుజి
				
సౌష్ఠ్యవాక్రముల సంఖ్య	(3)	(4)	(5)	(6)



- చతురస్రాకార కాగితం తీసుకోండి (పటం-1).
- మొదటగా దానిని నిలువుగా, తరువాత అడ్డంగా మడవండి (పటం-2 & 3).
- తరువాత దానిని త్రిభుజాకారం వచ్చునట్లుగా కర్ణం వెంబడి మడవండి (పటం-4).
- మడచిన అంచులను పటము-5లో చూపిన విధంగా లేదా నీకు నచ్చినవిధంగా కత్తిరించండి.
- ఇప్పుడు కాగితపు మడతలను తెరవండి (పటం-6).



పటం-1



పటం-2



పటం-3



పటం-4



పటం-5



పటం-6

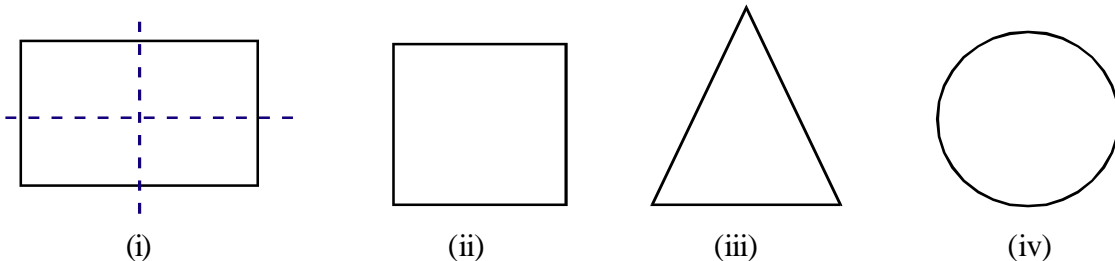
- | Observe the figure-6, it is symmetrical figure.
- | It is having multi lines or axes of symmetry.



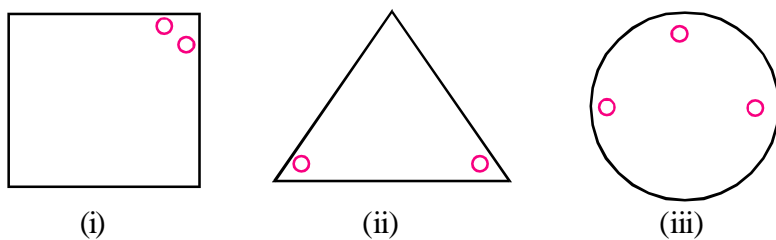
1. Find relation between the number of sides of regular polygon and its lines of symmetry?
2. How many lines of symmetry can be drawn to a circle?

Exercise 6.1

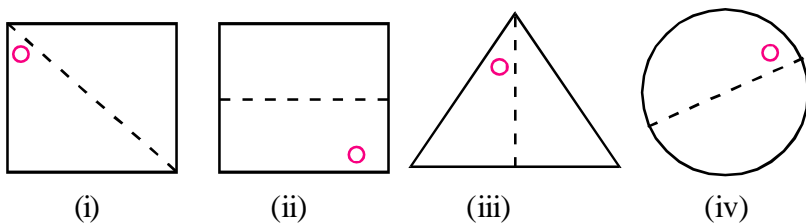
1. Draw the possible line(s) of symmetry for the following figures, as shown in Figure-(i).



2. Observe the figures with punched holes and draw the axes of symmetry.



3. Mark the other dot to become the following dotted line in the picture as line symmetry.



4. State the number of lines of symmetry for the following figures and draw them.

- (i) An equilateral triangle (ii) An isosceles triangle (iii) A scalene triangle

5. Construct an equilateral triangle with a length of side 4cm and draw all possible lines of symmetry (No need to write the steps of constructions).
6. Construct the triangle with the base 4.5cm and base angle 45° each. Draw all possible lines of symmetry (No need to write the steps of constructions).

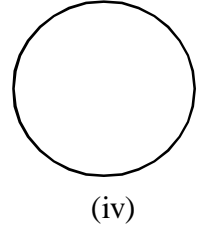
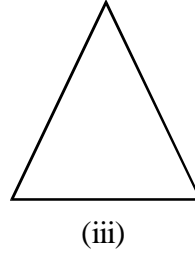
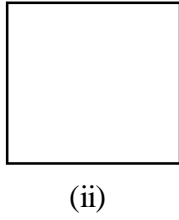
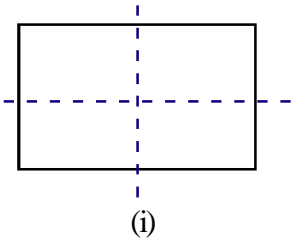
- 1. పటం-6 ను గమనించండి. ఇది సౌష్ఠవపటం.
- 2. ఇది అనేక సౌష్ఠవాక్షములు లేక రేఖాసౌష్ఠవములను కలిగియున్నది.



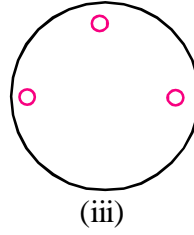
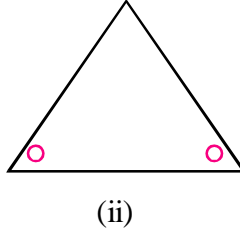
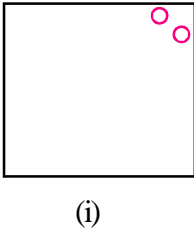
1. క్రమబహుభుజి యొక్క భుజాలు మరియు వాటి రేఖాసౌష్ఠవంకు మధ్య గల సంబంధం కనుగొనండి.
2. ఒక వృత్తమునకు ఎన్ని సౌష్ఠవ రేఖలను గీయగలము?

అభ్యాసం-6.1

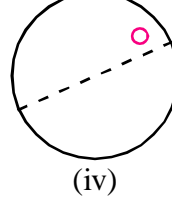
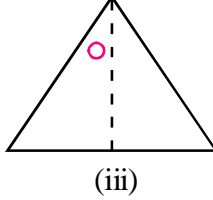
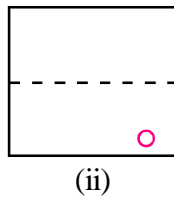
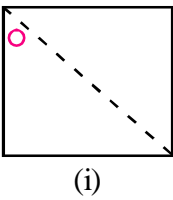
1. ఒకటవ పటములో మాదిరి క్రింద ఇచ్చిన పటములకు సాధ్యమైనన్ని సౌష్ఠవ రేఖలను గీయండి.



2. కింద ఇచ్చిన రంధ్రాలు గల పటాలను పరిశీలించి సౌష్ఠవ అక్షాలను గీయండి.



3. ఇచ్చిన పటాలలో చుక్కల రేఖ సౌష్ఠవ రేఖ అగునట్లు మరొక చుక్కను గుర్తించండి.



4. కింద ఇచ్చిన వాటికి గల సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య రాయండి మరియు వాటిని గీయండి.

(i) సమబాహు త్రిభుజం (ii) సమద్విబాహు త్రిభుజం (iii) విషమబాహు త్రిభుజం

5. 4 సెం.మీ. భుజం గల సమబాహు త్రిభుజం నిర్మించి దానికి సాధ్యమైనన్ని సౌష్ఠవాక్షాలను గీయండి (నిర్మాణ సోపానాలు రాయనవసరం లేదు).

6. 4.5 సెం.మీ. భూమి మరియు 45° భూకోణములు ఉండునట్లు త్రిభుజం గీయండి. దానికి సాధ్యమైనన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు గీయండి. (నిర్మాణ సోపానాలు రాయనవసరం లేదు).



1. Draw any three shapes basing on below sentences :
- (i) no line of symmetry (ii) one line of symmetry
 (iii) two lines of symmetry (iv) three lines of symmetry

6.2 Rotational Symmetry

A ceiling fan, hands of clock, the wheel of a bicycle etc. are said to be in motion when they rotate. The direction in which the hands of a clock move is clockwise direction. If opposite it is said to be anticlockwise direction. The wheel of a bicycle rotates in both the directions.

When a figure rotates, its shape and size do not change. The rotation turns a figure about a fixed point. This fixed point is called **the centre of rotation**. What is the centre of rotation of the hands of a clock? Think about it. The angle of turning during rotation is called **the angle of rotation**. Do you know a full rotation means? A full rotation means 360° .

What is the measure of the angle of rotation for: (i) a half-turn? (ii) a quarter-turn?

A half-turn means rotation by 180° , a quarter-turn is rotation by 90° .

When it is 12 O'clock, the hands of a clock are together. By 3 O'clock, the minute hand would have made three complete turns, but the hour hand would have made only a quarter-turn. What can you say about their positions at 6 O'clock?



Let us make a paper wind wheel:

- | Take a paper and cut it into the shape of a square.
- | Fold it along the diagonals.
- | Starting from one corner, cut the paper along the diagonals towards the centre, up to one fourth of the length of the diagonal. Do the same from the remaining corners.
- | Fold the alternate corners towards the centre.
- | Fix the mid point to a stick with a pin so that the paper rotates freely.
- | Face it in the opposite direction of the wind. You will see its rotation.



Now, let us rotate the paper wind-wheel by 90° . After each rotation you will see that the wind-wheel looks exactly the same. The paper wind-wheel has rotational symmetry.

Thus, if we rotate a figure, through its centre point through an angle 360° and the figure looks exactly the same as it was at least twice, then, we say that the figure has rotational symmetry and the angle of rotational symmetry is the smallest angle for which the figure can be rotated to coincide with itself. The order of rotational symmetry is the number of times the figure coincides with itself as it rotates through 360° .



1. క్రింద ఇచ్చిన వాక్యాలకు అనుగుణంగా మూడు ఆకారాలను గీయండి :
- (i) సౌష్ఠవాక్షము లేనిది (ii) ఒకే ఒక సౌష్ఠవాక్షము కలది
(iii) 2 సౌష్ఠవాక్షములు కలది (iv) 3 సౌష్ఠవాక్షములు కలది

6.2 భ్రమణ సౌష్ఠవం

సీలింగ్ ఫ్యాను, గడియారంలోని ముళ్ళు, సైకిల్ చక్రము మొదలైనవి తిరుగుతున్నప్పుడు చలనంలో ఉంటాయి. గడియారంలోని ముళ్ళు తిరిగే దిశను సవ్యదిశ, వ్యతిరేకమైనచో అపసవ్యదిశ అంటారు. సైకిల్ చక్రములు రెండు దిశల్లోనూ భ్రమణం చెందుతాయి.

ఏదైనా పటం భ్రమణం చెందినప్పుడు దాని ఆకారం, పరిమాణం మారదు. ఈ భ్రమణము ఒక బిందువు కేంద్రంగా జరుగుతుంది. ఈ స్థిరబిందువును **భ్రమణ కేంద్రం** అంటారు. గడియారంలోని ముల్లు యొక్క భ్రమణ కేంద్రము ఏది? ఆలోచించండి. భ్రమణము చేయునప్పుడు తిరిగే కోణాన్ని భ్రమణ కోణము అంటారు. పూర్తి భ్రమణము అంటే మీకు తెలుసా? ఒక పూర్తి భ్రమణము అనగా 360° .

అర్థభ్రమణము, పావు భ్రమణము యొక్క భ్రమణ కోణములు ఎంత?

అర్థ భ్రమణము అనగా 180° , పావు భ్రమణము అనగా 90° .

సమయం 12:00 అయినప్పుడు గడియారంలోని ముళ్ళు ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవిస్తాయి. మూడు గంటలకు నిమిషాల ముల్లు 3 పూర్తి భ్రమణములు చేయగా, గంటల ముళ్ళు పావు భ్రమణం మాత్రమే చేస్తుంది. 6 గంటల సమయానికి గడియారపు ముళ్ళు ఏ స్థితిలో ఉంటాయి?



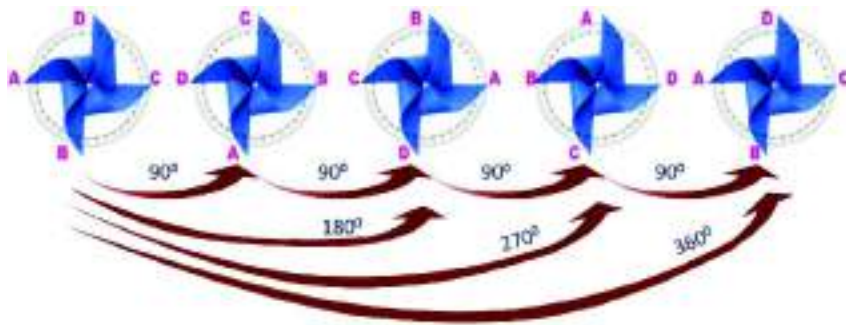
ఒక కాగితపు గాలిచక్రం తయారుచేద్దాం.

- | ఒక కాగితాన్ని తీసుకొని చతురస్రాకారంలో కత్తిరించండి.
- | కర్ణాల వెంట మడవండి.
- | ఒక మూల నుండి కర్ణం వెంట కేంద్రం వైపుకు పావుభాగం వరకు కత్తిరించండి. ఇదేవిధంగా మిగిలిన మూలలనుండి కూడా చేయండి.
- | ఎదురెదురుగా ఉన్న మూలలను కేంద్రం వైపు మడవండి.
- | మధ్య బిందువును ఒక పుల్లకు గుండునూడితో పేపర్ తిరగడానికి వీలుగా గుచ్చండి.
- | దీనిని గాలికి ఎదురుగా ఉంచండి. ఇప్పుడు మీరు అది భ్రమణం చెందడం చూస్తారు. కాగితపు గాలి చక్రాన్ని 90 డిగ్రీల కోణంలో భ్రమణం చెందించండి. ప్రతి భ్రమణం తరువాత గాలి చక్రము ఒకేలాగా కనిపిస్తుంది. కనుక కాగితపు గాలిచక్రము భ్రమణ సౌష్ఠవం కలిగిఉంది.



ఈవిధంగా ఒక పటం కేంద్ర బిందువు ద్వారా 360° భ్రమణం చెందించిన, కనీసం రెండుసార్లు ఒకేలాగా కనిపిస్తే, ఆ పటం భ్రమణ సౌష్ఠవాన్ని కలిగిఉంటుంది. ఆ పటం భ్రమణం చేయునప్పుడు ఏ కనిష్ట కోణానికి అదే పటంతో ఏకీభవిస్తుందో, అదే భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం. ఒక పటం 360° భ్రమణం చెందునప్పుడు ఎన్నిసార్లు అదే పటంతో ఏకీభవిస్తుందో అదే భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణం అంటారు.

Observe the rotation of paper wind wheel through an angle of 360° .



In a full turn, there are precisely four positions (on rotation through the angles 90° , 180° , 270° and 360°) when the paper windmill looks exactly the same. Because of this, we say it has a rotational symmetry of order 4 about its centre. We can observe that in this activity.

Note: When a square is rotated by 90° . So, the angle of rotational symmetry for a square is 90° .

(i)	The centre of rotation is the centre of the paper wind mill
(ii)	The angle of rotational symmetry is 90° .
(iii)	The direction of rotation is anti-clockwise.



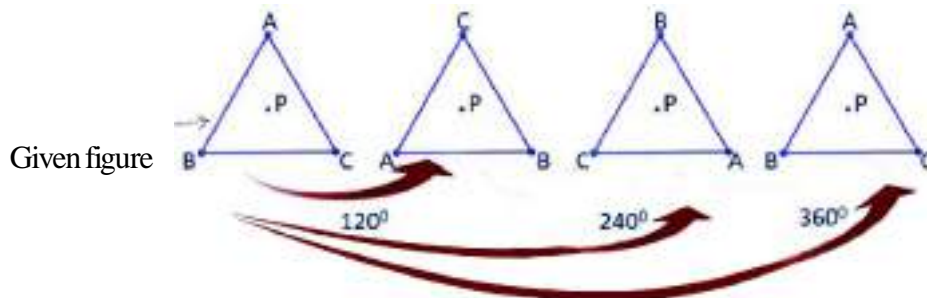
Do you know ?

The order of rotational

$$\text{symmetry} = \frac{360^\circ}{x^\circ}$$

Where x° is angle of rotational symmetry.

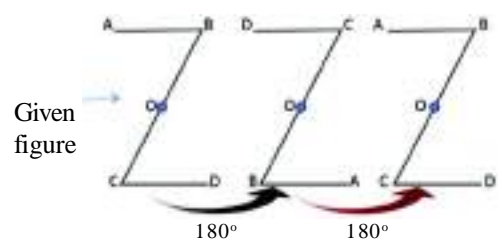
Example-1 : If an equilateral triangle ABC is rotated through 360° about the point of rotation 'P' (i.e., point of intersection of angle bisectors), it attains the original form three times upon rotation through 120° , 240° and 360° as shown below.



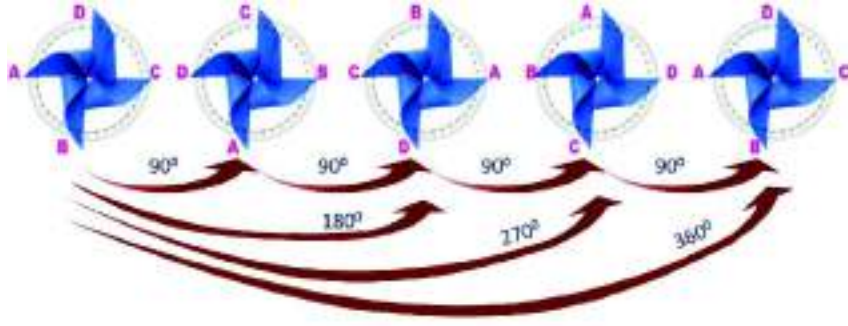
Clearly, the above figure possesses a rotational symmetry of order 3.

Example-2 : While rotating the following figure through 360° about the point 'O' (mid-point of BC), it attains the original form twice (upon rotation through 180° and 360°) as shown below.

Clearly, the above given figure possesses a rotational symmetry of order 2.



360° భ్రమణంలో కాగితపు గాలిచక్రం ఏవిధంగా భ్రమణం చెందుతుందో పరిశీలించండి.



ఒక పూర్తి భ్రమణంలో నాలుగు స్థితులలో (భ్రమణ కోణం 90°, 180°, 270°, 360°) కాగితపు గాలిచక్రము ఒకేలాగా కనిపిస్తుంది. అందువల్ల సౌష్ఠవ కేంద్రం దృష్ట్యా పరిమాణం 4 అని మనం ఈ కృత్యం ద్వారా గమనించవచ్చు.

గమనిక : ఒక చతురస్రం 90° భ్రమణం చెందితే, చతురస్రం యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణము 90°.

(i)	కాగితపు గాలిమర కేంద్రమే భ్రమణ సౌష్ఠవ కేంద్రం.
(ii)	భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం 90 డిగ్రీలు.
(iii)	భ్రమణం యొక్క దిశ అపసవ్య దిశ.

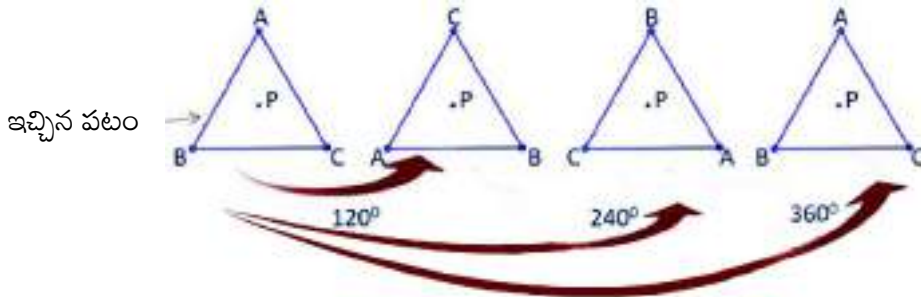


మీకు తెలుసా?

$$\text{భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణం} = \frac{360^\circ}{x^\circ}$$

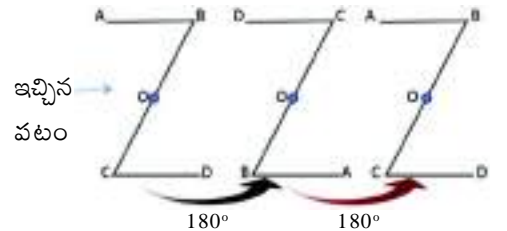
(ఇక్కడ x° = భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం)

ఉదాహరణ-1 : ABC సమబాహు త్రిభుజం భ్రమణ కేంద్రం 'P' చుట్టూ (కోణ సమద్విఖండన రేఖల ఖండన బిందువు), 120°, 240° మరియు 360° కోణములలో భ్రమణం చెందించినప్పటికీ క్రింద చూపినట్లు ఇచ్చిన పటాన్ని పోలిఉంటుంది.



అనగా పై చిత్రం యొక్క భ్రమణ పరిమాణం 3.

ఉదాహరణ-2 : ప్రక్క పటాన్ని భ్రమణకేంద్రం 'O' (BC మధ్య బిందువు) చుట్టూ 360° కోణం భ్రమణం చెందిస్తే ఆ పటం రెండుసార్లు పటంలో చూపినట్లు మొదటి పటాన్ని పోలి ఉంటుంది. (180°, 360° కోణంలో భ్రమణం చెందించిన)




అనగా ఇచ్చిన పటానికి భ్రమణ పరిమాణం 2.

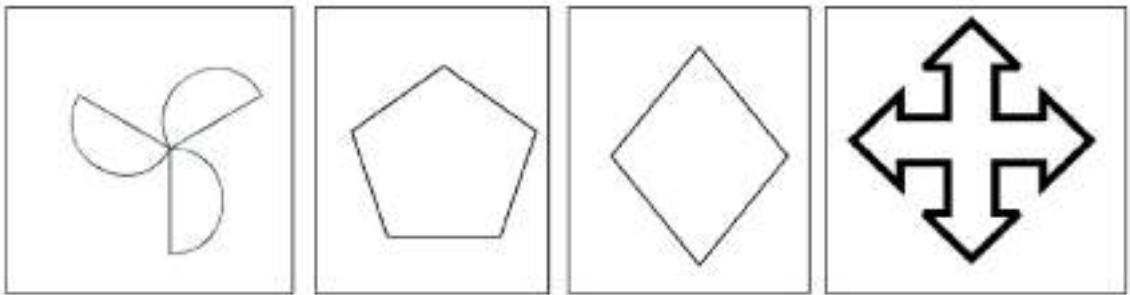


Find whether the following letters of the English alphabet have rotational symmetry or not. If yes, find the point of rotational symmetry (approximately), and also order of rotational symmetry.

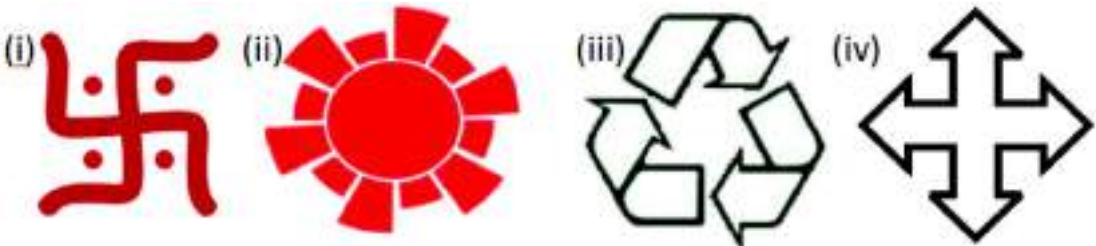
H I N O S X Z

Exercise-6.2 


1. Which of the following shapes have line symmetry? Which have rotational symmetry?



2. Determine the order of rotational symmetry in the figures given below.



- Draw the 2 such figures which have line symmetry and rotational symmetry of order more than 1.
- Name the quadrilaterals which have both line symmetry and rotational symmetry of order more than 1.
- After rotating by 60° about its axis, a figure looks exactly the same as its original position. what other angles will this happen for the same figure.
- Fill in the blanks

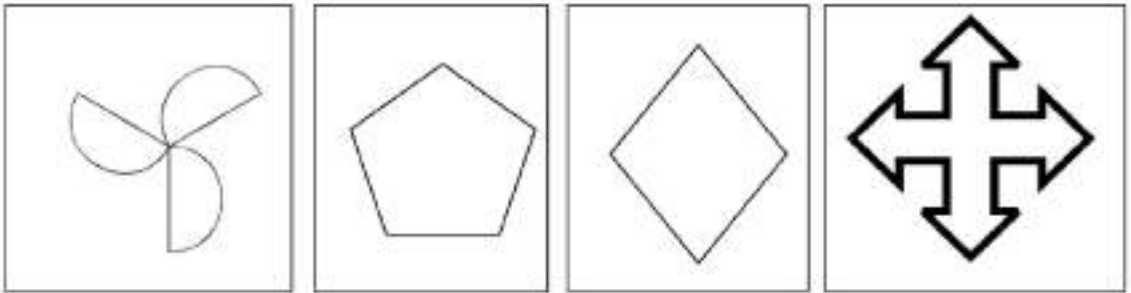
Shape	Shape of Polygon	Angle of rotational symmetry	Order of rotation
Square		90°	4
Rectangle			
Equilateral Triangle			
Regular Hexagon			

క్రింద ఇచ్చిన ఆంగ్ల అక్షరాలు భ్రమణ సౌష్ఠవము కలిగియున్నవో లేవో కనుగొనండి. భ్రమణ సౌష్ఠవం ఉన్నచో భ్రమణ సౌష్ఠవ బిందువు మరియు పరిమాణం కనుగొనండి.

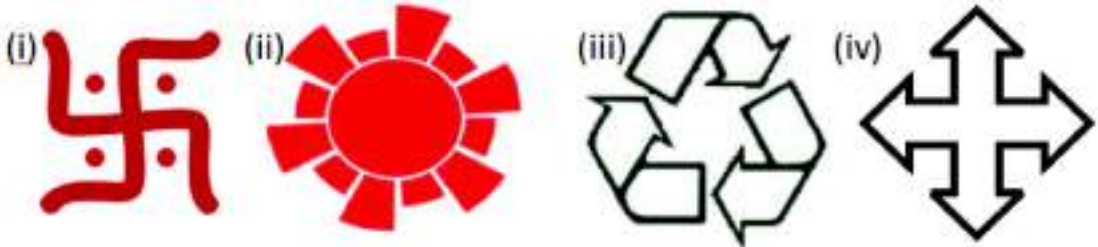
H I N O S X Z

అభ్యాసం-6.2

1. కింద ఇచ్చిన ఆకారాలలో వేటికి సౌష్ఠవాక్షాలు కలవు? ఏ ఆకారాలు భ్రమణ సౌష్ఠవం కలిగివున్నాయి?



2. క్రింద ఇచ్చిన పటములకు భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణం కనుగొనండి.



- సౌష్ఠవ అక్షరము కలిగి మరియు ఒకటికన్నా ఎక్కువ భ్రమణ పరిమాణం గల రెండు పటములు గీయండి.
- ఒకటికన్నా ఎక్కువ భ్రమణ పరిమాణం గల మరియు సౌష్ఠవాక్షము గల చతుర్భుజములపేర్లు రాయండి.
- అక్షంపై 60° భ్రమణం తరువాత ఒక పటం ఖచ్చితంగా మొదటి స్థితిలో కనిపిస్తుంది. మళ్ళీ ఎంత కోణం త్రిప్పిన తిరిగి అదే పటం వస్తుంది?
- ఖాళీలను పూరించండి.

ఆకారము	బహుభుజి ఆకారము	భ్రమణ సౌష్ఠవం కోణం	భ్రమణ పరిమాణం
చతురస్రం	<input type="checkbox"/>	90°	4
దీర్ఘచతురస్రం			
సమబాహు త్రిభుజం			
క్రమ షడ్భుజి			

6.3 Point Symmetry

Observe the adjacent figure. Does it have line of symmetry?

It does not have line symmetry, but it has another type of symmetry.

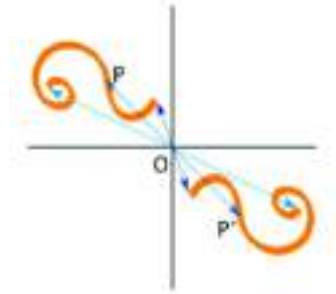
The figure looks the same either you see it from upside or from down side. i.e., from any two opposite directions.

If corresponding to each point P on the figure, there exists a point P' on the other side of the centre O, which is directly opposite to the point P and lies on the figure. Then, we say that the figure has point symmetry about point O.

If you look at the figure you may observe that every part of it has a matching part. If you draw a line through its centre, it cuts the diagram on either side of the centre at equal distance.

Draw some more lines through centre and verify. Observe here the given figure upon rotating through an angle 180° with respect to its centre will exactly coincides with the original figure. So, we conclude that any figure which has point symmetry will exactly coincides with original figure upon rotating through an angle 180° .

So, if any figure having 2nd order rotational symmetry, then it must have a point symmetry.

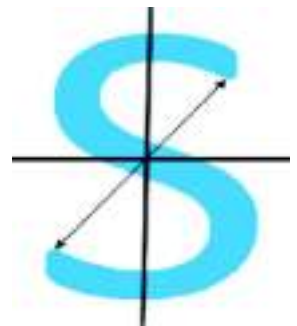


Example-3 : Check whether the letter 'S' has point symmetry.

Solution : Yes, it has a point symmetry.

Because, in the given figure, we have

- (i) Every part of the letter has a matching part are at the same distance from the central point.
- (ii) The part of the alphabet and its matching part are in the opposite direction.



Look at the following pictures, and write their angle of symmetry and order of symmetry.



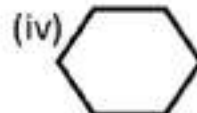
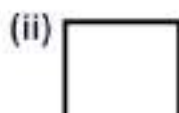
(i) Spinner



(ii) Gaint wheel

Exercise-6.3

1. Draw lines of symmetry for the following figures. Identify which of them have point symmetry. Is there any relation between lines of symmetry and point symmetry?



6.3 బిందు సౌష్ఠ్యం:

ప్రక్క పటాన్ని పరిశీలించండి. అది రేఖీయ సౌష్ఠ్యం కలిగియున్నదా?

దానికి రేఖీయ సౌష్ఠ్యం లేదు. కానీ అది మరియొక సౌష్ఠ్యాన్ని కలిగియుంది.

పటంను పైవైపు నుండి చూసినా, క్రిందివైపు నుండి చూసినా ఒకే విధంగా ఉంది. అనగా, రెండు వ్యతిరేక దిశలలో ఒకేలా కలదు.

చిత్రంలో ప్రతి 'P' అనే బిందువుకు అనుగుణంగా కేంద్రం 'O' కి మరొకవైపు 'P' అనే బిందువు అభిముఖంగా ఉంది. అలాంటి సందర్భంలో ఆ పటం 'O' అనే బిందువు వద్ద బిందు సౌష్ఠ్యాన్ని కలిగియున్నదని అంటాం.

మీరు ఆ చిత్రాన్ని చూచినట్లయితే చిత్రంలో ప్రతి భాగానికి సరిపోలిన మరొక భాగం ఉందని మీరు గమనించవచ్చు. మీరు కేంద్రం వద్ద ఒక రేఖను గీస్తే అది కేంద్రానికి ఇరువైపులా సమాన దూరంలో చిత్రాన్ని విభజిస్తుంది.

కేంద్రం వద్ద మరొకాన్ని రేఖలను గీసి సరిచూడండి. కేంద్రం ఆధారంగా చిత్రాన్ని 180° కోణంతో త్రిప్పినట్లయితే, అది అసలు చిత్రంలో ఏకీభవించడాన్ని గమనించవచ్చు. కావున, కేంద్రం ఆధారంగా అసలు చిత్రాన్ని 180° కోణంతో త్రిప్పినట్లయితే, అది దానితో ఏకీభవించినట్లయితే ఆ చిత్రానికి బిందు సౌష్ఠ్యం ఉన్నదని నిర్ధారించవచ్చు.

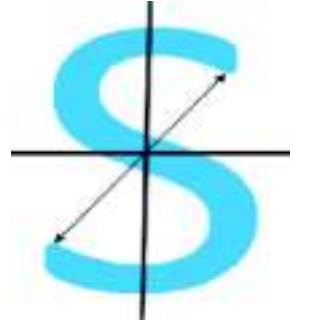
కావున ఏదైనా పటానికి పరిమాణం 2 గా గల భ్రమణ సౌష్ఠ్యం ఉంటే అది ఖచ్చితంగా బిందు సౌష్ఠ్యం కలిగియుంటుంది.

ఉదాహరణ-3: 'S' అను ఆంగ్ల అక్షరం బిందు సౌష్ఠ్యం కలిగియుందో లేదో సరిచూడండి.

సాధన: అవును. బిందుసౌష్ఠ్యం కలిగియుంది.

ఎందుకనగా ఇచ్చిన చిత్రంలో మనకు

- అక్షరంలో కేంద్రానికి సమాన దూరంలో ప్రతి భాగానికి సరిపోలిన మరొక భాగం కలదు.
- ప్రతి భాగం మరియు దానికి సరిపోలిన భాగం వ్యతిరేక దిశలలో కలవు.



క్రింది చిత్రాలను గమనించి, వాటి భ్రమణ కోణం మరియు భ్రమణ సౌష్ఠ్య పరిమాణం రాయండి.



(i) భ్రమణ చక్రం

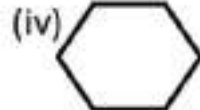
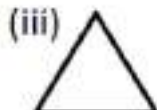
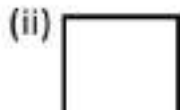


(ii) రంగుల రాట్నం

అభ్యాసం-6.3



- క్రింది చిత్రాలను రేఖా సౌష్ఠ్యాలు గీయండి. వాటిలో బిందు సౌష్ఠ్యాలు గల వాటిని గుర్తించండి. రేఖా సౌష్ఠ్యానికి మరియు బిందు సౌష్ఠ్యానికి మధ్య ఏమైనా సంబంధం ఉందా?



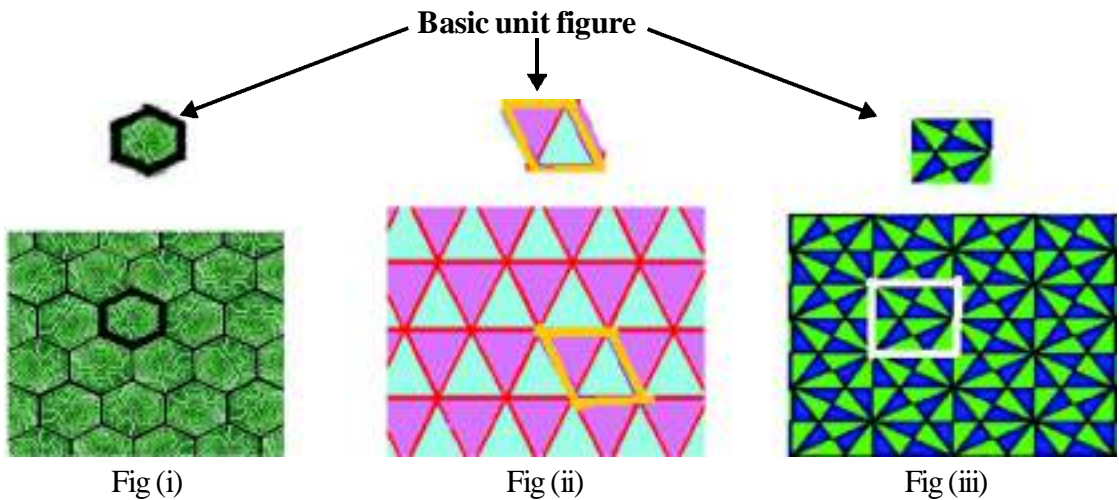
2. Identify which of the English alphabet have point symmetry in the following :

MATHS

6.4 Tessellations

Majority of the objects what we use in daily life have atleast one type of symmetry, Most of the machine made products are symmetric.

Observe these patterns



Where do you see these?

We see these patterns in floor designs and fabric painting etc. How these patterns are formed?

Are they symmetric as whole?

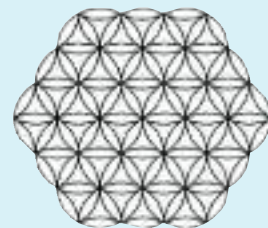
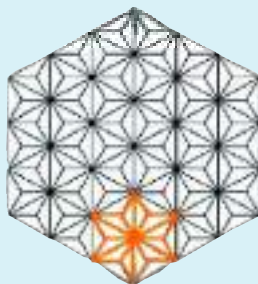
Does the basic figure which is used to form the tessellations symmetric?

You can observe that only some patterns have symmetry as a whole as in fig(i) and (ii), through the basic figures/unit figures are symmetric. Observe the fig(iii). You may notice that the two shapes can observe as 'Basic or unit figures' which is square or hexagon used to draw tessellation.

Usually, these **patterns are formed by arranging congruent figures side by side in all the directions to spread upon an area without any overlaps or gaps. This is called tessellation.** This enhances the beauty of the diagrams.



Fill the following with different colours to get beautiful tessellation patterns



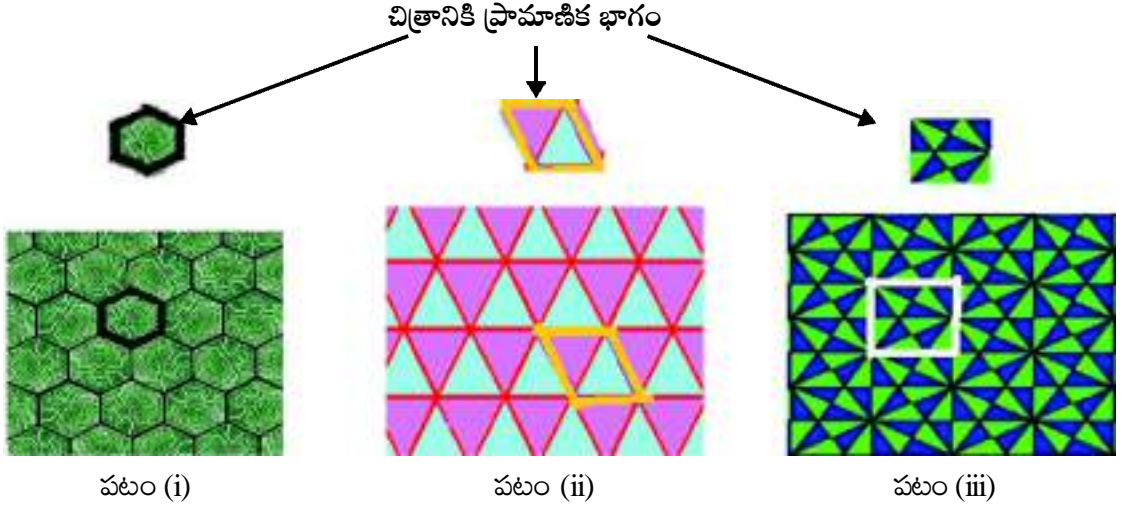
2. ఈ క్రింది ఆంగ్ల అక్షరాలలో ఏవి బిందుసౌష్ఠవాన్ని కలిగియున్నాయో గుర్తించండి.

MATHS

6.4 అమరికలు (టెస్సలేషన్స్)

మన నిత్యజీవితంలో ఎక్కువగా ఉపయోగించే వస్తువులలో కనీసం ఒక రకమైన సౌష్ఠవమైనా కలిగియుంటుంది. యంత్రంతో తయారుచేసిన వస్తువులలో ఎక్కువశాతం సౌష్ఠవాన్ని కలిగియుంటాయి.

ఈ కింది అమరికలను పరిశీలించండి :



మీరు వీటిని ఎక్కడ చూశారు?

మనం సాధారణంగా ఈ అమరికలను ఇంటి గచ్చు డిజైన్లలో మరియు బట్టల ప్రింటింగ్ మొదలగు వాటిలో గమనిస్తాం. ఈ అమరికలు ఎలా ఏర్పడతాయి?

అవి మొత్తంగా సౌష్ఠవాన్ని కలిగియుంటాయా?

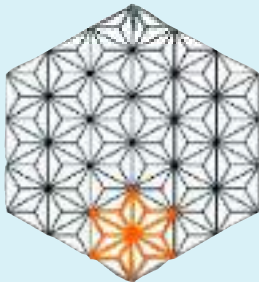
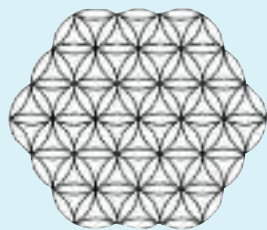
ఈ అమరికలు (టెస్సలేషన్స్) ఏర్పడడానికి ఉపయోగించిన ప్రాథమిక పటాలు సౌష్ఠవాన్ని కలిగియున్నాయా?

పటం (i) మరియు (ii) లలో, ప్రామాణిక పటాన్ని అనుసరించి కొన్ని అమరికలు మాత్రమే సౌష్ఠవాన్ని కలిగి యున్నాయి. పటం (iii) ని పరిశీలించండి. అమరికను ఏర్పరుచుటకు చతురస్రాకార లేదా షడ్భుజాకారంలో ఉన్న ప్రామాణిక పటంలో రెండు ఆకారాలను గమనించవచ్చు.

సాధారణంగా, ఈ అమరికలు సర్వసమాన పటాలను కొంత ప్రదేశంలో అన్ని దిశలలో ప్రకృప్తకృనే ఎటువంటి ఖాళీలు లేకుండా అమర్చడం ద్వారా ఏర్పడుతాయి. వీటినే అమరికలు (టెస్సలేషన్స్) అంటారు. ఇలాంటి అమరికలు చిత్రాల యొక్క అందాన్ని మరింత పెంచుతాయి.



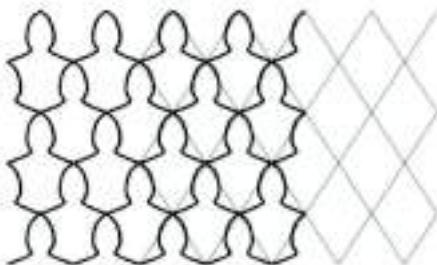
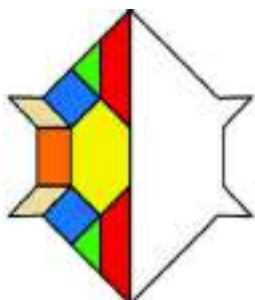
క్రింద ఉన్న పటాలకు అందమైన అమరికలను పొందడానికి వివిధ రంగులను వేయండి.

Exercise 6.4



1. Observe the following pattern and complete it.



2. Draw any two tessellations and identify the basic shape.



Construct a square having side 3cm. Draw all possible lines of symmetry. (Steps of construction is not necessary)



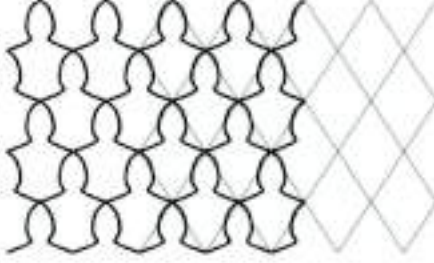
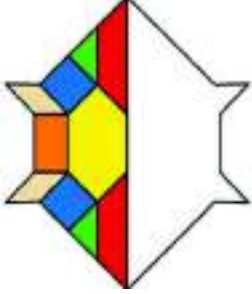
Unit Exercise

1. Fill in the blanks
- A figure has _____ symmetry if there is a line about which the figure may be folded so that the two parts of the figure coincide.
 - A regular pentagon has _____ line of symmetry.
 - A figure has _____ symmetry if after a rotation through a certain angle. The figure looks exactly the same.
 - A _____ triangle has no lines of symmetry.
 - Each regular polygon has as many lines of symmetry as it has _____.
 - The concept of line symmetry is closely related to _____ reflection.
 - The quadrilateral that has four lines of symmetry and order-four rotational symmetry is a _____.
 - The angle of rotational symmetry for letter S is _____.
 - A line segment is symmetrical about its _____.
 - Rotation turns an object about a fixed point. The fixed point is called _____.
 - Each of the letters H, N, S and Z has a rotational symmetry of order _____.
 - The line of symmetry of an isosceles triangle is its _____ from the vertex having the equal sides.

అభ్యాసం-6.4



1. క్రింది అమరికలను గమనించి, మిగిలిన భాగాలని పూర్తి చేయండి.



2. ఏవైనా రెండు అమరికలు (టెన్సలేషన్స్) గీసి, వాటిలో ప్రాథమిక పటాలను గుర్తించండి.



భుజం పొడవు 3 సెం.మీ ఉండేలా ఒక చతురస్రాన్ని నిర్మించండి. వానికి సాధ్యమయ్యే అన్ని సౌష్ఠవ రేఖలు గీయండి. (నిర్మాణ సోపానాలు రాయనవసరం లేదు).

యూనిట్ అభ్యాసం

1. క్రింది ఖాళీలను పూరించండి :

- ఒక పటంలో ఏదైనా ఒక రేఖ వెంబడి మడిచినట్లైతే అవి ఏకీభవిస్తే, ఆ పటం _____ సౌష్ఠవాన్ని కలిగియుంటుంది.
- క్రమ పంచభుజికి సౌష్ఠవ రేఖల సంఖ్య _____ .
- ఒక పటాన్ని కొంత కోణంతో తిప్పినప్పుడు మరల అదే పటంలా కనిపిస్తే ఆ పటానికి _____ సౌష్ఠవం ఉంటుంది.
- _____ త్రిభుజానికి రేఖా సౌష్ఠవం ఉండదు.
- ప్రతీ క్రమ బహుభుజి యొక్క సౌష్ఠవ రేఖల సంఖ్య దాని _____ సంఖ్యకు సమానం.
- రేఖీయ సౌష్ఠవం అనే భావన _____ అక్షరమును పోలిఉంటుంది.
- 4 సౌష్ఠవాక్షాలు మరియు భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణం 4 గా గల చతుర్భుజం _____ .
- 'S' అనే అక్షరం యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం _____ .
- ఒక రేఖాఖండం _____ పరంగా సౌష్ఠవాన్ని కలిగియుంటుంది.
- ఒక స్థిరబిందువు ఆధారంగా వస్తువుని భ్రమణం చెందించిన, ఆ స్థిరబిందువును _____ అంటారు.
- H, N, S మరియు Z అను అక్షరాల యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణాలు _____ .
- ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజంలో సమభుజాల ఉమ్మడి శీర్షం నుండి గీసిన సౌష్ఠవరేఖ ఆ త్రిభుజం యొక్క _____ అవుతుంది.

2. Cut the capital letters of English and paste them in your note book. Draw possible number of lines of symmetry for each of the letter.
 - (i) How many letters have no linear symmetry? What are they?
 - (ii) How many letters have one line of symmetry? What are they?
 - (iii) How many letters have two lines of symmetry? What are they?
 - (iv) How many letters have more than two lines of symmetry? What are they?
 - (v) Which of them have rotational symmetry? What are they?
 - (vi) Which of them have point symmetry? What are they?
3. Draw some natural objects which have at least one line of symmetry.
4. Draw three tessellations and expose the basic shapes used on your tessellation.
5. Construct a line segment of length 7cm. Draw possible line(s) of symmetry.



- u If a line divide the given figure into two coincidental parts, then the figure is said to be '*symmetrical*' and the line is called the '*axis of symmetry*' or '*line of symmetry*'.
- u A figure can have one or more than one lines of symmetry or axes of symmetry.
- u If we rotate a figure, about a fixed point by a certain angle and the figure looks exactly the same as before, we say that the figure has rotational symmetry.
- u The angle of turning during rotation is called the angle of rotation.
- u All figures have rotational symmetry of order 1, as can be rotated completely through 360° to come back to their original position. So, we say that a figure has rotational symmetry only when the order of symmetry is more than 1.
- u Some shapes have only line symmetry and some have only rotational symmetry and some have both. Squares, equilateral triangles and circles have both line and rotational symmetry.
- u Each regular polygon has as many lines of symmetry as it's sides.



Regular Polygon	Regular Hexagon	Regular Pentagon	Square	Equilateral Triangle
Number of lines of symmetry	6	5	4	3



Mirror images

The image of an object as seen in a mirror is known as mirror image. In mirror image of an object, right side of the object appears at left side and vice versa. There are some objects whose mirror images are identical to the objects. For example, 11 capital English alphabets whose mirror images remain unchanged. They are A, H, I, M, O, T, U, V, W, X and Y.

2. ఆంగ్ల అక్షర మాలలోని పెద్ద అక్షరాలను (Capital letters) కత్తిరించి మరియు మీ నోట్ పుస్తకంలో అతికించుము. వాటిలో ప్రతి అక్షరానికి సాధ్యమైనన్ని సౌష్ఠవ అక్షరాలను గీయండి.

- రేఖా సౌష్ఠవం లేని అక్షరాలు ఎన్ని? అవి ఏవి?
- ఒకే రేఖా సౌష్ఠవ అక్షరాన్ని కలిగిఉన్న అక్షరాలు ఎన్ని? అవి ఏవి?
- రెండు రేఖా సౌష్ఠవ అక్షరాలను కలిగిఉన్న అక్షరాలు ఎన్ని? అవి ఏవి?
- రెండు కంటే ఎక్కువ రేఖా సౌష్ఠవాక్షరాలను కలిగిఉన్న అక్షరాలు ఎన్ని? అవి ఏవి?
- వాటిలో ఏవి భ్రమణ సౌష్ఠవాన్ని కలిగిఉన్నాయి? అవి ఏవి?
- వాటిలో ఏవి బిందు సౌష్ఠవాన్ని కలిగియున్నాయి? అవి ఏవి?



- కనీసం ఒక రేఖా సౌష్ఠవాక్షము కలిగిఉన్న కొన్ని సహజ వస్తువుల బొమ్మలను గీయండి.
- మూడు అమరికలను (టెన్సల్షన్) గీయండి. వాటిలో ఉపయోగించిన ప్రాథమిక పటాలను గుర్తించండి.
- 7 సెం.మీ. లతో ఒక రేఖాఖండాన్ని గీయండి. దానికి సాధ్యమయ్యే సౌష్ఠవ అక్షరాలను గీయండి.



- u ఇచ్చిన పటాన్ని రెండు ఏకీభవించు భాగాలుగా ఒక రేఖ విభజించగలిగిన అప్పుడు ఆ పటం సౌష్ఠవంగా ఉంది అంటాము. విభజించే ఆ రేఖను 'సౌష్ఠవ అక్షం' లేదా 'రేఖా సౌష్ఠం' అంటారు.
- u ఒక పటం ఒకటి లేక అంతకన్నా ఎక్కువ సౌష్ఠవాక్షములు కలిగి ఉండవచ్చు.
- u ఒక పటంను దాని మధ్య బిందువుగుండా పటాన్ని కొంత కోణంతో భ్రమణం చేయగా ఏర్పడు పటం, మొదటి పటం వలే అదేవిధంగా ఉన్నచో ఆ పటం భ్రమణ సౌష్ఠం కలిగియున్నది అంటాం.
- u భ్రమణం చెందడంలో ఏర్పడే కోణాన్ని 'భ్రమణ కోణం' అంటారు.
- u అన్ని పటాలు 360° భ్రమణం చేసినపుడు దాని మొదటి స్థానంలో ఉన్న పటాలను చేరుకొనును. అది '1' వ పరిమాణంగా గల భ్రమణ సౌష్ఠవము కలిగి ఉంటుంది. అందువలన భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణం '1' కంటే ఎక్కువ ఉన్న పటాలను మాత్రమే భ్రమణ సౌష్ఠవం కలిగియున్నాయి అంటాం.
- u కొన్ని ఆకారాలు రేఖా సౌష్ఠవాన్ని మాత్రమే కలిగిఉంటాయి, కొన్ని ఆకారాలు భ్రమణ సౌష్ఠవాన్ని మాత్రమే కలిగి ఉంటాయి మరికొన్ని ఆకారాలు రెండు రకాల సౌష్ఠవాలను కలిగి ఉంటాయి. చతురస్రాలు, సమబాహు త్రిభుజాలు మరియు వృత్తాలు, రేఖీయ మరియు భ్రమణసౌష్ఠవాలు రెండింటినీ కలిగిఉంటాయి.
- u ప్రతి క్రమ బహుభుజిలో భుజాలు ఎన్ని ఉన్నాయో అన్ని రేఖా సౌష్ఠవాక్షాలను కలిగిఉంటాయి.

క్రమ బహుభుజి	క్రమ షడ్భుజి	క్రమ పంచభుజి	చతురస్రం	సమబాహు త్రిభుజం
రేఖా సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య	6	5	4	3



అద్దంలో ప్రతిబింబాలు:

ఒక వస్తువు ఆకారం అద్దంలో ఎలా కనపడుతుందో అదే అద్దంలో ప్రతిబింబం. అద్దంలో వస్తువు ప్రతిబింబం, కుడివైపునది ఎడమవైపుగా కనిపిస్తుంది. అదేవిధంగా ఎడమవైపునది, కుడివైపునదిగా కనపడుతుంది. కొన్ని వస్తువులు అద్దంలో కూడా అదేలా ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, ఆంగ్లంలో 11 పెద్ద అక్షరాలు అద్దంలో ప్రతిబింబాలు మారవు. అవి: A, H, I, M, O, T, U, V, W, X మరియు Y.

Mirror Images of English Alphabets and some numbers :

A	A	N	И	a	ε	n	и	0	0
B	B	O	O	b	d	o	o	1	1
C	C	P	Ɔ	c	c	p	q	2	2
D	D	Q	Q	d	b	q	p	3	3
E	E	R	R	e	e	r	ɿ	4	4
F	F	S	2	f	ɟ	s	z	5	2
G	G	T	T	g	g	t	ɿ	6	θ
H	H	U	U	h	h	u	u	7	7
I	I	V	V	l	l	v	v	8	8
J	J	W	W	j	j	w	w	9	9
K	K	X	X	k	k	x	x	10	10
L	L	Y	Y	l	l	y	y	11	11
M	M	Z	Z	m	m	z	z	12	12

Practice questions :

Choose the correct mirror image of the given words

- LATERAL ()
 a) ƆAƆEƆAƆ b) ƆAƆEƆAƆ c) LARETAL d) ƆAƆEƆAƆ
- QUANTITATIVE ()
 a) ƆUƆAƆIƆIƆIƆIƆIƆE b) EVITATITNAUQ
 c) QUANTITATIVE d) EVITATITNAUQ
- JUDGEMENT ()
 a) ƆNEMEGDUJ b) ƆNEMEGDUJ c) ƆNEMEGDUJ d) ƆNEMEGDUJ
- EMANATE ()
 a) EƆAƆAƆE b) EƆAƆAƆE c) ETANAME d) EATEMAN
- KALINGA261B ()
 a) ƆAƆIƆAƆIƆAƆIƆAƆIƆAƆ b) B162AGNILAK c) B261KALINGA d) ƆAƆIƆAƆIƆAƆIƆAƆ
- COLONIAL ()
 a) LAƆNOƆC b) LAƆNOƆC c) ƆAƆNOƆC d) LAƆNOƆC
- BR4AQ16HI ()
 a) ƆHƆAƆQ16IƆH b) ƆH61QA4RB c) ƆHƆAƆQ16IƆH d) ƆHƆAƆQ16IƆH
- R4E3N2U ()
 a) ƆAƆE3N2U b) U2N3E4R c) U3N2E4R d) U3N2E4R

అడ్డంలో అంగ్ల అక్షరాలు మరియు కొన్ని సంఖ్యల ప్రతిబింబాలు:

A	A	N	N	a	a	n	n	0	0
B	B	O	O	b	b	o	o	1	1
C	C	P	P	c	c	p	p	2	2
D	D	Q	Q	d	d	q	q	3	3
E	E	R	R	e	e	r	r	4	4
F	F	S	S	f	f	s	s	5	5
G	G	T	T	g	g	t	t	6	6
H	H	U	U	h	h	u	u	7	7
I	I	V	V	i	i	v	v	8	8
J	J	W	W	j	j	w	w	9	9
K	K	X	X	k	k	x	x	10	10
L	L	Y	Y	l	l	y	y	11	11
M	M	Z	Z	m	m	z	z	12	12

సాధనా ప్రశ్నలు:

క్రింద ఇచ్చిన పదాలకు అడ్డంలో ఏర్పడే ప్రతిబింబాలను ఎన్నుకోండి.

- LATERAL ()
a) LABELAG b) LAJETAL c) LARETAL d) JARETAL
- QUANTITATIVE ()
a) EVITATITNAUQ b) EVITATITNAUQ
c) QUANTITATIVE d) EVITATITNAUQ
- JUDGEMENT ()
a) TNEMEGDUJ b) TNEMEGDUJ c) TNEMEGDUJ d) JUDGEENT
- EMANATE ()
a) EMANATE b) ETANAME c) ETANAME d) EATEMAN
- KALINGA261B ()
a) B162AGNILAK b) B162AGNILAK c) B261KALINGA d) B162AGNILAK
- COLONIAL ()
a) LAINOLOC b) JAINOLOC c) GAINOLOC d) JAINOLOC
- BR4AQ16HI ()
a) IH91Q16HI b) IH61QA4RB c) IH91Q16HI d) IH91Q16HI
- R4E3N2U ()
a) R4E3N2U b) U2N3E4R c) U2N3E4R d) U2N3E4R

9. DL3N469F ()
 a) F964N3LD b) Ɔɹɹɹɹɹɹɹɹ c) F469N3DL d) Ɔɹɹɹɹɹɹɹɹ
10. MIRROR ()
 a) Ɔɹɹɹɹɹɹɹɹ b) ɹɹɹɹɹɹɹ c) RORRIM d) ɹɹɹɹɹɹɹ

Water images :

The reflection of an object as seen in water is known as water image. The upper part of the object seen downward and vice-versa . There are some objects whose water images are identical to the objects. For example, 9 capital English alphabets given below, whose water images remain unchanged. They are B, C, D, E, H, I, K, O and X.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
∨	B	C	D	E	Ɔ	Ɔ	H	I	ɹ	K	ɹ	W

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
И	O	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	⊥	∩	∧	M	X	∧	Σ

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
ɹ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
∩	o	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	Ɔ	∩	∧	∩	Ɔ	∧	Σ

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	ɹ	Ɔ	3	∨	2	e	∧	8	Ɔ	10	11	15

Practice questions :

Choose the correct water image of the given words

1. KICK ()
 a) ƆIƆƆ b) ƆIƆ K c) ƆIƆƆ d) KICK
2. UPKAR ()
 a) ∩ƆƆƆƆ b) ∩ƆƆƆƆ c) ∩ƆƆƆƆ d) RAKPU
3. KID ()
 a) ƆIƆ b) KID c) ƆIƆ d) KDI
4. SUBHAM ()
 a) ∩∩∩∩∩ b) ∩∩∩∩∩ c) ∩∩∩∩∩ d) MAHBUS

9. DL3N469F ()
 a) F964N3LD b) Ɔ964N3LD c) F469N3DL d) Ɔ469N3DL
10. MIRROR ()
 a) ƆOƆƆMI b) ƆƆOƆIM c) RORRIM d) ƆOƆƆMIM

నీటిలో ప్రతిబింబాలు :

ఒక వస్తువు ఆకారం నీటిలో ఎలా కనపడుతుందో అదే నీటిలో ప్రతిబింబం. వస్తువు పైభాగం క్రిందివైపుకు అదేవిధంగా క్రిందిభాగం పైవైపుకు కనబడుతుంది. కొన్ని వస్తువుల నీటి ప్రతిబింబాలు ఆ వస్తువులను పోలియుంటాయి. ఉదాహరణకు: క్రింద ఇచ్చిన తొమ్మిది అంగ్ల పెద్ద అక్షరాల నీటి ప్రతిబింబాలు మారవు. అవి: B, C, D, E, H, I, K, O మరియు X.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
∨	B	C	D	E	Ɔ	Ɔ	H	I	∩	K	∩	W

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
∩	O	b	Ɔ	B	Ɔ	∩	∩	∩	M	X	∩	Ɔ

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
Ɔ	p	c	q	Ɔ	∩	Ɔ	p	∩	∩	Ɔ	∩	∩

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
∩	o	b	d	∩	Ɔ	∩	∩	∩	∩	∩	∩	Ɔ

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	∩	∩	3	∩	2	e	∩	8	Ɔ	∩0	∩∩	∩Ɔ

సాధనా ప్రశ్నలు:

ఇచ్చిన పదాల యొక్క సరియైన నీటి ప్రతిబింబాలు కనుగొనండి.

1. KICK ()
 a) ƆICK b) K∩K c) ƆICK d) KICK
2. UPKAR ()
 a) ∩ƆK∩K b) ∩PK∩K c) UƆK∩K d) RAKPU
3. KID ()
 a) ƆID b) KID c) ƆID d) KDI
4. SUBHAM ()
 a) 2∩BH∩M b) S∩BH∩M c) 2∩BH∩M d) MAHBUS

5. CHIDE ()
 a) CHIE (b) CHIE (c) EDHC (d) CHIE
6. HIKE ()
 a) HIKE (b) EKIH (c) HIKH (d) HIKH
7. CODE ()
 a) CODE (b) EDOC (c) EDOC (d) EDOC
8. ab45CD67 ()
 a) aP 4 2 CD67 (b) aP 4 2 CD67 (c) aP 4 2 CD67 (d) aP 4 2 CD67
9. abc ()
 a) aPc (b) abc (c) cba (d) aPc
10. 01234 ()
 a) 01334 (b) 43210 (c) 01324 (d) 01334

Mirror image of the clock

1. A clock is a device provided with three hands an hour hand minute and second hand. Hours hand also known as short hand and minutes hand is also known as long hand.



2. The face of the clock is divided into 12 equal divisions. The angular space between any two consecutive divisions has further divided into five more divisions.



Let us observe the following images of a clocks and their mirror images :

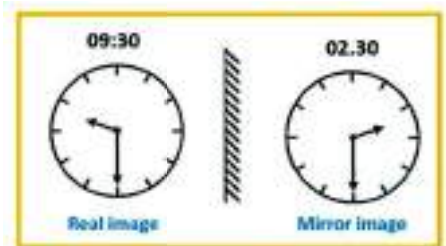
Case I : To find the time in the mirror image subtract the actual time from 11 hours 60 minutes.

Example 1 : If actual time in clock is 9 hours 30 minutes then, what is the time shown in mirror?

Solution : 11 hrs 60 min – 09 hrs 30 min = 2 hrs 30 min

Example 2 : If actual time in clock is 7 hours then what is the time shown in mirror?

Solution : 11 hrs 60 min – 07 hrs 00 min = 4 hrs 60 min = 5 hrs (1 hour = 60 minutes)



5. CHIDE ()
 a) CHIE b) CHIE c) EDHC d) CHIE
6. HIKE ()
 a) HIKE b) EKIH c) HKEH d) HKEH
7. CODE ()
 a) CODE b) EDOC c) EDOC d) EDOC
8. ab45CD67 ()
 a) aP 4 2CD67 b) 4P 4 2CD67 c) 4P 4 2CD67 d) 4P 4 2CD67
9. abc ()
 a) 4Pc b) abc c) cba d) 4da
10. 01234 ()
 a) 01334 b) 43210 c) 01324 d) 01334

గడియారం యొక్క అద్దంలో ప్రతిబింబాలు

1. గడియారంలో గంటల ముల్లు, నిమిషాల ముల్లు, సెకన్ల ముల్లు అను 3 రకాల ముళ్ళు ఉంటాయి. గంటల ముల్లును చిన్నముల్లు అని, నిమిషాల ముల్లును పెద్దముల్లు అని అంటారు.



2. గడియారం పైభాగం 12 సమభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. మరల దానిలోని ప్రతిభాగం తిరిగి 5 భాగాలుగా విభజించబడుతుంది.



ఈక్రింద ఉన్న గడియారాల పటాలు మరియు అద్దంలో వాటి ప్రతిబింబాలను గమనించండి.

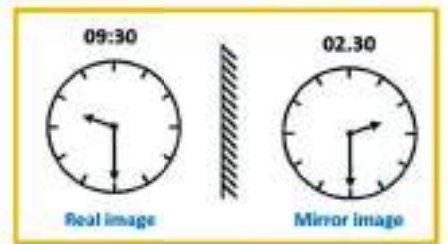
మొదటి రకం : అద్దంలో గల గడియారం సమయం తెలుసుకోవడానికి, అసలు సమయాన్ని 11 గంటల 60 ని॥ నుండి తీసివేయాలి.

ఉదాహరణ-1 : గడియారంలోని సమయం 9 గం॥ 30 ని॥ అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత ?

సాధన : 11 గం॥ 60 ని॥ - 09 గం॥ 30 ని॥ = 2 గం॥ 30 ని॥

ఉదాహరణ-2 : గడియారంలోని సమయం 7 గం॥ అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత?

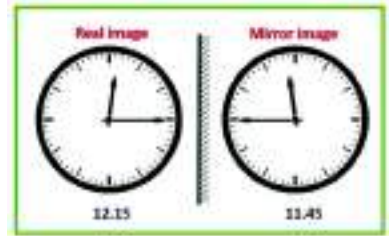
సాధన : 11 గం॥ 60 ని॥ - 07 గం॥ 00 ని॥ = 4 గం॥ 60 ని॥ = 5 గం॥ (1 గం॥ = 60 ని॥)



Case II : If the time in clock is between 12hrs and 01 hr then to find the time in the mirror image subtract the actual time from 23 hr 60 min.

Example: If actual time in clock is 12 hours 15 minutes then what is the time shown in mirror?

Solution: 23 hrs 60 min – 12 hrs 15 min = 11 hrs 45 min



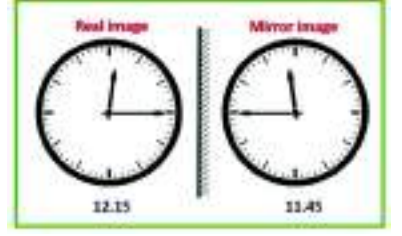
Practice questions :

1. If actual time in clock is 06 hours 10 minutes then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 3 hrs 50 min (b) 4 hrs 50 min (c) 5 hrs 50 min (d) 5 hrs 50 min
2. If actual time in clock is 03 hours 54 minutes then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 8 hrs 06 min (b) 9 hrs 06 min (c) 8 hrs 54 min (d) 9 hrs 54 min
3. If actual time in clock is 08 hours 26 minutes then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 6 hrs 34 min (b) 3 hrs 34 min (c) 1 hrs 34 min (d) 3 hrs 36 min
4. If actual time in clock is 4 hours then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 7 hrs (b) 7 hrs 30 min (c) 8 hrs (d) 8 hrs 30 min
5. If actual time in clock is 10o clock then what is the time shown in mirror?
 (a) 2 hrs (b) 3 hrs (c) 4 hrs (d) 5 hrs
6. If the time shown in mirror is 10 hours 05 minutes then what is the actual time in clock?()
 (a) 1 hrs 55 min (b) 1 hrs 35 min (c) 1 hrs 25 min (d) 12 hrs 15 min
7. If the time shown in mirror is 02 hours 47 minutes then what is the actual time in clock?()
 (a) 6 hrs 13 min (b) 7 hrs 13 min (c) 8 hrs 13 min (d) 9 hrs 13 min
8. If actual time in clock is 11 hours 45 minutes then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 1 hrs 15 min (b) 3 hrs 15 min (c) 6 hrs 15 min (d) 12 hrs 15 min
9. If actual time in clock is 12 hours 45 minutes then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 9 hrs 15 min (b) 10 hrs 15 min (c) 11 hrs 15 min (d) 12 hrs 15 min
10. If actual time in clock is 12 hours 12 minutes then what is the time shown in mirror? ()
 (a) 11 hrs 42 min (b) 11 hrs 48 min (c) 10 hrs 48 min (d) 12 hrs 42 min

రెండవ రకం : ఒకవేళ గడియారం లోని సమయం 12 గం|| మరియు 1 గంట మధ్య వున్నచో అసలు సమయంను 23 గం|| 60 ని|| నుండి తీసివేయాలి.

ఉదాహరణ-3 : గడియారంలోని సమయం 12 గం|| 15 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత?

సాధన : 23 గం|| 60 ని|| - 12 గం|| 15 ని|| = 11 గం|| 45 ని||



సాధనా ప్రశ్నలు :

1. అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం 6 గం|| 10 ని|| అయిన గడియారంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 3 గం|| 50 ని|| (b) 4 గం|| 50 ని|| (c) 5 గం|| 50 ని|| (d) 5 గం|| 40 ని||
2. అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం 3 గం|| 54 ని|| అయిన గడియారంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 8 గం|| 06 ని|| (b) 9 గం|| 06 ని|| (c) 8 గం|| 54 ని|| (d) 9 గం|| 54 ని||
3. గడియారంలో సమయం 08 గం|| 26 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 6 గం|| 34 ని|| (b) 3 గం|| 34 ని|| (c) 1 గం|| 34 ని|| (d) 3 గం|| 36 ని||
4. గడియారంలో సమయం 4 గం|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 7 గం|| (b) 7 గం|| 30 ని|| (c) 8 గం|| (d) 8 గం|| 30 ని||
5. గడియారంలో సమయం 10 గం|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 2 గం|| (b) 3 గం|| (c) 4 గం|| (d) 5 గం||
6. గడియారంలో సమయం 10 గం|| 05 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 1 గం|| 55 ని|| (b) 1 గం|| 35 ని|| (c) 1 గం|| 25 ని|| (d) 12 గం|| 15 ని||
7. గడియారంలో సమయం 02 గం|| 47 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 6 గం|| 13 ని|| (b) 7 గం|| 13 ని|| (c) 8 గం|| 13 ని|| (d) 9 గం|| 13 ని||
8. గడియారంలో సమయం 11 గం|| 45 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 1 గం|| 15 ని|| (b) 3 గం|| 15 ని|| (c) 6 గం|| 15 ని|| (d) 12 గం|| 15 ని||
9. గడియారంలో సమయం 12 గం|| 45 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 9 గం|| 15 ని|| (b) 10 గం|| 15 ని|| (c) 11 గం|| 15 ని|| (d) 12 గం|| 15 ని||
10. గడియారంలో సమయం 12 గం|| 12 ని|| అయిన అద్దంలో దాని ప్రతిబింబంలో సమయం ఎంత? ()
(a) 11 గం|| 42 ని|| (b) 11 గం|| 48 ని|| (c) 10 గం|| 48 ని|| (d) 12 గం|| 42 ని||

ANSWERS

CHAPTER - 1

REVIEW EXERCISE

- 1) i) 5:8 ii) 2:3 iii) 5:4 iv) 10:1 v) 10:7
vi) 2:1 vii) 8:73
- 2) i) 12:13 ii) 3:2 iii) 1:3 iv) 3:2 v) 8:7
- 3) i) In proportion ii) In proportion iii) not in proportion iv) In proportion v) In proportion
- 4) i) 57 ii) 45 iii) 7 iv) 20 v) 21
- 5) 6:8 ; 9:12 ; 12:16 ; 15:20 ; 18: 24 ; 21:28
- 6) i) 12:18 ii) 15:18
- 7) ` 1050, ` 450 8) 3:2 9) 42 cm., 90 cm.

Exercise 1.1

- 1) ` 22500, ` 22500 2) ` 45000, ` 28000 3) ` 18000, ` 17500 4) 5

Exercise 1.2

- 1) i) Direct proportion ii) Direct proportion iii) not in Direct proportion
iv) Direct proportion v) no relation
- 2) ` 348 3) 54cm. 4) 225Kg. 5) 11l 6) 15 months

Exercise 1.3

- 1) i) Inverse proportion ii) Direct proportion iii) Inverse proportion
iv) Inverse proportion v) Direct proportion
- 2) 16 days 3) 25 days 4) 60Kmph. 5) 9 6) 5 7) 30 8) 300

Exercise 1.4

- 1) 1 day 2) 3days 3) 540 4) 16 5) 8

Exercise 1.5

- 1) Loss percentage 16% 2) Profit percentage 20% 3) ` 528 4) ` 3,08,000
- 5) 25% 6) 50% 7) 10.88% 8) $11\frac{1}{9}\%$ 9) ` 279.50

Exercise 1.6

- 1) ` 630.50 2) 5% 3) ` 203 4) ` 880

Exercise 1.7

- 1) ` 2268 2) ` 28050 3) 4yr. 4) ` 50,000 5) 6yr.

సమాధానములు

అధ్యాయం - 1

పునర్విమర్శ అభ్యాసం

- 1) i) 5:8 ii) 2:3 iii) 5:4 iv) 10:1 v) 10:7
vi) 2:1 vii) 8:73
- 2) i) 12:13 ii) 3:2 iii) 1:3 iv) 3:2 v) 8:7
- 3) i) అనుపాతంలో కలదు ii) అనుపాతంలో కలదు iii) అనుపాతంలో లేదు iv) అనుపాతంలో కలదు
v) అనుపాతంలో కలదు
- 4) i) 57 ii) 45 iii) 7 iv) 20 v) 21
- 5) 6:8 ; 9:12 ; 18: 24 ; 15:20 ; 12:16 ; 21:28
- 6) i) 12:18 ii) 15:18
- 7) ` 1050, ` 450 8) 3:2 9) 42 సెం.మీ., 90 సెం.మీ.

అభ్యాసం 1.1

- 1) ` 22500, ` 22500 2) ` 45000, ` 28000 3) ` 18000, ` 17500 4) 5

అభ్యాసం 1.2

- 1) i) అనులోమానుపాతంలో కలదు ii) అనులోమానుపాతంలో కలదు iii) అనులోమానుపాతంలో లేదు
iv) అనులోమానుపాతంలో కలదు v) సంబంధం లేదు
- 2) ` 348 3) 54 సెం.మీ. 4) 225 కి.గ్రా. 5) 11 లీ. 6) 5 మీ.

అభ్యాసం 1.3

- 1) i) విలోమానుపాతం ii) అనులోమానుపాతం iii) విలోమానుపాతం
iv) విలోమానుపాతం v) అనులోమానుపాతం
- 2) 16 రోజులు 3) 25 రోజులు 4) 60 కి.మీ./గం|| 5) 9 6) 5 7) 30 8) 300

అభ్యాసం 1.4

- 1) 1 రోజు 2) 3 రోజులు 3) 540 4) 16 5) 8

అభ్యాసం 1.5

- 1) నష్టం 16% 2) లాభం 20% 3) ` 528 4) ` 3,08,000
- 5) 25% 6) 50% 7) 10.88% 8) $11\frac{1}{9}\%$ 9) ` 279.50

అభ్యాసం 1.6

- 1) ` 630.50 2) 5% 3) ` 203 4) ` 880

అభ్యాసం 1.7

- 1) ` 2268 2) ` 28050 3) 4 సం|| 4) ` 50,000 5) 6 సం||

Unit Exercise

- 1) ` 1350 2) 4 3) 4hr. 4) 16 days 5) 6000
6) $26\frac{6}{19}\%$ 7) ` 5750 8) ` 800 9) ` 24750 ; ` 99750

CHAPTER - 2

Exercise 2.1

- 1) i) 14^3 ii) 25^5 iii) $(ab)^4$ iv) $7 \times p^2 \times q$
2) i) $27 \times 27 \times 27 \times 27 \times 27 \times 27$ ii) $101 \times 101 \times 101 \times 101 \times 101$
 iii) $2b \times 2b \times 2b \times 2b$ iv) $3 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$
3) i) 3^4 ii) 5^3 iii) $2^2 \times 3^4$ iv) $2^3 \times 3^3 \times 5^1$
4) i) 2^5 ii) 3^7 iii) 3^2
5) $3^3 \times 4^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4$ and $4^3 \times 3^2 = 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3$. They are not equal.
6) i) 10^3 ii) 2^9 iii) 3^5
7) i) 31 ii) 17 iii) 125
8) i) 3×10^8 m/sec ii) 121×10^7 crores

Exercise 2.2

- 1) i) 3^{15} ii) 9^5 iii) 2^{24} iv) a^{20} v) $\left(\frac{2}{5}\right)^{15}$
 vi) $\frac{1}{7^3}$ vii) $(-6)^4$ viii) 6 ix) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ x) $(-3)^{20}$
2) i) a^{10} ii) 1 iii) 2^8 iv) 5^3
3) 1
4) i) 1 ii) 1 iii) -1 iv) 1
5) 5 6) 20
7) i) 2500 ii) 4 8) 3

9) She has done it incorrectly. Because $(5^2)^4 = 5^8$

10) $3^5 \times 4^5$ is not equal to 12^{25} because $3^5 \times 4^5 = (12)^5$

Exercise 2.3

- 1) i) $23468 = (2 \times 10^4) + (3 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (8 \times 1)$
 ii) $120718 = (1 \times 10^5) + (2 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (1 \times 10^1) + (8 \times 1)$
 iii) $806190 = (8 \times 10^5) + (6 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (9 \times 10^1)$
 iv) $3006194 = (3 \times 10^6) + (6 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (9 \times 10^1) + (4 \times 1)$
2) i) 5×10^5 ii) 4.83×10^6 iii) 3.94×10^{11} iv) 3×10^7 v) 1.8×10^5
3) i) 1.2×10^{10} years ii) 4.02×10^8 km

యూనిట్ అభ్యాసం

- 1) ` 1350 2) 4 3) 4 గం|| 4) 16 రోజులు 5) 6000
 6) $26 \frac{6}{19} \%$ 7) ` 5750 8) ` 800 9) ` 24750 ; ` 99750

అధ్యాయం - 2

అభ్యాసం 2.1

- 1) i) 14^3 ii) 25^5 iii) $(ab)^4$ iv) $7 \times p^2 \times q$
 2) i) $27 \times 27 \times 27 \times 27 \times 27 \times 27$ ii) $101 \times 101 \times 101 \times 101 \times 101$
 iii) $2b \times 2b \times 2b \times 2b$ iv) $3 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$
 3) i) 3^4 ii) 5^3 iii) $2^2 \times 3^4$ iv) $2^3 \times 3^3 \times 5^1$
 4) i) 2^5 ii) 3^7 iii) 3^2
 5) $3^3 \times 4^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4$ మరియు $4^3 \times 3^2 = 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3$. అవి సమానం కావు.
 6) i) 10^3 ii) 2^9 iii) 3^5
 7) i) 31 ii) 17 iii) 125
 8) i) 3×10^8 మీ/సె. ii) 121×10^7 కోట్లు

అభ్యాసం 2.2

- 1) i) 3^{15} ii) 9^5 iii) 2^{24} iv) a^{20} v) $\left(\frac{2}{5}\right)^{15}$
 vi) $\frac{1}{7^3}$ vii) $(-6)^4$ viii) 6 ix) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ x) $(-3)^{20}$
 2) i) a^{10} ii) 1 iii) 2^8 iv) 5^3
 3) 1
 4) i) 1 ii) 1 iii) -1 iv) 1
 5) 5 6) 20
 7) i) 2500 ii) 4 8) 3
 9) తను తప్పుగా చేసింది. ఎందుకనగా $(5^2)^4 = 5^8$
 10) $3^5 \times 4^5$ మరియు 12^{25} సమానం కాదు. ఎందుకనగా $3^5 \times 4^5 = (12)^5$

అభ్యాసం 2.3

- 1) i) $23468 = (2 \times 10^4) + (3 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (8 \times 1)$
 ii) $120718 = (1 \times 10^5) + (2 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (8 \times 1)$
 iii) $806190 = (8 \times 10^5) + (6 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (9 \times 10^1)$
 iv) $3006194 = (3 \times 10^6) + (6 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (9 \times 10^1) + (4 \times 1)$
 2) i) 5×10^5 ii) 4.83×10^6 iii) 3.94×10^{11} iv) 3×10^7 v) 1.8×10^5
 3) i) 1.2×10^{10} సం|| ii) 4.02×10^8 కి.మీ.

UNIT EXERCISE

- 1) i) 14 raised to the power of 9 ii) 12^{17} iii) 1
- 2) i) $2^3 \times 3^4$ ii) $2^6 \times 5^2$ iii) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$
- 3) i) a^{14} ii) 18^4 iii) 1 iv) 6^3 v) $\frac{2^p}{3^p}$
- 4) i) 2^{10} ii) 4^5 5) $k = 7$ 6) $p = 2$
- 8) i) $(2 \times 10^4) + (6 \times 10^1) + (8 \times 1)$
 ii) $(1 \times 10^5) + (2 \times 10^4) + (7 \times 10^2) + (1 \times 10^1) + (8 \times 1)$
- 9) i) $3.84467 \times 10^8 \text{m}$ ii) $1.989 \times 10^{30} \text{kg}$.
- 10) i) No, because $x^3 \times x^2 = x^5$ ii) No, because $(6^3)^{10} = 6^{30}$
- iii) No, Because $\frac{4x^6}{2x^2} = 2x^4$ iv) No, Because $\frac{3^5}{9^5} = \frac{1}{3^5}$
- 11) No, it is -4 12) Byula has done it incorrectly. because $2^5 \times 2^{10} = 2^{15}$
- 13) Rafi has done it incorrectly. because $\frac{3^9}{3^3} = 3^6$ 14) $(a^2)^3 \neq a^8$ because $(a^2)^3 = a^6$

2. Exponents and powers (Odd one out in numbers)

Practice questions

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	b	d	b	d	c	b	d	c	d

CHAPTER - 3

REVIEW EXERCISE

1. constants = 0, -5 , 700, -1 , 10 variables = $-x$, $3t$, $5ab$, $-m$, $-n$, $2pqr$, ab , $-6z$
2. Expression = $2n + 1$
- 3) i) $x - 5$, ii) $2k + 8$, iii) $\frac{y}{2}$, iv) $\frac{bc}{4}$, v) $3p - 1$
- 4) i) three added to s ii) ten added to thrice of p iii) eight less than five times of c
 iv) ten times z v) ninth part of b
- 5) i) Cost of pencil = x then cost of pen = $2x$ ii) age of Yusuf = a then age of John = $a + 10$,
 iii) height of Giri = h , then height of Siri = $h - 15$ iv) if breadth = b , then length = $3b + 2$

Exercise 3.1

- 1) ii) $-7, a^2b^3c$ iii) $2, \frac{pq}{r}$ iv) $-6, mn$ v) cd
- 2) i) $5, -3t^2$ ii) $1, t^2, t^3$ iii) $x, 2xy, 3y$ iv) $100m, 1000n$ v) $-p^2q^2, 7pq$
- 3) i) $-5a$ ii) $5a$ iii) b iv) $-b^2$ v) $-5c$ vi) bc
- 4) i) $2x, 2$ ii) $-x, -1$ iii) $-7xy, -7y$

యూనిట్ అభ్యాసం

- 1) i) 14 యొక్క 9వ ఘాతం ii) 12^{17} iii) 1
- 2) i) $2^3 \times 3^4$ ii) $2^6 \times 5^2$ iii) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$
- 3) i) a^{14} ii) 18^4 iii) 1 iv) 6^3 v) $\frac{2^p}{3^p}$
- 4) i) 2^{10} ii) 4^5 5) $k = 7$ 6) $p = 2$
- 8) i) $(2 \times 10^4) + (6 \times 10^1) + (8 \times 1)$
ii) $(1 \times 10^5) + (2 \times 10^4) + (7 \times 10^2) + (1 \times 10^1) + (8 \times 1)$
- 9) i) 3.84467×10^8 మీ. ii) 1.989×10^{30} కి.గ్రా.
- 10) i) కాదు, ఎందుకనగా $x^3 \times x^2 = x^5$ ii) కాదు, ఎందుకనగా $(6^3)^{10} = 6^{30}$
iii) కాదు, ఎందుకనగా $\frac{4x^6}{2x^2} = 2x^4$ iv) కాదు, ఎందుకనగా $\frac{3^5}{9^5} = \frac{1}{3^5}$
- 11) కాదు, అది -4 12) బ్యూలా తప్పుగా చేసింది, ఎందుకనగా $2^5 \times 2^{10} = 2^{15}$
13. రఫీ తప్పుగా చేసాడు. ఎందుకనగా $\frac{3^9}{3^3} = 3^6$ 14) $(a^2)^3 \neq a^8$, ఎందుకనగా $(a^2)^3 = a^6$

2. ఘాతాంకాలు మరియు ఘాతాలు (భిన్నంగా ఉన్న సంఖ్యలను గుర్తించడం)

సాధనా ప్రశ్నలు

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	b	d	b	d	c	b	d	c	d

అధ్యాయం - 3

పునర్విమర్శ అభ్యాసం

1. స్థిరరాశులు = 0, -5, 700, -1, 10 చరరాశులు = -x, 3t, 5ab, - m, - n, 2pqr, ab, - 6z
2. సమాసం = $2n + 1$
- 3) i) $x - 5$, ii) $2k + 8$, iii) $\frac{y}{2}$, iv) $\frac{bc}{4}$, v) $3p - 1$
- 4) i) మూడు, s కు కలపబడింది, ii) p యొక్క మూడు రెట్లకు 10 కలపబడింది,
iii) c యొక్క 5 రెట్ల నుండి 8 తీసివేయబడింది. iv) z యొక్క పదిరెట్లు, v) b లో 9వ వంతు
- 5) i) పెన్సిల్ ఖరీదు = x అయిన పెన్ ఖరీదు = 2x ii) యూసెఫ్ వయస్సు = a అయిన జాన్ వయస్సు = a + 10,
iii) గిరి ఎత్తు = h, అయిన సిరి ఎత్తు = h - 15 iv) వెడల్పు = b అయితే పొడవు = $3b + 2$

అభ్యాసం 3.1

- 1) i) $4, -xy$ ii) $-7, a^2b^3c$ iii) $2, \frac{pq}{r}$ iv) $-6, mn$
- 2) i) $5, -3t^2$ ii) $1, t^2, t^3$ iii) $x, 2xy, 3y$ iv) $100m, 1000n$ v) $-p^2q^2, 7pq$
- 3) i) $-5a$ ii) $5a$ iii) b iv) $-b^2$ v) $-5c$ vi) bc
- 4) i) $2x, 2$ ii) $-x, -1$ iii) $-7xy, -7y$

Exercise 3.2

- 1) i) True, because they contain variables with different exponents
ii) True, because they contain variables with same exponents
iii) False, three terms contain same variables with different exponents
- 2) i) $a^2, 2a^2$ ii) $yz, \frac{1}{9}yz$ iii) $4m^2n, -m^2n$ iv) $acb^2, 3cab^2, 5b^2ac$
- 3) i) 2, Binomial ii) 1, Monomial iii) 3, Trinomial
- 4) i) Binomial ii) Monomial iii) Trinomial iv) Monomial v) Monomial
vi) Trinomial vii) Monomial viii) Binomial ix) Binomial x) Binomial

Exercise 3.3

- 1) i) $-6a; +6a$ ii) $7c^2 + 2; -7c^2 - 2$ iii) $6x^2 + 4x - 5; -6x^2 - 4x + 5$
iv) $7a - 9b + 3c; -7a + 9b - 3c$
- 2) i) $x^2 + 6x - 5$ ii) $-4a^2 - 5a + 3$ iii) $3m^2 - m + 6$ iv) $c^3 + 2c^2 + c + 1$ v) $-p^2 + 9$
- 3) i) $6x^2 + 3x + 8$ ii) $-2a^2 + 5ab + 6$ iii) $-3p^2 - 3p - 6$
- 4) i) $x + 2y$ ii) $2a + 3b + 4c$ iii) $-l^2 + lm - m^2$ iv) $-5x^2 + 4x + 10$
v) $4m^3 + 4m^2 + 7m - 7$ 5) $18x - 2y$ 6) $4a + b$
- 7) $7x^2 + xy - 6y^2$ 8) $4p^2 - 3p - 2$ 9) $4a^2 - ab - 3b^2 + 17$
- 10) i) $22x^2 + 8xy + 12y^2$ ii) $-14x^2 - 20xy - 10y^2$

Exercise 3.4

- 1) i) 3 ii) 21 iii) 5
- 2) i) 2 ii) 7 iii) -4 3) -31 4) 15
- 5) i) $25 m^2$ ii) $144 m^2$ iii) $42.25 m^2$ 6) $48cm^2$ 7) 90
- 8) i) 6 ii) 0 iii) 6 iv) 1 v) -39

Unit Exercise

- 1) i) 1 ii) x iii) 2d iv) 3 v) -1
- 2) i) False, ii) False, iii) True, iv) False, v) True
- 3) The Like terms: $3a, -8a, -a, \frac{a}{2}; 6b, b; 5c, 7c, 9c$
- 4) $4x + 6y$
- 5) i) $7x + 4y$ (here we should not add the coefficients, because of different variables x, y)
ii) $10a^2 + 6ac$ (here we should not add the Coefficients. Because $8a^2, 6ac$ are unlike terms)
iii) $(6 - 9)pq^2 = -3pq^2$ iv) $(15 - 1)mn = 14mn$
v) $7 - 3a$, here we should not subtract the coefficients 7 and 3, because 7 and $-4a$ are unlike terms.
- 6) i) $6a + 6$ ii) $11m - 3n$
- 7) i) $2y$ ii) $7pq$ iii) $-15t - 4$

అభ్యాసం 3.2

- 1) i) నిజం, ఎందుకనగా చరరాశుల యొక్క ఘాతాంకాలు వేరువేరు.
ii) నిజం, ఎందుకనగా చరరాశుల యొక్క ఘాతాంకాలు సమానము.
iii) తప్పు, మూడు పదాలు ఒకే చరరాశిని కలిగి ఉన్నప్పటికీ ఘాతాంకాలు వేరువేరు.
- 2) i) $a^2, 2a^2$ ii) $yz, \frac{1}{9}yz$ iii) $4m^2n, -m^2n$ iv) $acb^2, 3cab^2, 5b^2ac$
- 3) i) 2, ద్విపది ii) 1, ఏకపది iii) 3, త్రిపది
- 4) i) ద్విపది ii) ఏకపది iii) త్రిపది iv) ఏకపది v) ఏకపది
vi) త్రిపది vii) ఏకపది viii) ద్విపది ix) ద్విపది x) ద్విపది

అభ్యాసం 3.3

- 1) i) $-6a; +6a$ ii) $7c^2 + 2; -7c^2 - 2$ iii) $6x^2 + 4x - 5; -6x^2 - 4x + 5$
iv) $7a - 9b + 3c; -7a + 9b - 3c$
- 2) i) $x^2 + 6x - 5$ ii) $-4a^2 - 5a + 3$ iii) $3m^2 - m + 6$ iv) $c^3 + 2c^2 + c + 1$ v) $-p^2 + 9$
- 3) i) $6x^2 + 3x + 8$ ii) $-2a^2 + 5ab + 6$ iii) $-3p^2 - 3p - 6$
- 4) i) $x + 2y$ ii) $2a + 3b + 4c$ iii) $-l^2 + lm - m^2$ iv) $-5x^2 + 4x + 10$
v) $4m^3 + 4m^2 + 7m - 7$ 5) $18x - 2y$ 6) $4a + b$
- 7) $7x^2 + xy - 6y^2$ 8) $4p^2 - 3p - 2$ 9) $4a^2 - ab - 3b^2 + 17$
- 10) i) $22x^2 + 8xy + 12y^2$ ii) $-14x^2 - 20xy - 10y^2$

అభ్యాసం 3.4

- 1) i) 3 ii) 21 iii) 5
- 2) i) 2 ii) 7 iii) -4 3) -31 4) 15
- 5) i) $25 మీ^2$ ii) $144 మీ^2$ iii) $42.25 మీ^2$ 6) 48 సెం.మీ² 7) 90
- 8) i) 6 ii) 0 iii) 6 iv) 1 v) -39

యూనిట్ అభ్యాసం

- 1) i) 1 ii) x iii) 2d iv) 3 v) -1
- 2) i) తప్పు, ii) తప్పు, iii) ఒప్పు, iv) తప్పు, v) ఒప్పు
- 3) సజాతి పదాలు $3a, -8a, -a, \frac{a}{2}; 6b, b; 5c, 7c, 9c$
- 4) $4x + 6y$
- 5) i) $7x + 4y$ (ఇచ్చట గుణకాలను కలుపము. ఎందుకనగా x, y లు వేరువేరు చరరాశులు).
ii) $8a^2 + 6ac$ (ఇక్కడ గుణకాలను కలుపము. ఎందుకనగా $8a^2, 6ac$ విజాతి పదాలు)
iii) $(6 - 9)pq^2 = -3pq^2$ iv) $(15 - 1)mn = 14mn$
v) $7 - 3a$, ఇక్కడ గుణకాలు 7, 3 లను తీసివేయము. ఎందుకనగా 7, -4a లు విజాతి పదాలు.
- 6) (i) $6a + 6$ (ii) $11m - 3n$

- 8) i) $3t + 5$ ii) $-a + 3b + 2c$ iii) $3x + 3y + 15$
 9) $5x^2 + 9x - 4$ 10) $a^3 - 5a^2 - 6a + 9$

3. Algebraic Expressions (Coding and Decoding)

Practice questions

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	d	c	b	b	d	a	c	b	d
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	b	c	d	b	c	d	a	c	b

CHAPTER 4

Exercise 4.1

- 3) Isosceles triangle

Unit Exercise

- 7) No, we can't construct the triangle. Because the sum of any two sides is greater than the third side.

CHAPTER 5

Review Exercise

- 1) i) 1) 50 Sq.m.; 30m. 2) 5cm.; 42 cm. 3) 180mm.; 7200 Sq.mm. 4) 5m.; 65 sq.m.
 ii) 1) 1600 Sq.cm. ; 160cm. 2) 9m ; 36m 3) 30mm ; 900 Sq.mm.
 iii) 1) 14cm.; 44cm. 2) 21m. ; 42m. 3) 7mm.; 44 mm.
 iv) 1) 12cm 2) 26 m

4. Construction of Triangles (Counting of triangles)

Practice questions

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	a	b	a	d	c	c	a	a	b

Exercise 5.1

- 1) a) 9 Sq.cm. b) 6.72 Sq.cm. c) 6 Sq.cm. d) 5 Sq.cm.
 2) 8.74 Sq.cm. 3) 8m.; ` 6,000 4) 150 Sq.cm. ; ` 300
 5) 456 Sq.m. ` 22,800 6) 15m. ; ` 48,750

Exercise 5.2

- 1) 44 Sq.cm. 2) 750 Sq.m. ; ` 75,000 3) 37,600 Sq.cm. ; ` 5,64,000
 4) 2,925 Sq.m. ; ` 2,34,000 5) 198 Sq.cm. ; ` 396

- 7) (i) $2y$ (ii) $7pq$ (iii) $-15t - 4$
 8) (i) $3t + 5$ (ii) $-a + 3b + 2c$ (iii) $3x + 3y + 15$
 9) $5x^2 + 9x - 4$ (10) $a^3 - 5a^2 - 6a + 9$

3. బీజీయ సమాసాలు (కోడింగ్ మరియు డీకోడింగ్)

సాధనా ప్రశ్నలు

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	d	c	b	b	d	a	c	b	d
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	b	c	d	b	c	d	a	c	b

అధ్యాయం - 4

అభ్యాసం 4.1

- 3) సమద్విభాహు త్రిభుజము

యునిట్ అభ్యాసం

- 7) నిర్మించలేము. ఎందుకనగా త్రిభుజములో ఏ రెండు భుజాల మొత్తమైనా 3వ భుజం కంటే ఎక్కువగా ఉండాలి.

అధ్యాయం - 5

పునర్విమర్శ అభ్యాసం

- 1) i) 1) 50 చ.మీ.; 30 మీ. 2) 5 సెం.మీ.; 42 సెం.మీ. 3) 180 మి.మీ.; 7200 చ.మి.మీ. 4) 5 మీ.; 65 చ.మీ.
 ii) 1) 1600 చ.సెం.మీ.; 160 సెం.మీ. 2) 9 మీ.; 36 మీ. 3) 30 మి.మీ.; 900 చ.మి.మీ.
 iii) 1) 14 సెం.మీ.; 44 సెం.మీ. 2) 21 మీ. ; 42 మీ. 3) 7 మి.మీ. ; 44 మి.మీ.
 iv) 1) 12 సెం.మీ. 2) 26 మీ.

4. త్రిభుజ నిర్మాణాలు (త్రిభుజాలను తెక్కించడం)

సాధనా ప్రశ్నలు

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	a	b	a	d	c	c	a	a	b

అభ్యాసం 5.1

- 1) a) 9 చ.సెం.మీ. b) 6.72 చ.సెం.మీ. c) 6 చ.సెం.మీ. d) 5 చ.సెం.మీ.
 2) 8.74 చ.సెం.మీ. 3) 8 మీ.; ` 6,000 4) 150 చ.సెం.మీ. ; ` 300
 5) 456 చ.సెం.మీ. ` 22,800 6) 15 మీ. ; ` 48,750

అభ్యాసం 5.2

- 1) 44 చ.సెం.మీ. 2) 750 చ.సెం.మీ. ; ` 75,000 3) 37,600 చ.సెం.మీ. ; ` 5,64,000
 4) 2,925 చ.సెం.మీ. ; ` 2,34,000 5) 198 చ.సెం.మీ. ; ` 396

Exercise 5.3

- 1) 3850 Sq.cm. 2) 616 Sq.cm. 3) 21cm. ; 42cm. 4) 7 cm. 154 Sq.cm.
 5) 9856 Sq.m. ; ` 2,95,680

Exercise 5.4

- 1) 1914 Sq.m. 2) 1386 Sq.m. 3) 374 Sq.m. ; ` 56,100 4) 1650 Sq. m. ; ` 24,75,000

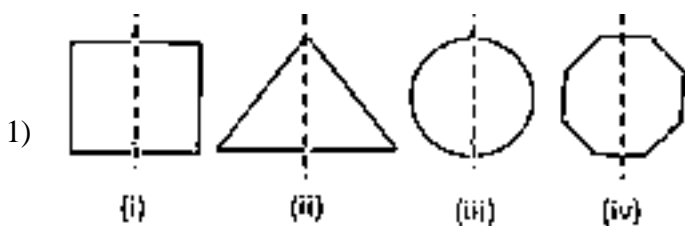
Unit Exercise

- 1) i) b ii) a iii) c
 2) i) Area of outer rectangle – Area of inner rectangle
 ii) area of outer square – area of inner square iii) $\pi(R+r)(R-r)$
 3) 117 Sq.cm 4) 208 Sq.m. 5) 61,600 Sq.cm. ; ` 3,08,000
 6) 384 Sq.m. ; ` 38,400 7) 2,464 Sq.cm. ; ` 7,392 8) 2,002 Sq.m. ; ` 3,00,300

5. Area of plane figures (Non-verbal)									
Practice questions (Embedded figures)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	b	a	c	a	b	b	d	b
Practice questions (Figure completion)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	d	b	a	c	d	b	d	b	b

CHAPTER 6

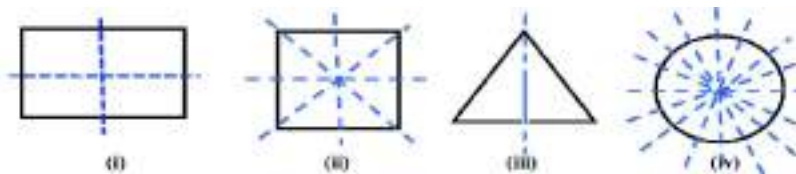
Review Exercise



- 2) Yes, yes, no, yes, yes, no

Exercise 6.1

- 1) Isosceles triangle



అభ్యాసం 5.3

- 1) 3850 చ.సెం.మీ. 2) 616 చ.సెం.మీ. 3) 21 సెం.మీ. ; 42 సెం.మీ. 4) 7 సెం.మీ.; 154 చ.సెం.మీ.
5) 9856 చ.మీ. ; ` 2,95,680

అభ్యాసం 5.4

- 1) 1914 చ.మీ. 2) 1386 చ.మీ. 3) 374 చ.మీ. ; ` 56,100 4) 1650 చ.మీ. ; ` 24,75,000

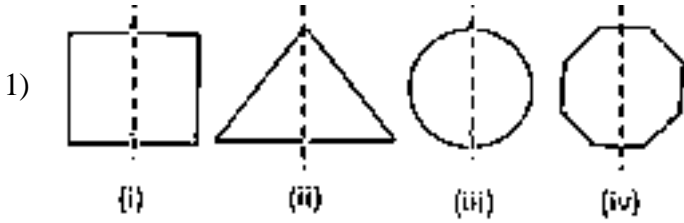
యునిట్ అభ్యాసం

- 1) i) b ii) a iii) c
2) i) బయటి దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము - లోపలి దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము
ii) బయటి చతురస్ర వైశాల్యము - లోపలి చతురస్ర వైశాల్యము iii) $\pi(R+r)(R-r)$
3) 117 చ.సెం.మీ. 4) 208 చ.మీ. 4) 61,600 చ.సెం.మీ. ; ` 3,00,800
5) 384 చ.మీ. ; ` 38,400 6) 2,464 చ.సెం.మీ. ; ` 7,392 7) 2,002 చ.మీ. ; ` 3,00,300

5. సమతల పటాల వైశాల్యాలు (అశాబ్దిక-తార్కిక ప్రశ్నలు)									
సాధనా ప్రశ్నలు (ఇమిడిపున్న చిత్రాలు)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	b	a	c	a	b	b	d	b
సాధనా ప్రశ్నలు (పూరణ చిత్రాలు)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	d	b	a	c	d	b	d	b	b

అధ్యాయం - 6

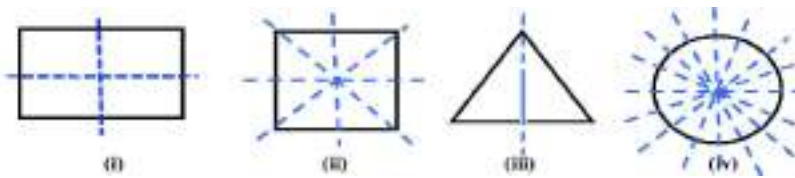
పునర్విమర్శ అభ్యాసం



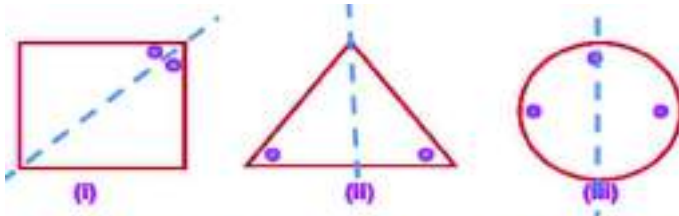
- 2) అవును, అవును, కాదు, అవును, అవును, కాదు

అభ్యాసం 6.1

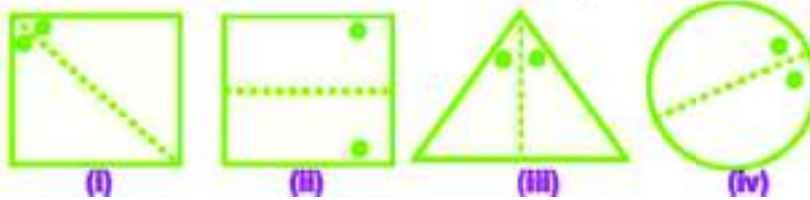
- 1) సమద్విబాహు త్రిభుజము



2)



3)



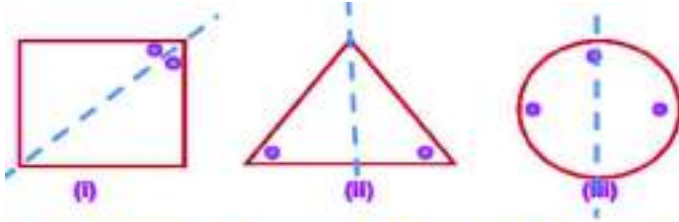
- 4) i) Three lines of symmetry ii) One line of symmetry iii) No line of symmetry

Exercise 6.2

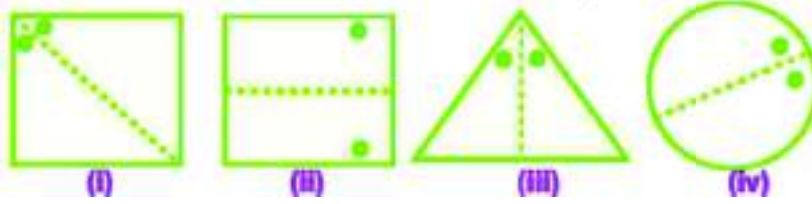
- 1) i) No line symmetry, has rotational symmetry ii) has line symmetry, no rotational symmetry
 iii) has line symmetry and rotational symmetry iv) has line symmetry and rotational symmetry
- 2) i) 4 ii) 6 iii) 3 iv) 4
- 4) Rectangle, square, rambus
- 5) 120° , 180° , 240° , 300° , 360°
- 6)

Shape	Shape of polygon	Angle of rotational symmetry	Order of Rotation
Square		90°	4
Rectangle		180°	2
Rhombus		180°	2
Equilateral Triangle		120°	3
Regular Hexagon		60°	6

2)



3)



- 4) i) సౌష్ఠవాక్షాల సంఖ్య-3 ii) సౌష్ఠవాక్షాల సంఖ్య-1 iii) సౌష్ఠవాక్షాలు లేవు

అభ్యాసం 6.2

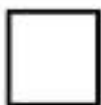


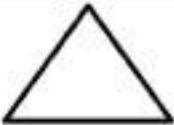
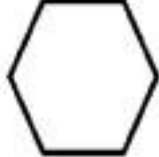
- 1) i) సౌష్ఠవాక్షాలు లేవు, భ్రమణ సౌష్ఠవము కలదు ii) సౌష్ఠవాక్షాలు లేవు, భ్రమణ సౌష్ఠవము కూడా లేదు
 iii) సౌష్ఠవాక్షాలు కలవు, భ్రమణ సౌష్ఠవము కలదు iv) సౌష్ఠవాక్షాలు కలవు, భ్రమణ సౌష్ఠవము కలదు

- 2) i) 4 ii) 6 iii) 3 iv) 4

4) దీర్ఘచతురస్రము, చతురస్రము, రాంబస్

5) 120° , 180° , 240° , 300° , 360°

6)

ఆకారము	బహుభుజి ఆకారము	భ్రమణ సౌష్ఠవం కోణం	భ్రమణ పరిమాణం
చతురస్రం		90°	4
దీర్ఘ చతురస్రం		180°	2
రాంబస్		180°	2
సమబాహు త్రిభుజం		120°	3
క్రమ షడ్భుజి		60°	6

Exercise 6.3

- 1) (i), (ii), (iv) have point symmetry
- 2) H, S

Unit Exercise

- 1) i) line ii) five iii) rotational iv) scalene v) number of sides
 vi) mirror vii) Square viiii) 180 ix) perpendicular bisector
 x) point of rotation xi) 2 xii) median / altitude / angular bisector
- 2) i) 11 ii) 11 iii) 3 iv) 1 v) 4
 vi) H, I, N, O, S, X, Z

6. Symmetry									
Practice questions (Mirror Images)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	d	c	b	d	b	a	c	c	d
Practice questions (Water Images)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	a	b	c	d	a	a	b	a	d
Practice questions (Mirror image of Clock)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	a	b	c	a	a	d	d	c	b

అభ్యాసం 6.3

- 1) (i), (ii), (iv) లకు బిందుసౌష్ఠవం కలదు.
- 2) H, S

యూనిట్ అభ్యాసం

- 1) i) రేఖ ii) ఐదు iii) భ్రమణ iv) విషమబాహు v) భుజాల సంఖ్య
vi) అడ్డం vii) చతురస్రం viii) 180 ix) లంబసమద్విఖండన రేఖ
x) భ్రమణ కేంద్రం xi) 2 xii) మధ్యగతరేఖ / ఉన్నతి / కోణ సమద్విఖండన రేఖ
- 2) i) 11 ii) 11 iii) 3 iv) 1 v) 4
vi) H, I, N, O, S, X, Z

6. సౌష్ఠవము									
సాధనా ప్రశ్నలు (అడ్డంలో ప్రతిబింబాలు)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	d	c	b	d	b	a	c	c	d
సాధనా ప్రశ్నలు (నీటితో ప్రతిబింబాలు)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	a	b	c	d	a	a	b	a	d
సాధనా ప్రశ్నలు (గడియారం యొక్క అడ్డంలో ప్రతిబింబం)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	a	b	c	a	a	d	d	c	b

A word with the Teacher

- ◆ The syllabus and lessons are written according to the conditions of our Andhra Pradesh State and the themes are based on the learning outcomes of the National Council of Educational Research and Training (NCERT) and some International curriculums. i.e. ***Localisation with International Flavour.***
- ◆ There are Twelve lessons (Six in each Semester) under six themes. Each lesson is enriched with colourful pictures to make children to understand the concepts in a better manner.
- ◆ Every lesson starts with either a real-life situation or child experiences based on known to unknown, simple to complex, inductive to deductive approaches. It gives opportunity to understand the importance of mathematics and usage of the concept in their daily life which keeps away the fear of mathematics. You are expected to give more utility of the concept.
- ◆ Children to be encouraged to respond about the concepts and their experiences in the classroom.
- ◆ This textbook mainly focuses on the processing skills rather than problem solving. Hence whole classroom, groups or individual activities, logos and QR codes are also given to specify the different activities. Teaching learning process should be carried out with the help of proper teaching learning material. So the teacher should prepare the required TLM and utilize virtual, digital classes effectively. Work sheet is given in the form digital content at the end of each lesson.
- ◆ Exercises are given not only to know what children have learnt, but also to express their creativity and thoughts. So all children should be given a chance to explore the activities.
- ◆ In each lesson there is an activity ‘Let us Do’, to give scope for children to do on their own with a little explanation of the teacher. Children should do these problems either individually or in a group.
- ◆ After this a good scope is given to explore the learner to apply his understanding of concept in the form of ‘Let’s Explore’. By solving these problems pupil will be ready to do the problems in the exercise.
- ◆ There is another activity by the title ‘Let’s Think.’ A scope is provided for the children to think and discuss them with classmates, teachers or elders. Children should identify them independently.
- ◆ Points to remember are listed at the end of each lesson. Children’s conceptual understanding should be evaluated with these points. Children should be made to read these features. These are given to review the concept.
- ◆ In each and every lesson, the exercises and problems are incorporated keeping in view the Continuous and Comprehensive Evaluation (C.C.E).
- ◆ To prepare the child for vocationalisation / employment (Gandhi’s Nai Thalem), we provided a ‘Reasoning Corner’ at the end of each chapter. It develops mathematical aptitude and mental ability in the child, which will prepare them for future competitive exams like NMMS, NTSE, Olympiads etc.
- ◆ The NEP – 2020 is also stressed on the ‘coding’ at the middle school level. So we have introduced basic level of coding in ‘Reasoning Corner’. You are expected to guide the child towards competitive word (***Globalisation with Indian Values***) through this gateway.
- ◆ Teacher should note down the progress of children based on the competencies achieved.

Wishing Happy & Fruitful Teaching...

ఉపాధ్యాయులతో ఒకమాట

- ◆ కేంద్ర విద్యా పరిశోధనా శిక్షణా సంస్థ (NCERT) మరియు కొన్ని అంతర్జాతీయ పాఠ్య ప్రణాళికల యొక్క అభ్యసన ఫలితాల ఆధారంగా ఇతివృత్తాలు (Themes) వ్రాయబడ్డాయి. అంతర్జాతీయ ప్రమాణాలతో మన ఆంధ్రప్రదేశ్ రాష్ట్ర పరిస్థితులకు అనుగుణంగా సిలబస్ మరియు పాఠాలు స్థానికీకరించబడ్డాయి.
- ◆ ఆరు ఇతివృత్తాల క్రింద పన్నెండు పాఠాలు (ప్రతి సెమిస్టర్లో ఆరు చొప్పున) ఉన్నాయి. ప్రతి పాఠం రంగు రంగుల చిత్రాలతో నిండి ఉండి పిల్లలు భావనలను బాగా అర్థం చేసుకోవడానికి వీలు కల్పిస్తుంది.
- ◆ ప్రతి పాఠం నిజ జీవిత పరిస్థితి లేదా తెలిసిన విషయం నుండి తెలియని విషయానికి, సరళము నుండి సంక్లిష్టతకు, ఆగమన పద్ధతుల నుండి నిగమన పద్ధతులకు, పిల్లల అనుభవాలను ప్రేరేపించే విధముగా ప్రారంభమవుతుంది. ఇది వారి దైనందిన జీవితంలో గణితం యొక్క ప్రాముఖ్యతను మరియు భావనల యొక్క ఉపయోగాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి అవకాశాన్ని ఇస్తుంది. తద్వారా గణితమంటే భయాన్ని దూరం చేస్తుంది. మీరు విషయ భావనల యొక్క మరింత ప్రయోజనాన్ని అందిస్తారని భావిస్తున్నాము.
- ◆ తరగతిగదిలో విద్యార్థులు తమ భావనలు మరియు వారి అనుభవాల గురించి ప్రతిస్పందించటానికి ప్రోత్సాహించే విధముగా పాఠ్యరచన కొనసాగించాము.
- ◆ ఈ పాఠ్య పుస్తకంలో సమస్య సాధనలపైనే కాక, సమస్య సాధనా విధాన నైపుణ్య పద్ధతులపై ప్రధానంగా దృష్టి పెట్టబడినది. అందుకై తరగతి గది కృత్యం, సమూహాలు లేదా వ్యక్తిగత కృత్యాలు, లోగోలు మరియు QR కోడ్ల వంటి విభిన్న కార్యకలాపాలు ఇవ్వబడ్డాయి. సరైన బోధనా అభ్యాస సామగ్రి (TLM) సహాయంతో బోధనా అభ్యాస ప్రక్రియను చేపట్టాలి. కాబట్టి ఉపాధ్యాయులకు అవసరమైన బోధనా అభ్యాస సామగ్రి సిద్ధం చేసుకొని సాంకేతిక (వర్చువల్, డిజిటల్) తరగతులను సమర్థవంతంగా ఉపయోగించుకోవాలి. ప్రతి పాఠం చివరిలో సాధనాపత్రం డిజిటల్ కంటెంట్ రూపంలో ఇవ్వబడినది.
- ◆ పిల్లలు నేర్చుకున్న వాటిని తెలుసుకోవడమే కాకుండా, వారి సృజనాత్మకత మరియు ఆలోచనలను వ్యక్తీకరించడానికి కూడా అభ్యాసాలు ఇవ్వబడ్డాయి. కాబట్టి పిల్లలందరికీ కొత్త విషయాలు అన్వేషించడానికి అవకాశం ఇవ్వబడింది. ప్రతి పాఠంలో ఉపాధ్యాయుని కొంత వివరణతో పిల్లలు స్వయంగా సమస్య సాధనకు అవకాశం ఇవ్వడానికి 'ఇవి చేద్దాం' అనే కార్యాచరణ ఉంది. పిల్లలు ఈ సమస్యలను వ్యక్తిగతంగా లేదా సమూహంగా పూర్తి చేయాలి.
- ◆ దీని తరువాత అభ్యాసకుడికి భావనలు మరింతగా అవగాహన చేసుకొనుటకు 'అన్వేషిద్దాం' రూపంలో మంచి అవకాశం ఇవ్వబడింది. ఈ సమస్యలను పరిష్కరించడం ద్వారా విద్యార్థి అభ్యాసంలో సమస్యలను చేయడానికి సంసిద్ధుడు అయి ఉంటాడు.
- ◆ 'ఆలోచిద్దాం' అనే శీర్షిక ద్వారా మరొక కార్యాచరణ ఉంది. పిల్లలు, సహవిద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు లేదా పెద్దలతో కలిసి ఆలోచించడానికి మరియు చర్చించడానికి ఒక అవకాశం అందించబడింది. పిల్లలు వాటిని స్వతంత్రంగా గుర్తించాలి.
- ◆ 'గుర్తుంచుకోవలసినవిషయాలు' ప్రతి పాఠం చివరిలో ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ అంశాలతో పిల్లల విషయ అవగాహనను అంచనా వేయవచ్చు. ఈ విషయాలు విద్యార్థుల చదివేలా చేయాలి. భావనలను సమీక్షించడానికి ఇవి ఇవ్వబడ్డాయి.
- ◆ ప్రతి పాఠంలో, నిరంతర మరియు సమగ్ర మూల్యాంకనం (C.C.E) ను దృష్టిలో ఉంచుకుని అభ్యాసాలు మరియు సమస్యలు విలీనం చేయబడ్డాయి. పిల్లవాడిని వృత్తి / ఉపాధి (గాంధీ యొక్క నయితాలీం) కోసం సిద్ధం చేయడానికి, ప్రతి అధ్యాయం చివరిలో **తార్కిక విభాగం (Reasoning Corner)** ఇవ్వబడినది. ఇది పిల్లలలో గణిత అభిరుచి మరియు మానసిక సామర్థ్యాన్ని అభివృద్ధి చేస్తుంది, ఇది భవిష్యత్తులో NMMS, NTSC, గణిత ఒలింపియాడ్ వంటి పోటీ పరీక్షలకు వారిని సిద్ధం చేస్తుంది.
- ◆ NEP - 2020 మిడిల్ స్కూల్ స్థాయిలో 'కోడింగ్' అనే అంశం గురించి నొక్కి చెప్పబడింది. కాబట్టి మేము **తార్కిక విభాగం (Reasoning Corner)** లో ప్రాథమిక స్థాయి కోడింగ్ను ప్రవేశపెట్టాము. ఈ అంశాన్ని బోధించుట ద్వారా మీరు పిల్లలను పోటీ ప్రపంచం (భారతీయ విలువలతో ప్రపంచీకరణ) వైపు నడిపిస్తారని భావిస్తున్నాము.
- ◆ సాధించిన సామర్థ్యాల ఆధారంగా పిల్లల పురోగతిని ఉపాధ్యాయుడు గమనించాలి.

సంతోషకరమైన మరియు ఫలవంతమైన బోధనను ఆభిలషిస్తూ...

గణిత సంజ్ఞలు Mathematics Symbols

1.	+	Plus	- (కూడిక)
2.	-	Minus	- (తీసివేత)
3.	×	Into	- (గుణకారం)
4.	÷	Divided by	- (భాగహారం)
5.	:	Is to	- (నిష్పత్తి)
6.	::	Is as	- (అనుపాతము)
7.	∴	Therefore	- (అందువలన)
8.	∵	Since	- (ఎందుకనగా)
9.	=	Is equal to	- (సమానము)
10.	≠	Is not equal to	- (సమానము కాదు)
11.	≡	Identically equal to	- (సర్వ సమానము)
12.	<	Is Less than	- (చిన్నది)
13.	≤	Is Less than or equal to	- (చిన్నది లేక సమానము)
14.	>	Is greater than	- (పెద్దది)
15.	≥	Is greater than or equal to	- (పెద్దది లేక సమానము)
16.	$\sqrt{\quad}$	Square root	- (వర్గమూలము)
17.	$\sqrt[3]{\quad}$	Cube root	- (ఘనమూలము)
18.	°	Degree	- (డిగ్రీ)
19.	∠	Angle	- (కోణము)
20.	Δ	Triangle	- (త్రిభుజము)
21.	∥	Is Parallel to	- (సమాంతరము)
22.	⊥	Is Perpendicular to	- (లంబము)
23.	⇒	Implies	- (అయినచో)
24.	∀	For all values of	- (అన్ని విలువలకు)
25.	∃	True	- (సత్యము)
26.	T	False	- (అసత్యము)
27.	F	Approximately	- (ఇంచుమించు సమానము)
28.	≈	Infinity	- (అనంతము)
29.	∞	Belongs to	- (చెందియుండును)
29.	∈	Does not belongs to	- (చెందియుండదు)
30.	∉		